

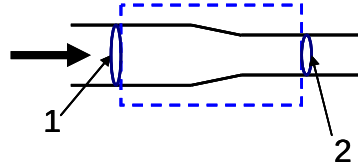
PROBLEMAS: Tema 4

1. En una tubería horizontal de 2 in de diámetro interior fluye leche de densidad relativa 1,032 a razón de 100 L/min a una presión de 0,7 kg/cm². Si la tubería se estrecha a 1,5 pulgadas de diámetro, ¿Cuál será la nueva presión en Pa? (Despréciase la pérdida de carga por fricción).

Se cumplen las condiciones para aplicar Bernoulli (fluido no compresible, estado estacionario, T constante, proceso adiabático).

Bernoulli:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g \cdot z_1 + H_p - h_f = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g \cdot z_2 \quad (1)$$



Simplificaciones:

Ambas secciones están a misma altura. $z_1 = z_2$

No existe sistema impulsión/bomba entre las secciones 1 y 2. $H_p = 0$

Las pérdidas de energía por fricción (entre la sección 1 y 2) son despreciables.

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} \quad [m^2 s^{-2}] \quad (2)$$

$$\frac{P_2}{\rho} = \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} - \frac{V_2^2}{2} \quad [m^2 s^{-2}] \quad (2a)$$

Para resolver debemos hallar V_1 , V_2 . Utilizaremos para ello el BM.

$$M_1 = M_2 \quad [Kg/s]$$

$$Q_1 = Q_2 \quad [m^3/s] \quad \text{o} \quad Q = V_1 S_1 = V_2 S_2$$

Por tanto,

$$V_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{1,67 \times 10^{-3} [m^3 s^{-1}]}{\pi \cdot 0,0508^2 / 4 [m^2]} \quad V_1 = 0,82 [ms^{-1}]$$

$$V_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{1,67 \times 10^{-3} [m^3 s^{-1}]}{\pi \cdot 0,0381^2 / 4 [m^2]} \quad V_2 = 1,46 [ms^{-1}]$$

Sustituyendo en la Ec. 2a obtenemos:

$$\frac{P_2}{\rho} = \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} - \frac{V_2^2}{2} = \frac{68,6 \times 10^3}{1032} + \frac{0,82^2 - 1,46^2}{2} \quad \frac{P_2}{\rho} = 65,77 [m^2 s^{-2}]$$

$$P_2 = 65,77 \times 1032 = 67,88 \times 10^3 [Nm^{-2}]$$

$$\text{Nota: } P_1 = 0,7 \left[\frac{kg}{cm^2} \right] * 9,8 [ms^{-2}] * 100^2 \left[\frac{cm^2}{m^2} \right] \quad P_1 = 68,6 \times 10^3 [Nm^{-2}]$$

4. Mediante un manómetro hemos comprobado que en una tubería horizontal de acero que transporta un líquido A se produce una caída de presión debida al rozamiento de 580 mm de columna de líquido A. La densidad del líquido A es $0,998 \text{ g cm}^{-3}$. La longitud de la tubería es de 40 m, su diámetro 20 pulgadas y la velocidad media del fluido es de 3 m/s. Determinar: _

- El número de Reynolds
- Si el flujo es laminar o turbulento
- La viscosidad del líquido A
- El caudal másico

$$D=20 \text{ in} = 0,508 \text{ m}$$

$$L=40 \text{ m}$$

$$V=3 \text{ m/s}$$

$$\rho=998 \text{ kg/m}^3$$

$$\varepsilon=45,7 \times 10^{-6} \text{ [m]}$$

$$\text{a) } Re = \frac{\rho V D}{\mu}$$

Sin embargo, se desconoce la viscosidad del fluido. Por tanto, no es posible calcular Re.

Una solución posible es utilizar el gráfico de Moody, el cual relaciona los valores de Re, ε/D y f para un flujo. Conocidas dos de ellas (ε/D y f) podremos hallar la tercera (Re).

Cálculo de f: Se cumplen las condiciones para aplicar Bernoulli (fluido no compresible, estado estacionario, T constante).

Bernoulli:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g \cdot z_1 + H_p - h_f = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g \cdot z_2 \quad [m^2 s^{-2}] \quad (1)$$

Simplificaciones:

Ambas secciones están a misma altura. $z_1=z_2$

No existe sistema impulsión/bomba entre las secciones 1 y 2. $H_p=0$

La velocidad es la misma en las secciones 1 y 2.

$$\frac{P_1}{\rho} - \frac{P_2}{\rho} = h_f \quad [m^2 s^{-2}]$$

Es decir, la caída de energía de presión es exactamente la pérdida de carga.

La pérdida de carga de un fluido en tubería viene dado por la ecuación:

$$h_{f,Total} = 2 \cdot f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{g} \quad [m] \quad (2)$$

La única incógnita en la Ec. 2 es el factor de fricción f .

$$0,58[m] = 2 \cdot f \cdot \frac{40[m]}{0,508[m]} \cdot \frac{3^2[m^2s^{-2}]}{9,8[ms^{-2}]}$$

$$f = 0,004$$

Y la rugosidad relativa:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{45,7 \cdot 10^{-6}}{0,508} = 0,00009$$

$$f = 0,004$$

(Gráfico de Moody) $Re = 2,4 \times 10^5$

b) $Re > 2100$; Flujo turbulento

c) Viscosidad del fluido

Si recuperemos la definición del Re ;

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} \quad 2,4 \cdot 10^4 = \frac{998[kgm^{-3}] 3[ms^{-1}] 0,508[m]}{\mu}$$

$$\mu = 0,0063 \left[\frac{kg}{m \cdot s} \right]$$

d) Flujo másico

$$M = Q \left[\frac{m^3}{s} \right] \rho \left[\frac{kg}{m^3} \right] = V \left[\frac{m}{s} \right] S [m^2] \rho \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

$$M = 3 \left[\frac{m}{s} \right] \cdot \frac{\pi 0,508^2}{4} [m^2] 998 \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

$$M = 606,95 \left[\frac{kg}{s} \right]$$

5. Se desea transportar zumo de uva desde un depósito refrigerado (a presión atmosférica) hasta el camión cisterna en el cual el zumo se encuentra a 1,5 atm de sobrepresión. Se desea llenar el camión con un caudal de 100 m³/h para no prolongar excesivamente el periodo de carga. Se utiliza una tubería ($\varepsilon=240 \times 10^{-6}$ m) de 20 cm de diámetro y 35 m de longitud. La entrada a la cisterna del camión se encuentra a 5 metros sobre el depósito refrigerado. Considérese las pérdidas de carga generadas por la salida del depósito ($L_e = 10$ m) y dos codos ($K = 0,55$ cada uno). Calcule la potencia de bombeo necesaria, considerando una eficacia de la bomba del 90%, en watt y en HP.

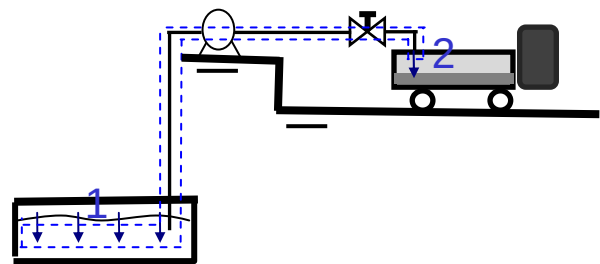
Datos zumo de uva: densidad específica 0,965, viscosidad 0,0025 Pa.s

Se cumplen las condiciones para aplicar Bernoulli (fluido no compresible, estado estacionario, T constante, proceso adiabático).

Bernoulli:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} + g \cdot z_1 + H_p - h_f = \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g \cdot z_2$$

$$[m^2 s^{-2}] \quad (1)$$



Simplificaciones:

La velocidad del flujo a través de la sección 1 es despreciable (porque $S_1 \gg S_2$).

La potencia de bombeo necesaria vendrá dada por la Ec 2.

$$H_p = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + h_{f,Total} \quad [m^2 s^{-2}] \quad (2)$$

$$P_2 - P_1 = 1,5 [atm] \times \frac{1013 \cdot 10^5 [Pa]}{1 [atm]} = 1,52 \cdot 10^5 [Pa]$$

$$V_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{100 / 3600}{\pi \cdot 0,2^2 / 4} = 0,88 [ms^{-1}]$$

$h_{f,Total}$: (tubería + salida depósito + dos codos)

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{965 \cdot 0,88 \cdot 0,2}{0,0025} = 6,8 \cdot 10^4 \quad \left\| \begin{array}{l} \text{(Graf. Moody)} \quad f=0,0059 \\ \frac{\varepsilon}{D} = \frac{240 \cdot 10^{-6}}{0,2} = 0,0012 \end{array} \right.$$

$$h_{f,Total} = 2 \cdot f \cdot \frac{(L + L_e)}{D} \cdot V^2 + 2 \cdot \left(K \frac{V^2}{2} \right) \quad [m^2 s^{-2}]$$

$$h_{f,Total} = 2 \cdot 0,0059 \cdot \frac{(35 + 10)}{0,2} \cdot 0,88^2 + 2 \cdot 0,55 \frac{0,88^2}{2} = 2,48 \quad [m^2 s^{-2}]$$

Finalmente, resolviendo la ec.2.

$$H_p = \frac{1,52 \cdot 10^5}{965} + \frac{0,88^2}{2} + 9,8 \cdot (5) + 2,48 = 157,5 + 0,4 + 49,0 + 2,48$$

$$H_p = 209,4 \left[m^2 s^{-2} \right] = \left[\frac{J}{kg} \right]$$

Y convirtiendo a unidades de potencia:

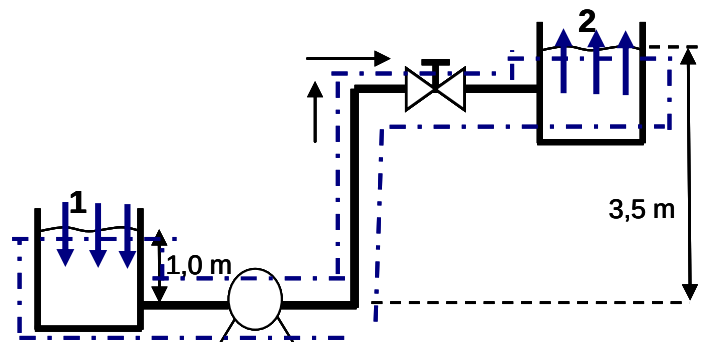
$$Pot = M \left[\frac{kg}{s} \right] \cdot H_p \left[\frac{J}{kg} \right] = \frac{100}{3600} \left[\frac{m^3}{s} \right] \cdot 965 \left[\frac{kg}{m^3} \right] \cdot 209,4 \left[\frac{J}{kg} \right] = 5613 [W] \times \frac{1}{0,9} = 6236 [W]$$

$$Pot = 6236 [W] \frac{1 [HP]}{746 [W]} = 8,4 [HP]$$

6. Se transporta aceite de girasol ($\rho=840 \text{ kg/m}^3$) a razón de 185000 kg/h entre dos depósitos mostrados en la figura. La altura de la capa de líquido en ambos depósitos permanece constante. La tubería es de acero de 13 pulgadas de diámetro. La bomba utilizada para ello consume $1,96 \text{ CV}$ de potencia. Calcule las pérdidas de energía a lo largo de la instalación. Calcule el porcentaje de la pérdida de carga total que se debe a los dos codos ($K=0,75$ para cada codo) existentes en la instalación.

Se cumplen las condiciones para aplicar Bernoulli (fluido no compresible, estado estacionario, T constante).

Elección del sistema y de las superficies de entrada (1) y salida (2) de flujo:



Interpretación de la ecuación de Bernoulli:

- La velocidad del flujo a través de la sección 1 y 2 es despreciable.
- $P_1=P_2$

$$\frac{V_1^2}{2} + z_1 g + \frac{P_1}{\rho} + H_p - h_f = \frac{V_2^2}{2} + z_2 g + \frac{P_2}{\rho} \quad [m^2 s^{-2}] = \left[\frac{J}{kg} \right] \quad (1)$$

Por tanto:

$$H_p = (z_2 - z_1) g + h_f \quad [m^2 s^{-2}] = \left[\frac{J}{kg} \right] \quad (2)$$

$$h_f = H_p - (z_2 - z_1) g \quad [m^2 s^{-2}] = \left[\frac{J}{kg} \right] \quad (3)$$

Para resolver, debemos hallar la potencia que se aporta al flujo, en unidades $m^2 s^{-2}$:

$$Pot = 1,96 [C.V.] \cdot \frac{746 [W]}{1 [C.V.]} = 1462 [W]$$

$$Pot = M \left[\frac{kg}{s} \right] \cdot H_p \left[\frac{J}{kg} \right]$$

$$H_p \left[\frac{J}{kg} \right] = \frac{1462 [W]}{51,39 \left[\frac{kg}{s} \right]} = 28,45 [m^2 s^{-2}] = \left[\frac{J}{kg} \right]$$

$$H_p [m] = \frac{1462 [W]}{51,39 \left[\frac{kg}{s} \right] 9,8 \left[\frac{m}{s^2} \right]} = 2,9 [m]$$

Finalmente a partir de la Ec. 3:

$$h_f = H_p - (z_2 - z_1)g [m^2 s^{-2}] = \left[\frac{J}{kg} \right]$$

$$h_f = 28,45 [m^2 s^{-2}] - 2,5 \cdot 9,8 [m^2 s^{-2}] = 3,95 [m^2 s^{-2}] = \left[\frac{J}{kg} \right]$$

b) Porcentaje de la h_f que corresponde a los codos.

$$h_{f,codo} = K \frac{V_2^2}{2} \quad (4)$$

$$K=0,75$$

Necesitamos conocer la velocidad del fluido a lo largo de la conducción (y del codo):

$$Q = \frac{M}{\rho} = \frac{51,39 \left[\frac{kg}{s} \right]}{840 \left[\frac{kg}{m^3} \right]} \quad Q = 61,17 \cdot 10^{-3} \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

$$V = \frac{Q}{S_2} = \frac{61,17 \cdot 10^{-3} \left[\frac{m^3}{s} \right]}{\pi 0,3302^2 / 4 [m^2]} \quad V = 0,71 [ms^{-1}]$$

Por tanto, la pérdida de carga que genera cada codo será:

$$h_{f,codo} = K \frac{V_2^2}{2} = 0,75 \frac{0,71^2}{2} \quad h_{f,codo} = 0,19 [m^2 s^{-2}]$$

Y finalmente la pérdida de carga de ambos codos:

$$h_{f,codos} = 2 \times 0,19 [m^2 s^{-2}] \quad h_{f,codos} = 0,38 [m^2 s^{-2}]$$

$$\% (h_{f,codos}) = \frac{0,38}{3,95} = 0,096 \quad \% (h_{f,codos}) = 9,6\%$$

14. Se desea transportar una salsa S a razón de 280 kg/min, desde la unidad de producción (reactor de mezcla perfecta A trabajando a presión atmosférica) hasta un depósito de almacenamiento abierto (B) desde el cual se procede al envasado. Se dispone de una instalación de bombeo con una potencia de 2000 W y un rendimiento del 71%. Calcule:

- La altura máxima que alcanzaría la salsa en el depósito B (valor de y en la figura).
- Resuelva el apartado a) suponiendo que el depósito B está cerrado y a una sobrepresión (por encima de la atmosférica) de 0,65 bar.

Propiedades de la salsa S:

Densidad	1,17 kg/dm ³
Viscosidad	2,4 cP
Peso molecular S	21,7 g/mol

Datos de la conducción:

Diámetro interior	6 cm
ε	3,6x10 ⁻² cm

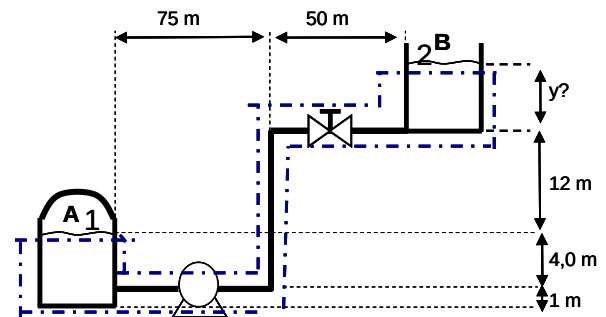
a) Se cumplen las condiciones para aplicar Bernoulli (fluido no compresible, estado estacionario, T constante).

Bernoulli:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + H_p - h_f = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \quad [m] \quad (1)$$

Simplificaciones:

- La velocidad del flujo a través de la sección 1 y 2 es despreciable porque S_1 y S_2 son muy superiores al diámetro de la tubería.
- La presión $P_1 = P_2 = P_{atm}$.



Así, la potencia de bombeo necesaria vendrá dada por la ec.2.

$$H_p = (z_2 - z_1) + h_f \quad [m] \quad (2)$$

Podemos hallar h_f en función de L y Q .

$$h_{f,Tubería} = 2 \cdot f \cdot \frac{(L)}{D} \cdot \frac{V^2}{g} \quad [m]$$

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1170 \cdot 1,41 \cdot 0,06}{0,0024} = 41,2 \cdot 10^3 \quad \left\| \begin{array}{l} \text{(Graf. Moody)} \quad f=0,0085 \\ \frac{\varepsilon}{D} = \frac{3,6 \cdot 10^{-2}}{6} = 0,006 \end{array} \right.$$

$$h_{f,Tubería} = 2 \cdot 0,0085 \cdot \frac{141}{0,06} \cdot \frac{1,41^2}{9,8} \quad h_{f,Tubería} = 8,1 [m]$$

Por otro lado, la carga que aporta la bomba puede calcularse como sigue:

$$Pot [W] = H_p [m] M \left[\frac{kg}{s} \right] g [ms^{-2}]$$

$$H_p[m] = \frac{Pot[W]}{M \left[\frac{kg}{s} \right] g [ms^{-2}]} = \frac{2000 \cdot 0,71}{280/60 \cdot 9,8} \quad H_p = 31,1[m]$$

Finalmente, resolviendo la ec. (2)

$$(z_2 - z_1) = H_p - h_f = 31,1 - 8,1 \quad (z_2 - z_1) = 22,95[m]$$

Y a partir de la geometría de la instalación:

$$(z_2 - z_1) = 12 + y \quad [m]$$

$$y = (z_2 - z_1) - 12 = 22,95 - 12 \quad y = 11[m]$$

b)

Al encontrarse el depósito B a sobrepresión, la ecuación de Bernoulli resultante es la siguiente:

$$H_p = (z_2 - z_1) + \frac{P_2 - P_1}{\rho g} + h_f \quad [m] \quad (1)$$

$$(z_2 - z_1) = H_p - \frac{P_2 - P_1}{\rho g} - h_f = 31,1 - \frac{0,65 \cdot 10^5}{1170 \cdot 9,8} - 8,1 = 31,1 - 5,67 - 8,1 \quad [m]$$

$$(z_2 - z_1) = 17,3 \quad [m]$$

$$y = (z_2 - z_1) - 12 = 17,3 - 12 \quad y = 5,3 \quad [m]$$

15. Se ha de alimentar un caudal de 40 L/min de una bebida alcohólica a una columna de destilación que trabaja a una sobrepresión de 2,5 atm. El licor procede de un depósito de nivel constante y a presión atmosférica. Las pérdidas de carga menores en la instalación equivalen a 7 metros de conducción. Determinar la potencia, en W, que ha de tener la bomba si está tiene un rendimiento del 75%. Indicar si el licor dejará de circular si se quita la bomba. Razonar la respuesta. Propiedades del licor: densidad 950 kg/m^3 , viscosidad $0,85 \text{ cP}$; calor específico $= 0,45 \text{ kcal/(kg } ^\circ\text{C)}$
La conducción tiene una rugosidad de $1,52 \times 10^{-6} \text{ m}$; diámetro interno $2,5 \text{ cm}$; diámetro externo $3,5 \text{ cm}$.

Bernouilli:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + H_p - h_f = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \quad [m] \quad (1)$$

Simplificaciones:

- La velocidad del flujo a través de la sección 1 es despreciable porque $S_1 \gg S_2$. Así, la potencia de bombeo necesaria vendrá dada por la Ec.2.

$$H_p = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2 - P_1}{\rho g} - (z_1 - z_2) + h_f \quad [m] \quad (2)$$

En primer lugar hallamos h_f .

$$h_{f,Tuberia} = 2 \cdot f \cdot \frac{(L)}{D} \cdot \frac{V^2}{g} \quad [m]$$

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{950 \cdot 1,36 \cdot 0,025}{0,00085} = 38000 \quad \parallel \quad (\text{Graf. Moody}) \quad f=0,0056$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{1,52 \cdot 10^{-5}}{0,025} = 0,00006 \quad \parallel$$

$$h_{f,Tuberia} = 2 \cdot 0,0056 \cdot \frac{(90 + 7)}{0,025} \cdot \frac{1,36^2}{9,8} \quad h_{f,Tuberia} = 8,2 [m]$$

Resolvemos la Ec.2:

$$H_p = \frac{1,36^2}{2 \cdot 9,8} + \frac{2,5 \cdot 1,013 \times 10^5}{950 \cdot 9,8} - (35) + 8,2 = 0,094 + 27,2 - 35 + 8,2 \quad H_p = 0,49 [m]$$

$$Pot [W] = H_p [m] \rho \left[\frac{kg}{m^3} \right] Q \left[\frac{m^3}{s} \right] g [ms^{-2}] = 0,49 \cdot 950 \cdot 6,67 \times 10^{-4} \cdot 9,8 = 3,04 [W]$$

3,04 W debe recibir el fluido. Teniendo en cuenta el rendimiento de la bomba:

$$Pot = \frac{1}{0,75} \cdot 3,04 = 4 [W]$$

b) Si $H_p=0$, $V_2>0$?

La ecuación de Bernoulli en este caso, viene dada por la Ec. 3:

$$H_p = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2 - P_1}{\rho g} - (z_1 - z_2) + h_f \quad [\text{m}] \quad (2)$$

$$0 = \frac{V_2^2}{2g} + \frac{P_2 - P_1}{\rho g} - (z_1 - z_2) + h_f \quad [\text{m}] \quad (3)$$

Si efectivamente existe flujo, los términos V_2 y h_f deben ser positivos.

$$\frac{V_2^2}{2g} + h_f > 0 \quad [\text{m}]$$

La ecuación de Bernoulli establece la siguiente relación:

$$\frac{V_2^2}{2g} + h_f = (z_1 - z_2) - \frac{P_2 - P_1}{\rho g} \quad [\text{m}]$$

Resolvemos,

$$(z_1 - z_2) - \frac{P_2 - P_1}{\rho g} = 35 - 27,1 > 0 \quad [\text{m}]$$

Por tanto, la diferencia de energía potencial del fluido ($z_1 - z_2$) es superior a la energía de presión que el fluido debe vencer para entrar en la columna de destilación ($(P_2 - P_1)/\rho g$). Habrá flujo.