Solución: A partir de dos puntos cualesquiera $A = (12,0,0)$ y $B = (2,4,4)$ de la recta r, se forma su vector director $\vec{u} = (5,-2,-2)$. Se sabe que el vector normal al plano $z = 0$ es $\vec{a} = (0,0,1)$ y el vector normal al plano $y = 0$ es $\vec{b} = (0,1,0)$, con lo que aplicando las fórmulas correspondientes:

- Angulo con el plano horizontal

$$\vartheta = arcsen\ \frac{|\vec{u}.\vec{a}|}{|\vec{u}|.|\vec{a}|} = arcsen \frac{|(5,-2,-2).(0,0,1)|}{\sqrt{25+4+4}\,.\sqrt{1}} = arcsen\ 0{,}3481 \Rightarrow \boxed{\vartheta = 20{,}37°}$$

- Angulo con el plano vertical

$$\vartheta = arcsen\ \frac{|\vec{u}.\vec{a}|}{|\vec{u}|.|\vec{a}|} = arcsen \frac{|(5,-2,-2).(0,1,0)|}{\sqrt{25+4+4}\,.\sqrt{1}} = arcsen\ 0{,}3481 \Rightarrow \boxed{\vartheta = 20{,}37°}$$

6.2. Ejemplos comunes a ambas materias

► ***Ejemplo 40 (A)***

Hallar el ángulo que forman la recta definida por los puntos $(7,2,2)$ y $(2,4,4)$ y el plano definido por los puntos $(5,1,4), (1,3,2)$ y $(7,4,1)$.

Solución: El vector director de la recta que pasa por los puntos $(7,2,2)$ y $(2,4,4)$ es $\vec{u} = (5,-2,-2)$. Como el plano definido por los puntos $(5,1,4), (1,3,2)$ y $(7,4,1)$ es $y + z = 5$, su vector normal es $\vec{n} = (0,1,1)$. Aplicando la fórmula correspondiente:

$$\vartheta = arcsen\ \frac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|} = arcsen \frac{|(5,-2,-2).(0,1,1)|}{\sqrt{25+4+4}\,.\sqrt{1+1}} = arcsen \frac{|-2-2|}{\sqrt{33}\,.\sqrt{2}} = arcsen \frac{|-4|}{\sqrt{66}}$$

$$= arscen\ 0{,}4924 \rightarrow \boxed{\vartheta = 29{,}49°}$$

►***Ejemplo 40 (D)***

Hallar el ángulo que forman las rectas r y el plano definido por los puntos ABC

Solución: Para hallar la solución se traza por un punto cualquiera de la recta r una recta perpendicular al plano (p). Ambas rectas definen un plano y como en el ejercicio anterior se abate y se mide el ángulo que forman las rectas abatidas.