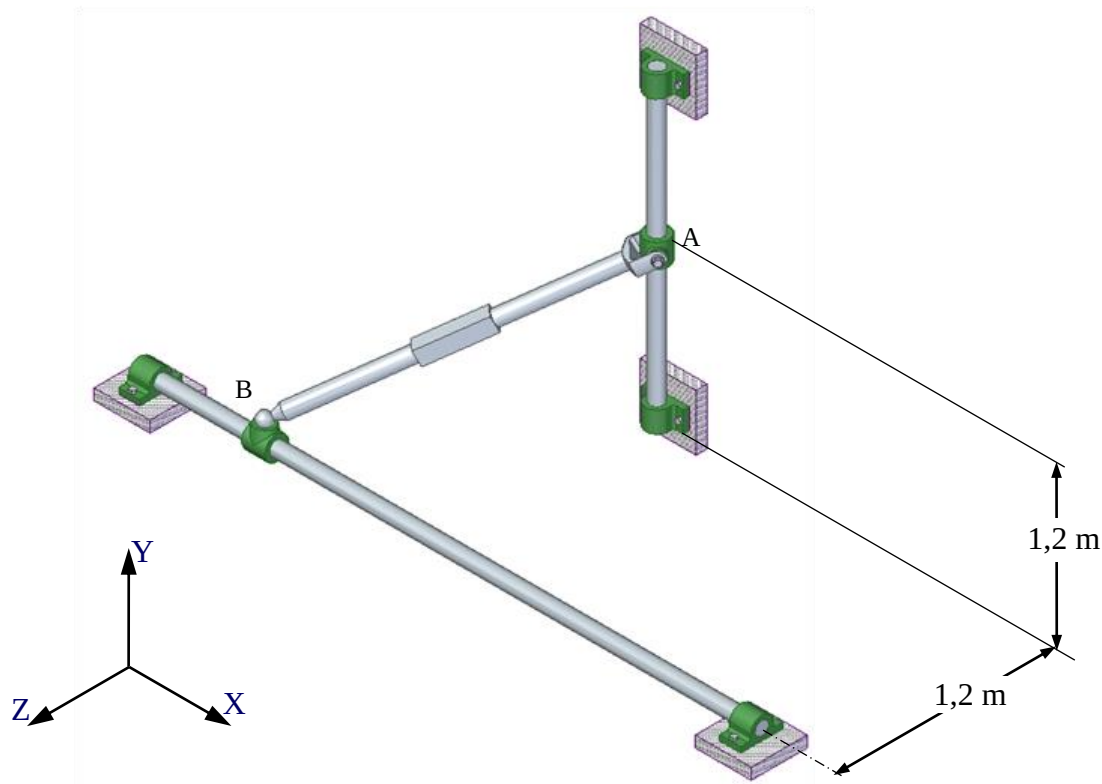


Enuntziatua

Oraingoan, AB barra gida bertikalarekin lotzeko modua aldatu da, irristagailuarekin batera errotularen ordeztu, urkila-formako pieza bat jarritz.

- a) barraren abiadura angeluarra kalkulatu
b) barraren azelerazio angeluarra kalkulatu

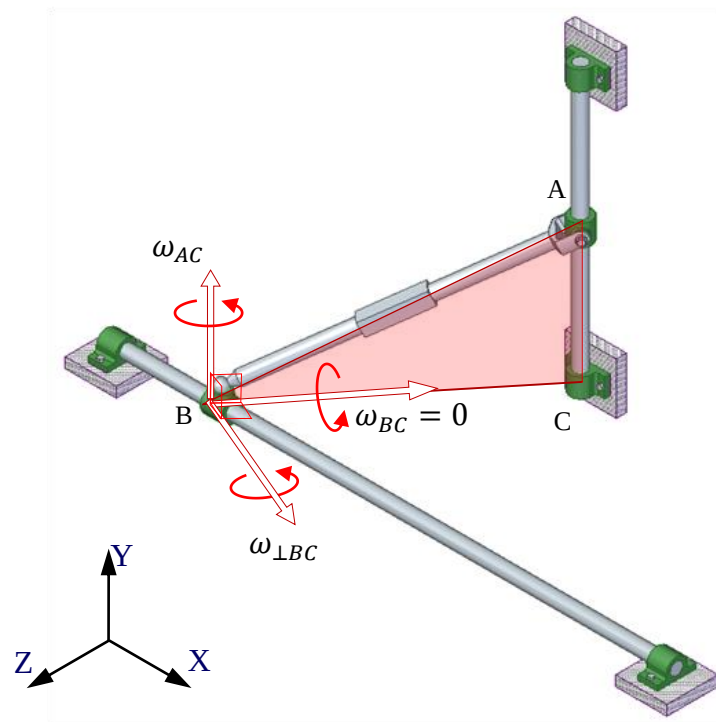
Errotuletako dimentsioak eta barretako diametroak mesprezatu, errotulen zentroa ardatza bakoitzaren gainetik desplazatuko balitz bezala.



1go Irudia

Ebazpena

Errotularen ordeaz urkila jartzerakoan askatasun gradu bat gehiago murrizten da. Hurrengo irudian ikusi daitekeenez, (2. Irudia) oraingoan barraren biraketak hiru zuzenak (AB barra eta bi gidek) definitzen duten planoari elkarzuta izan behar du.



2. Irudia

Orain, AB barra eta gida bertikalaren arteko lotura aztertzen bada, hurrengo errotazioak posibleak dira:

AB barrak gida bertikalaren inguruan biratu dezake. Errotazio honen ondorioz lortzen den osagaiari ω_{AC} deritzo eta ardatzaren eta irristagailuaren arteko loturaren ondorioz gertatzen da. Irristagailuak, barraren norabidean translazioa eta gida bertikalaren inguruko biraketa baimentzen ditu.

Bestalde, AB barrak A, B eta C puntuek definitzen duten planoan (ikus 2. Irudia) errotatu dezake, planoari elkarzuta den $\omega_{\perp BC}$ osagaia definituz. Hau da, urkilak irristagailuarekiko baimentzen duen biraketa bakarra (aurreko kasuan errotulak erabilita hiru biraketak posibleak ziren, baina kasu honetan bakarrik bi baimentzen dira).

Kasu honetan BC norabidean errotazioa murriztuta dago.

Urkilak irristagailuarekin duen loturak AB barraren ardatzaren inguruko biraketa murrizten du, baina aldi berean irristagailuak gida bertikalaren inguruan biratzen duenez, urkilak eta irristagailuak osatzen duten multzoak BC norabidean bakarrik murrizten du biraketa. Guzti hau “4. Bideoa: barra urkilarekin lotuta” bideoan ulertu daiteke, AB barraren zati prismatikoak ardatzarekiko beti posizio erlatibo berdina mantentzen duela konprobatuz.

Beraz, abiadura angeluarrak BC norabidean osagairik ez duela, hau da, $\omega_{BC} = 0$ dela ondorioztatu daiteke, abiadura angeluarra BC norabideari elkarzuta izango delarik eta $\vec{\omega}$ eta $\overrightarrow{BC}$ bektoreak eskalarki biderkatuz gero emaitz nulua lortuko delarik. Kasu honetan abiadura angeluarra determinatuta dago:

$$\vec{\omega} \cdot \vec{BC} = 0; \quad (\omega_x \vec{i} + \omega_y \vec{j} + \omega_z \vec{k}) \cdot (1,4 \vec{i} - 1,2 \vec{k}) = 0$$

Eta laugarren ekuazioa lortzen da, bertatik abiadura angeluarra kalkulatzeko posiblea izango delarik:

$$\omega_X 1,4 - \omega_Z 1,2 = 0 \quad ; \quad \omega_X = \frac{1,2}{1,4} \omega_Z \quad (4)$$

a) Hasierako hiru ekuazioak eta aurreko ariketan (AB barra errotulen bidez lotuta zegoenean) lortutakoak berdinak dira.

$$v_B = 0 + 1,2\omega_Y + 1,2\omega_Z \quad (1)$$

$$0 = -0,63 - 1,4\omega_Z - 1,2\omega_X \quad (2)$$

$$0 = 0 - 1,2\omega_X + 1,4\omega_Y \quad (3)$$

Kasu honetan, B puntuko abiadurarentzat balio berdina lortuko dela begi bistakoa da:

$$\vec{v}_B = -0,54\vec{i} \text{ [m/s]}$$

Beraz, B puntuko abiaduraren balioa, $v_B = -0,54$, lehenengo ekuazioan ordezkatu daiteke eta sistema lineala lau ekuazio linealen bidez definituta geratzen da, horietariko hiru linealki menpekoak izango direlarik:

$$v_B = 0 + 1,2\omega_Y + 1,2\omega_Z \quad (1)$$

$$0 = -0,63 - 1,4\omega_Z - 1,2\omega_X \quad (2)$$

$$0 = 0 - 1,2\omega_X + 1,4\omega_Y \quad (3)$$

$$\omega_X = \frac{1,2}{1,4} \omega_Z \quad (4)$$

Bigarren ekuazioan laugarrena ordezkatzuz:

$$0 = -0,63 - 1,4\omega_Z - 1,2 \frac{1,2}{1,4} \omega_Z \rightarrow \omega_Z = -0,2594 \quad ; \quad \omega_X = -0,2223 \quad ; \quad \omega_Y = -0,1907$$

$$\vec{\omega} = - \begin{Bmatrix} 0,2223 \\ 0,1907 \\ 0,2594 \end{Bmatrix} \text{ [rad/s]}$$

b) Azelerazioen kalkulurako era berean lan egiten da:

B puntuko azelerazioarentzat balio berdina lortuko dela jakina da:

$$\vec{a}_B = 0,4918\vec{i} \text{ [m/s}^2\text{]}$$

Aurreko ariketan azelerazioen eremurako lortu diren hiru ekuazioak gogoratzuz:

$$a_B = 0 + 1,2\alpha_Y + 1,2\alpha_Z + 0,3678 \quad (5)$$

$$0 = 0 - 1,4\alpha_Z - 1,2\alpha_X + 0,3153 \quad (6)$$

$$0 = 0 - 1,2\alpha_X + 1,4\alpha_Y + 0,1707 \quad (7)$$

Azkenengo ekuazioa, urkilak murrizten duen mugimendua kontutan izanda, hau da hurrengo biderkadura eskalarra nulua dela suposatuz:

$$\vec{\alpha} \cdot \overrightarrow{BC} = 0; \quad (\alpha_x \vec{i} + \alpha_y \vec{j} + \alpha_z \vec{k}) \cdot (1,4 \vec{i} - 1,2 \vec{k}) = 0$$

Eta zortzigarren ekuazioa lortzen da

$$\alpha_x 1,4 - \alpha_z 1,2 = 0 \quad (8); \quad \alpha_x = \frac{1,2}{1,4} \alpha_z$$

Bosgarren ekuazioan, $\alpha_B = 0,4918$ ordezkatuz (5), lau ekuazio linealetako hurrengo sistema lortzen da, horietariko hiru linealki menpekoak direlarik:

$$0,4918 = 0 + 1,2\alpha_y + 1,2\alpha_z + 0,3678 \quad (5)$$

$$0 = 0 - 1,4\alpha_z - 1,2\alpha_x + 0,3153 \quad (6)$$

$$0 = 0 - 1,2\alpha_x + 1,4\alpha_y + 0,1707 \quad (7)$$

$$\alpha_x = \frac{1,2}{1,4} \alpha_z \quad (8)$$

$$\text{Seigarren ekuazioan zortzigarren ekuazioa ordezkatuz } 0 = 0 - 1,4\alpha_z - 1,2 \frac{1,2}{1,4} \alpha_z + 0,3153 \rightarrow \alpha_z = 0,1298$$

$$\rightarrow \alpha_x = 0,1113; \alpha_y = -0,026$$

$$\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 0,1113 \\ -0,026 \\ 0,1298 \end{pmatrix} [\text{rad/s}^2]$$

Ondorioak

Lehenengo kasuan barra gidetara errotulen bidez lotzen denean, AB barrak hiru askatasun gradu ditu eta abiadura eta azelerazio angeluarrak indeterminatuak daude. Kasu honetan barrak bere ardatzaren inguruan zeukan biraketa A eta B puntuetako mugimenduarekiko menpekoa ez denez, errotazio hori anulatu da, suposaketa horretarako abiadura eta azelerazio angeluarrak kalkulatu. Barra irristagailuarekin urkilaren bidez lotzen denean, AB barrari biraketa bat murrizten zaio, bi askatasun gradu izatera pasatzen da, eta oraingoan, abiadura eta azelerazio angeluarrak determinatuak daude, eta beraz haien balioak kalkulatu daitezke.

Ariketa honetan eta aurreko ariketan proposatzen diren mugimenduen arteko ezberdintasunak ulertzeko aurkezten diren bideoak ikustea aholkatzen da.