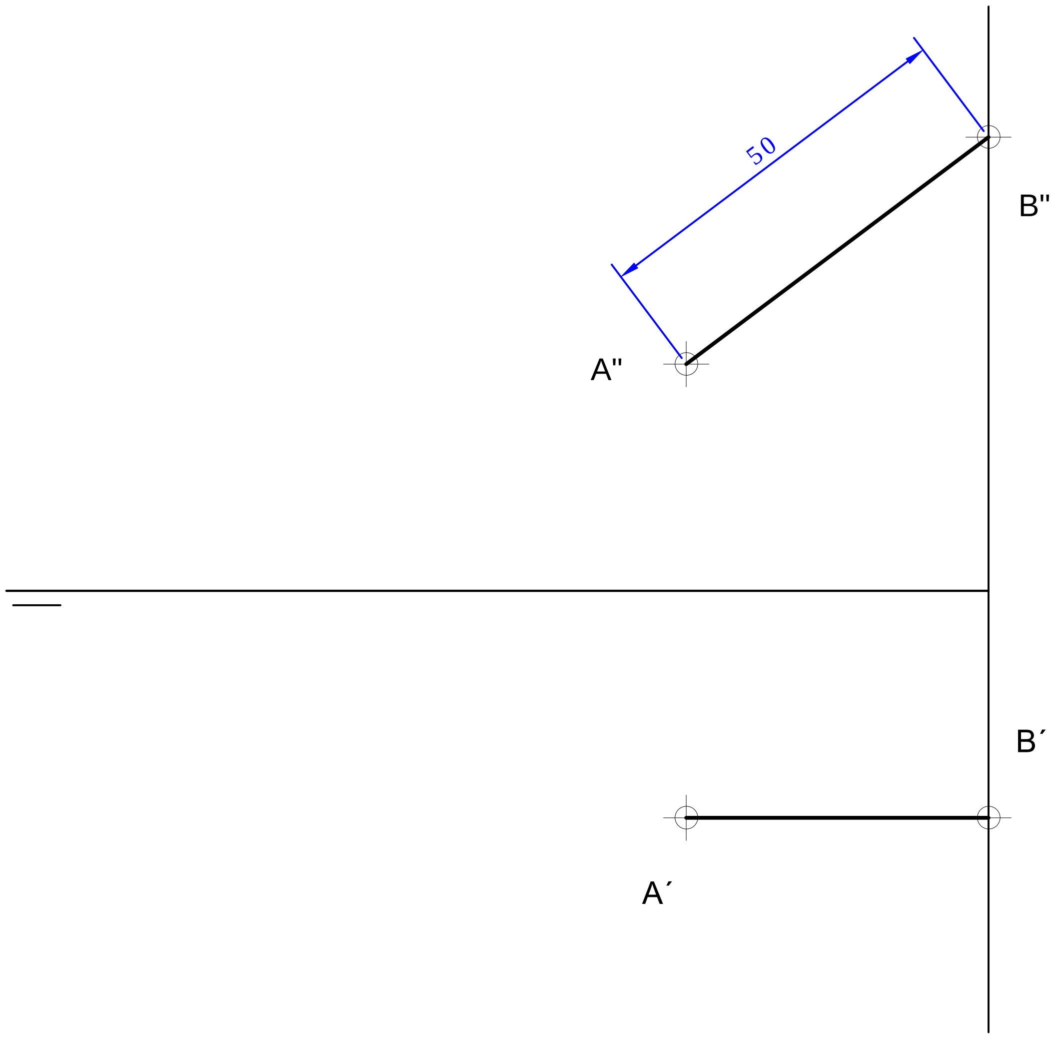
EJERCICIO 1

Calcular la distancia entre los puntos $A = (4,3,3)$ *y* $B = (0,3,6)$.

Calcular la distancia AB.

Al ser el segmento paralelo al PV su verdadera magnitud coincide con la proyección vertical.



Elisabete Alberdi Celaya, Irantzu Álvarez González, Mª Isabel Eguia Ribero, Mª José García López y Aitziber Unzueta Inchaurbe

EJERCICIO 1

Calcular la distancia entre los puntos A(4,3,3) y B(0,3,6).

Solución

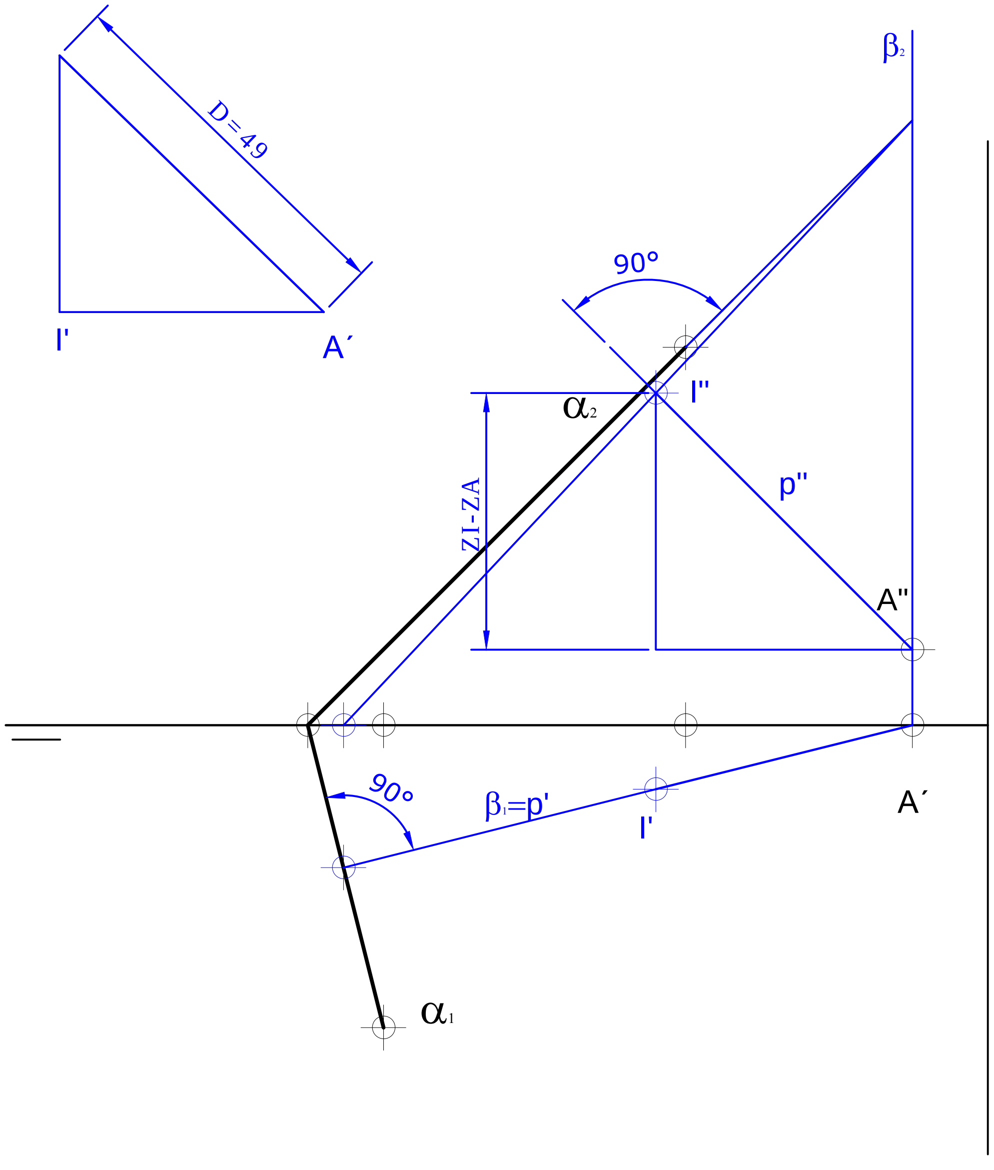
La distancia entre los puntos $A(4,3,3)$ y $B(0,3,6)$ viene dada por la siguiente fórmula:

$$d(A,B)=\sqrt{(4-0)^2+(3-3)^2+(3-6)^2}=\sqrt{25}=5$$

EJERCICIO 2

Hallar la distancia entre el punto $A = (1,0,1)$ *y el plano* $\alpha: 4x + y + 4z = 36$.

Calcular la distancia entre un punto A y el plano α.



Elisabete Alberdi Celaya, Irantzu Álvarez González, Mª Isabel Eguia Ribero, Mª José García López y Aitziber Unzueta Inchaurbe

EJERCICIO 2

Hallar la distancia entre el punto $A = (1,0,1)$ *y el plano* $\alpha: 4x + y + 4z = 36$

<u>Solución</u>

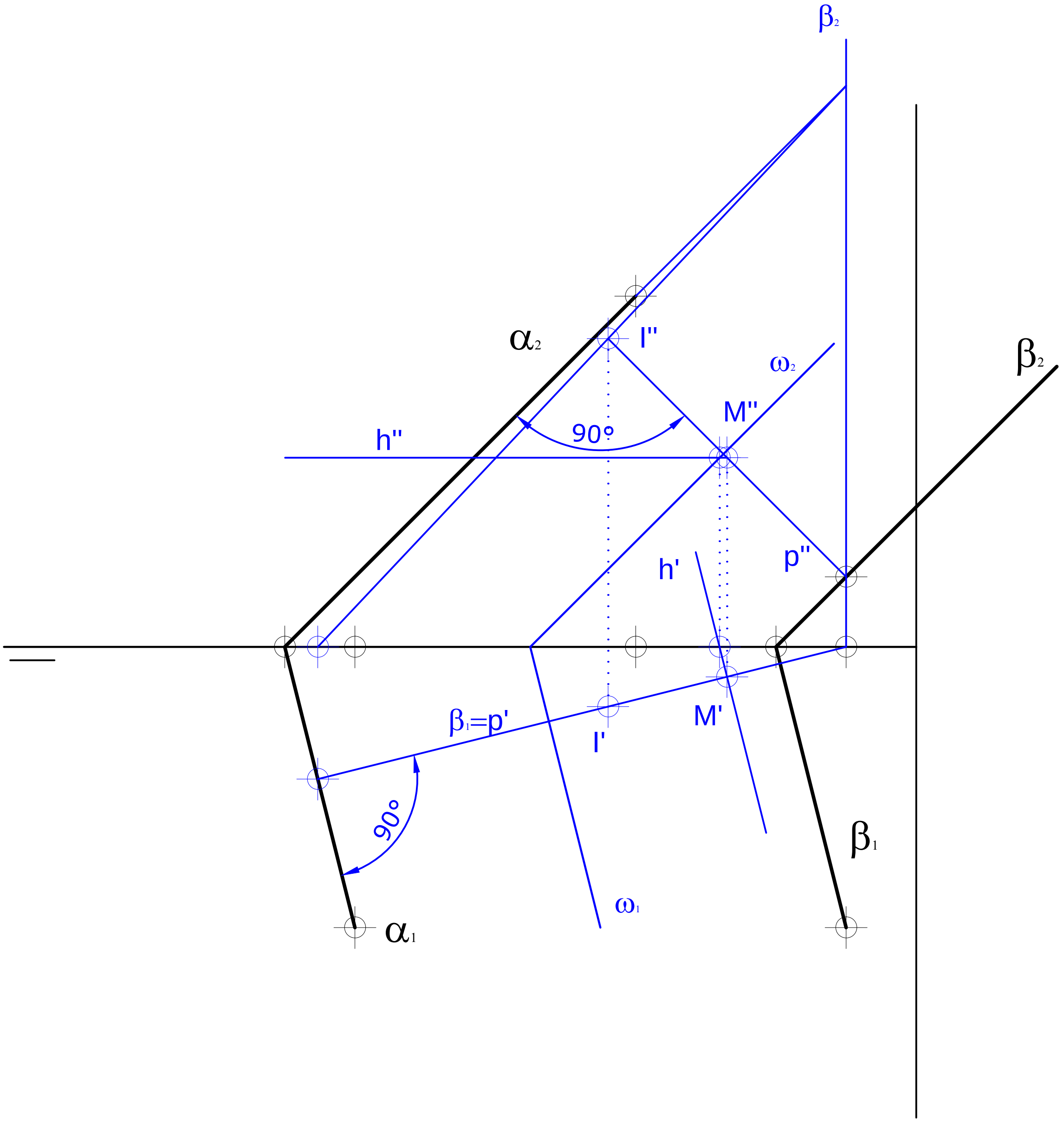
Se sabe que el vector normal al plano α es $\overrightarrow{n_\alpha} = (4,1,4)$. Aplicando la fórmula de la distancia entre un punto y un plano, se tiene que:

$$d(A,\alpha) = \frac{|4.1 + 1.0 + 4.1 - 36|}{\sqrt{4^2 + 1^2 + 4^2}} = \frac{28}{\sqrt{33}}$$

EJERCICIO 3

Hallar el plano mediador de los planos $\alpha : 4x + y + 4z = 36$ *y* $\beta : 4x + y + 4z = 8$.

Dibujar el plano mediatriz de los planos α y β.



Elisabete Alberdi Celaya, Irantzu Álvarez González, Mª Isabel Eguia Ribero, Mª José García López y Aitziber Unzueta Inchaurbe

EJERCICIO 3

Hallar el plano mediador de los planos $\alpha: 4x + y + 4z = 36$ *y* $\beta: 4x + y + 4z = 8$.

<u>*Solución:*</u>

Los planos α y β son paralelos ya que ambos tienen el vector $(4,1,4)$ como vector asociado, por lo que es posible calcular el plano mediador. Para calcular el plano mediador entre los planos α y β los pasos a realizar son:

- Considerar un punto cualquiera de los planos, por ejemplo, el punto $P_\beta = (0,8,0)$ de β y obtener la recta perpendicular a los planos r.

  Para que la recta sea perpendicular a α y β el vector director de la misma debe ser el vector normal de los planos, por lo la recta r viene determinada por las ecuaciones paramétricas:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow r: \begin{cases} x = 4\lambda \\ y = 8 + \lambda \\ z = 4\lambda \end{cases}$$

- Calcular la intersección de la recta r con el plano α:

$$4(4\lambda) + (8 + \lambda) + 4(4\lambda) = 36 \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{28}{33}$$

  Por lo que el punto de intersección es:

$$P_\alpha = \left(\frac{112}{33}, \frac{292}{33}, \frac{112}{33}\right)$$

- Obtener el punto P_γ , punto medio de los puntos P_β y P_α:

$$P_\gamma = \frac{P_\beta + P_\alpha}{2} = \left(\frac{56}{33}, \frac{273}{33}, \frac{56}{33}\right)$$

- Exigir que el punto P_γ pertenezca al plano mediador:

$$4\left(x - \frac{56}{33}\right) + \left(y - \frac{273}{33}\right) + 4\left(z - \frac{56}{33}\right) = 0 \Rightarrow$$

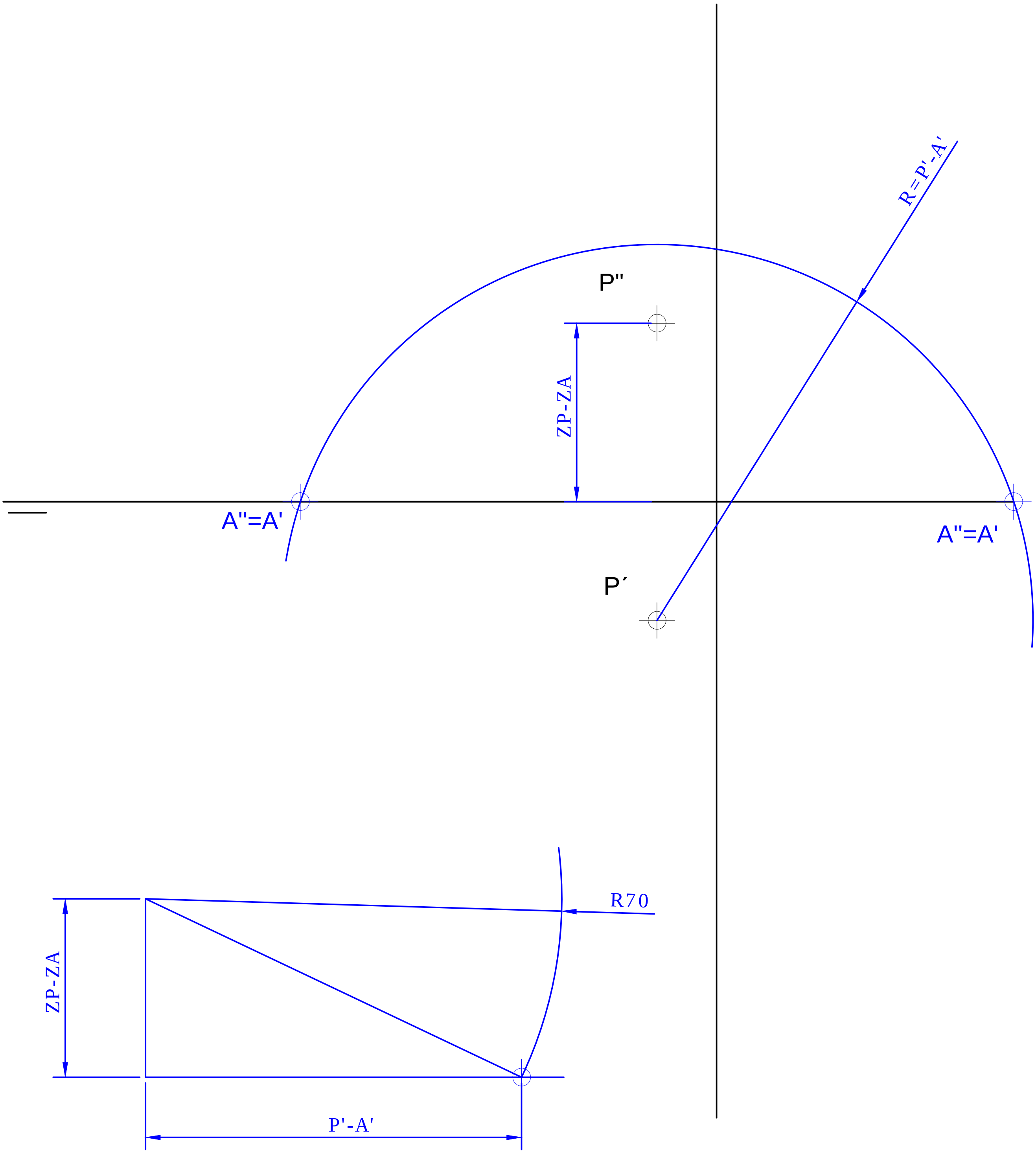
  El plano mediador de los planos α y β es:

$$4x + y + 4z - 22 = 0$$

EJERCICIO 4

La distancia del punto $P = (1,2,3)$ a otro punto A situado en el eje de abscisas es 7. Hallar las coordenadas del punto A.

Hallar las coordenadas del punto A sabiendo que pertenece a la Línea de Tierra y que la distancia a P es 70 mm.



Elisabete Alberdi Celaya, Irantzu Álvarez González, Mª Isabel Eguia Ribero, Mª José García López y Aitziber Unzueta Inchaurbe

EJERCICIO 4

La distancia del punto $P = (1,2,3)$ a un punto A del eje de abscisas es 7. Hallar las coordenadas del punto A.

<u>*Solución*</u>

Si el punto A está situado en el eje de abscisas, tanto su coordenada y como su coordenada z valen 0. Por tanto, $A = (x, 0,0)$.

Además se sabe que $d(P, A) = |\overrightarrow{PA}| = 7$. Entonces

$$\sqrt{(x-1)^2 + (0-2)^2 + (0-3)^2} = 7 \Rightarrow (x-1)^2 + 4 + 9 = 49 \Rightarrow$$

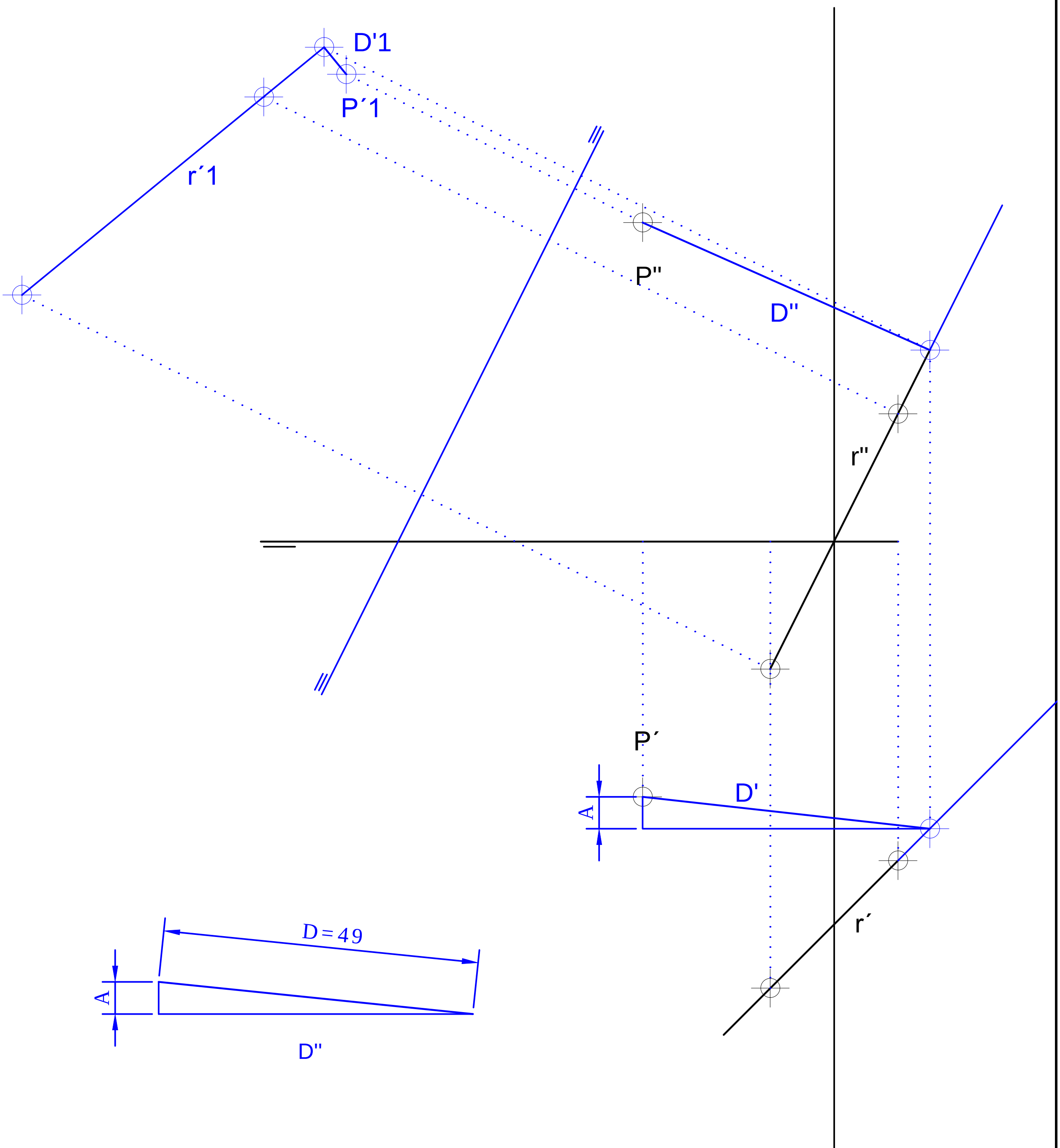
$$(x-1)^2 = 36 \Rightarrow x - 1 = \pm 6 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 6 \Rightarrow x = 7 \\ x - 1 = -6 \Rightarrow x = -5 \end{cases}$$

Se obtienen dos puntos que satisfacen las condiciones requeridas $A_1 = (7,0,0)$ y $A_2 = (-5,0,0)$.

EJERCICIO 5

Hallar la distancia del punto $P=(3,4,5)$ *a la recta* $r:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+5}{-1}$.

Hallar la distancia del punto P a la recta r.



Este ejercicio se ha resuelto por cambios de plano en la primera parte.

La distancia se ha calculado después por el triángulo de alejamientos.

Elisabete Alberdi Celaya, Irantzu Álvarez González, Mª Isabel Eguia Ribero, Mª José García López y Aitziber Unzueta Inchaurbe

EJERCICIO 5

Hallar la distancia del punto P(3,4,5) a la recta r: $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+5}{-1}$

<u>*Solución:*</u>

Se sabe que la distancia entre un punto y una recta se obtiene aplicando la fórmula

$$d(P,r) = \frac{\left|\overrightarrow{AP} \wedge \vec{v}_r\right|}{|\vec{v}_r|}$$

Siendo $\vec{v}_r = (1,2,-1)$ y $A = (-1,-2,-5)$ el vector director y un punto perteneciente a la recta r.

$$\overrightarrow{AP} = P - A = (4,6,10) \Rightarrow \overrightarrow{AP} \wedge \vec{v}_r = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 4 & 6 & 10 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = -26\vec{\imath} + 14\vec{\jmath} + 2\vec{k}$$

Por lo que $d(P,r) = \frac{\left|\overrightarrow{AP} \wedge \vec{v}_r\right|}{|\vec{v}_r|} = \frac{\sqrt{26^2+14^2+2^2}}{\sqrt{1+2^2+(-1)^2}} = \sqrt{146}$