

HIDROLOGÍA APLICADA

TEMA 5. EJERCICIOS



Estilita Ruiz Romera
Miren Martínez Santos

Ejercicios Tema 5

Problema 5.1.

Con los datos de la Tabla, calcular:

- a) Período de retorno o intervalo teórico de recurrencia para una avenida de 50 m³/s, empleando el método de Gumbel. Encontrar la magnitud de las avenidas de 2 y 25 años, mediante la aplicación de la distribución log tipo III Pearson.
- b) Determinar el tanto por ciento de tiempo para que sé de un flujo mensual igual o mayor a 28 m³/s. Determinar la descarga media mensual para ese caso.

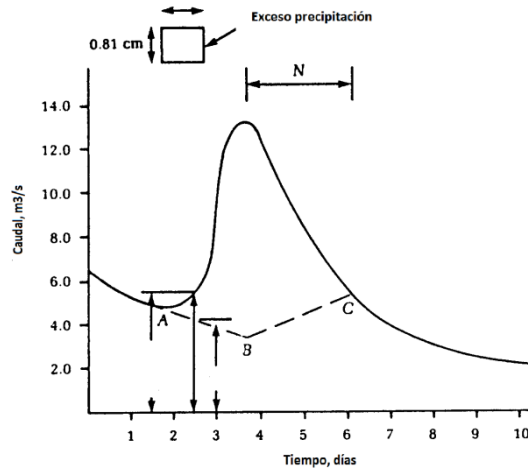
Descargas medias mensuales (periodo 1982-2002) para un río determinado:

Año	Enero	Febrero	Mar	Abril	Mayo	Junio	Julio	Agosto	Sep	Oct	Nov	Dic
1994	24.3	16.7	11.5	17.2	12.6	7.28	7.53	3.03	10.2	10.9	17.6	16.7
1995	15.3	13.3	14.2	36.3	13.5	3.62	1.93	1.83	1.93	3.29	5.98	12.7
1996	11.5	4.81	8.61	27.0	4.19	2.07	1.15	2.04	2.04	2.1	3.12	2.97
1997	11.1	7.9	41.1	6.77	8.27	4.76	2.78	1.46	1.46	1.44	4.02	4.45
1998	2.92	5.1	28.7	12.2	7.22	1.98	0.91	1.33	1.33	2.38	2.69	3.03
1999	7.14	10.7	9.63	21.1	10.2	5.13	3.03	3.12	3.12	2.61	3.00	3.82
2000	7.36	47.4	29.4	14.0	14.2	4.96	2.29	1.56	1.56	1.56	2.04	2.35
2001	2.89	9.57	17.7	16.4	6.83	3.74	1.60	1.13	1.13	1.42	1.98	2.12
2002	1.78	1.95	7.25	24.7	6.26	8.92	3.57	1.98	1.95	3.09	3.94	12.7
2003	13.8	6.91	12.9	11.3	3.74	1.98	1.33	1.16	0.85	2.63	6.49	5.52
2004	4.56	8.47	59.8	9.8	6.06	5.32	2.14	1.98	2.17	3.40	8.44	11.5
2005	13.8	29.6	38.8	13.5	37.2	22.8	6.94	3.94	2.92	2.89	6.74	3.09
2006	2.51	13.1	27.9	22.9	16.1	9.77	2.44	1.42	1.56	1.83	2.58	2.27
2007	1.61	4.08	14.0	12.8	33.2	22.8	5.49	4.25	5.98	19.6	8.5	6.09
2008	21.8	8.21	45.1	6.43	6.15	10.5	3.91	1.64	1.64	1.90	3.14	3.65
2009	8.92	5.24	19.1	69.1	26.8	31.9	7.05	3.82	8.86	5.89	5.55	12.6
2010	6.2	19.1	56.6	19.5	20.8	7.73	5.75	2.95	1.49	1.69	4.45	4.22
2011	15.7	38.4	14.2	19.4	6.26	3.43	3.99	2.79	1.79	2.35	2.86	10.9
2012	21.7	19.9	40.0	40.8	11.7	13.2	4.28	3.31	9.46	7.28	14.9	26.5
2013	31.4	37.5	29.6	30.8	11.9	5.98	2.71	2.15	2.38	6.03	14.2	11.5
2014	29.2	20.5	34.9	35.3	13.5	5.47	3.29	3.14	3.2	2.11	5.98	7.62

Problema 5.2.

- a) Determinar el HU para el hidrograma mostrado en la figura, para una cuenca de 200 km² de área.

- b) Calcular el hidrograma de escorrentía directa (HED) para dos eventos de 24 h de duración y separados 24 h. Considerar que el exceso de lluvia es de 2.80 cm y 4.81 cm para cada uno de los eventos respectivamente.



Problema 5.3

Calcular el hidrograma unitario de media hora de duración utilizando el hietograma de lluvia neta y el hidrograma de escorrentía directa de la Tabla.

Tiempo		Lluvia neta	Hidrograma de Escorrentia directa
Día	hora	mm	m ³ /s
24 mayo	20:30		
	21:00		
	21:30		
	22:00	26.95	12.1
	22:30	49.05	54.5
	23:00	45.95	150.0
	23:30		258.6
23 mayo	0:00		300.9
	0:30		221.9
	1:00		111.1
	1:30		52.3
	2:00		39.7
	2:30		23.5
	3:00		8.9
	3:30		
	4:00		
	4:30		

Problema 5.4.

Calcular el hidrograma unitario sintético de seis horas de duración ($tR = 6$ h) para una subcuenca de 2500 km^2 donde se ha medido los parámetros $L = 100 \text{ km}$ y $L_c = 50 \text{ km}$.

Datos: $C_t = 2.64$ y $C_p = 0.56$.

Problema 5.5.

Sabiendo que la cuenca que vierte al Embalse de Alhama de Granada es de 54.3 km^2 y su tiempo de concentración de 4.5 horas, calcular el hidrograma unitario (1 cm) para una duración de 15 minutos según el método del SCS.

Problema 5.6.

En la cuenca vertiente al embalse del Problema 12, de 54.3 km^2 , se han trazado las líneas isócronas cada media hora, obteniéndose la relación área-tiempo (ver tabla). Calcular el hidrograma unitario sintético de Clark utilizando dicha relación.

Tiempo (h)	%	Área (km^2)
0	0	0
0.5	5.16	2.8
1	8.04	4.37
1.5	18.36	9.97
2	17.00	9.23
2.5	14.72	7.99
3	13.20	7.17
3.5	9.86	5.36
4	7.28	3.96
4.5	6.37	3.46
5	0	0

Problema 5.7.

Un depósito de retención de aguas pluviales tiene un área de 4110 m^2 , paredes verticales y la salida se realiza a través de una tubería de 1.5 m de diámetro. La relación entre el nivel de agua dentro del depósito y el caudal de salida se da en la Tabla a. Calcular el hidrograma de salida del depósito por el método del embalse a nivel, considerando el hidrograma de entrada de la Tabla. Considerar que el depósito está inicialmente vacío.

H (m)	Q (m ³ /s)
0	0
0.3	0.227
0.6	0.850
0.9	1.700
1.2	2.747
1.5	3.880
1.8	4.900
2.1	5.805
2.4	6.541
2.7	7.164
3	7.787

tabla a

T (min)	I (m ³ /s)
0	0
10	3.4
20	6.8
30	10.2
40	6.8
40	3.4
60	0
70	
80	
90	
100	
110	
120	

tabla b

Problema 5.8.

Considerando los datos de entradas y salidas para el tramo de un río. (Tabla). Calcular el almacenamiento de cauce en intervalos de 6 h y determinar los mejores valores de K y de x por el método de análisis del paso de avenidas Muskingum.

Datos:

Fecha	Tiempo (h)	Entradas (m ³ /s)	Salidas (m ³ /s)
1	06	30	30
	12	120	39
	18	286	45
	24	412	93
2	06	373	181
	12	306	237
	18	246	264
	24	198	261
3	06	165	246
	12	141	225
	18	123	202
	24	108	184
4	06	93	174
	12	81	153
	18	72	135
	24	63	117

RESOLUCIÓN DE LOS PROBLEMAS

Problema 5.1.

1) Considerando los datos aportados en la tabla, se selecciona para cada año el caudal máximo registrado y se anota el número de veces o frecuencia (m) con que dicho valor se excede a lo largo de los años.

2) Con el valor de m, se calcula para cada año el periodo de retorno (T) utilizando la fórmula de Weibull:

$$T=(n+1)/m, \text{ siendo } n =50 \text{ años}$$

3) Con los datos de la Tabla 1, se calcula la probabilidad de que dicho caudal máximo (X) se repita. Para ello se utiliza el método de Gumbel:

$$P = 1 - e^{-e^{-b}}$$

Donde b se calcula a partir del caudal medio (\bar{X}) de todos los caudales máximos de la serie, siendo éste de 36,41, y la desviación estándar, $\sigma = 13,93$.

$$b = \frac{1(X - \bar{X} + 0,45\sigma)}{0,7797\sigma}$$

Por ejemplo para un valor de X= 50 el valor de b será:

$$b = [1/0,7797 \times 13,93] [50 - 36,41 + 0,45 (13,93)] = 1,83$$

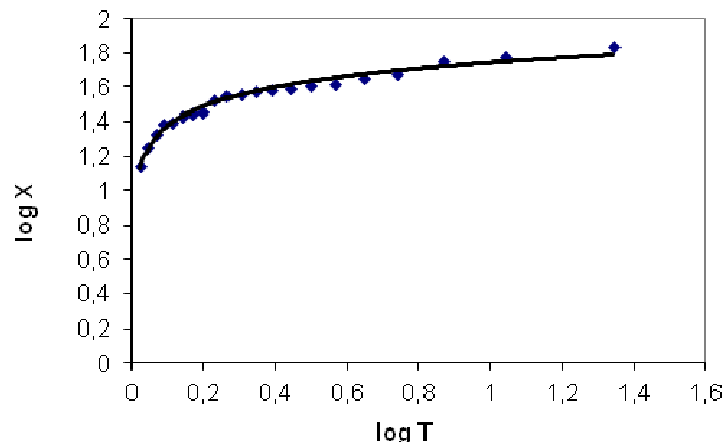
Calculamos el intervalo de recurrencia o período de retorno:

$$T = 1/(1 - e^{-e^{-1,83}}) = 6,73 \text{ años.}$$

Representamos gráficamente los valores de caudal máximo respecto al período de retorno mediante un gráfico logarítmico y calculamos para T=2 y T=25 el caudal máximo: $X_2 = 38 \text{ m}^3/\text{s}$ y $X_{25} = 66 \text{ m}^3/\text{s}$

Año	Caudal máximo, X (m ³ /s)	m	T=n+1/m	X-Xme	(X-Xmed) ²	logX	log X - logXmed	(logX-logXmed) ²	(logX-logX) ³
1982	24,3	18	1,2	-12,11	146,6	1,386	-0,144	0,021	-0,003
1983	36,3	11	2,0	-0,11	0,0	1,560	0,030	0,001	0,000
1984	27	16	1,4	-9,41	88,5	1,431	-0,098	0,010	-0,001
1985	41,1	6	3,7	4,69	22,0	1,614	0,084	0,007	0,001
1986	28,7	14	1,6	-7,71	59,4	1,458	-0,072	0,005	0,000
1987	21,1	19	1,2	-15,31	234,4	1,324	-0,205	0,042	-0,009
1988	47,4	4	5,5	10,99	120,8	1,676	0,146	0,021	0,003
1989	17,7	20	1,1	-18,71	350,0	1,248	-0,282	0,079	-0,022
1990	24,7	17	1,3	-11,71	137,1	1,393	-0,137	0,019	-0,003
1001	13,8	21	1,0	-22,61	511,2	1,140	-0,390	0,152	-0,059
1992	59,8	2	11,0	23,39	547,1	1,777	0,247	0,061	0,015
1993	38,8	8	2,8	2,39	5,7	1,589	0,059	0,003	0,000

1994	27,9	15	1,5	-8,51	72,4	1,446	-0,084	0,007	-0,001
1995	33,2	13	1,7	-3,21	10,3	1,521	-0,009	0,000	0,000
1996	45,1	5	4,4	8,69	75,5	1,654	0,124	0,015	0,002
1997	69,1	1	22,0	32,69	1.068,7	1,839	0,310	0,096	0,030
1998	56,6	3	7,3	20,19	407,7	1,753	0,223	0,050	0,011
1999	38,4	9	2,4	1,99	4,0	1,584	0,055	0,003	0,000
2000	40,8	7	3,1	4,39	19,3	1,611	0,081	0,007	0,001
2001	37,5	10	2,2	1,09	1,2	1,574	0,044	0,002	0,000
2002	35,3	12	1,8	-1,11	1,2	1,548	0,018	0,000	0,000
media	36,41				3.883	1,53		0,60	



4) Usando los datos de la Tabla 1 posemos conocer la magnitud de las avenidas de 2 y 25 años, mediante la aplicación de la distribución log tipo III Pearson.

$$\log X = \overline{\log X} + K \sigma_{\log X}$$

$$g = \frac{n \sum (\log X - \overline{\log X})^3}{(n-1)(n-2)(\sigma_{\log X})^3}$$

Donde: $K = f(g, T)$; g es el coeficiente de desviación y de T período de retorno (relación en tablas)

Se calcula $\sigma_{\log X} = 0,1735$ y $g = -0,3734$.

Con los valores de K y g para cada intervalo de tiempo podemos calcular para crecidas con un periodo de retorno de 2 y 25 años el valor del caudal máximo, siendo éste de $X_2 = 34,68 \text{ m}^3/\text{s}$ y $X_{25} = 64,69 \text{ m}^3/\text{s}$, respectivamente.

5) Utilizando ambos métodos (Gumbel y Pearson III) se obtienen los siguientes caudales (m^3/s):

	<u>Gumbel</u>	<u>Pearson III</u>
Avenida de 2 años	38	34,68
Avenida de 25 años	66	64,69

6) Para conocer el porcentaje de tiempo en el cual un caudal mensual sea igual o mayor de $28 \text{ m}^3/\text{s}$, se emplea el método de series completas.

a) Para ello se organizan los datos de caudales medios en intervalos de clase y, posteriormente, se registra el número de observaciones en cada intervalo (ver tabla 2).

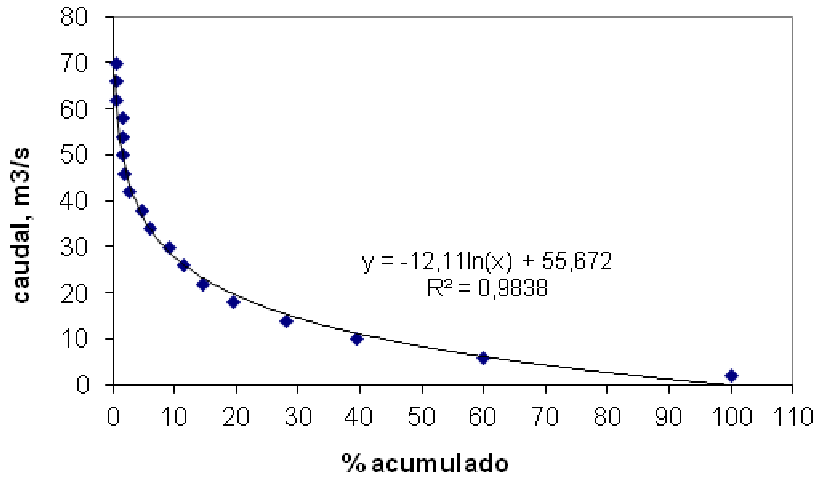
b) Se calcula la acumulada partiendo de valores de eventos de mayor caudal, de abajo hacia arriba.

c) Se representa el caudal mensual, m^3/s con respecto al % de tiempo en el que dicho caudal ha sido igualado o superado, ver gráfico.

d) Usando dicho gráfico, se obtiene que para un caudal de $28 \text{ m}^3/\text{s}$ el % es de un 10%, es decir, que la probabilidad de que se de ese evento suceda es del 10%.

Tabla 2.

media, m^3/s	Intervalos de clase, m^3/s	Eventos en cada intervalo	Acumulada	% acumulado
2	0-4	106	264	100
6	4-8	54	158	59,85
10	8-12	30	104	39,39
14	12-16	23	74	28,03
18	16-20	13	51	19,32
22	20-24	8	38	14,39
26	24-28	6	30	11,36
30	28-32	8	24	9,09
34	32-36	4	16	6,06
38	36-40	5	12	4,55
42	40-44	2	7	2,65
46	44-48	1	5	1,89
50	48-52	0	4	1,52
54	52-56	0	4	1,52
58	56-60	3	4	1,52
62	60-64	0	1	0,38
66	64-68	0	1	0,38
70	68-72	1	1	0,38



Problema 5.2.

1) Con el área de la cuenca podemos calcular N, número de días de caudal pico a curva de agotamiento, mediante la expresión $N = 0,83A^{0,2}$. Obteniéndose un valor de $N = 2,4$ días.

2) Alargamos la línea de caudal base A hasta B (máximo de caudal) y unimos C con B. El área por encima de ABC correspondería al caudal de escorrentía directa, mientras que el área por debajo se correspondería con el caudal base.

3) Para intervalos diferentes de tiempo (en días) podemos calcular la descarga total y el caudal base a partir del hidrograma (ver datos de tabla)

Intervalo de tiempo (días)	Descarga total m³/s	Caudal base m³/s	HDR m³/s	Incremento de volumen (m³)
2-3	5,5	4,3	1,2	103680
3-4	13,0	3,6	9,4	812160
4-5	10,2	4,0	6,2	535680
5-6	6,8	4,9	1,9	164160
			Σ	1615680

4) Para cada intervalo de tiempo podemos calcular el valor de escorrentía directa o caudal (HDR) como la diferencia entre ambos, ver tabla.

5) Tomando como intervalo de tiempo un día (24 h) se calcula el incremento de volumen en m³.

6) Con el volumen total y el área de la cuenca se calcula la altura de la precipitación, en cm:

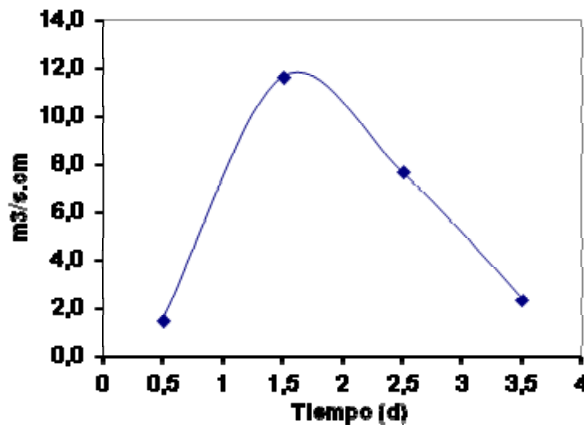
$$16150680 \text{ m}^3 / (200 \text{ km}^2 \cdot 10^6 \text{ m}^2 / \text{km}^2) = 0,81 \text{ cm}$$

7) Se trazan las ordenadas del hidrograma unitario como cociente entre el HRD y la altura de tormenta:

$$1,2 / 0,81 = 1,5 \text{ m}^3 / \text{s} \cdot \text{cm}$$

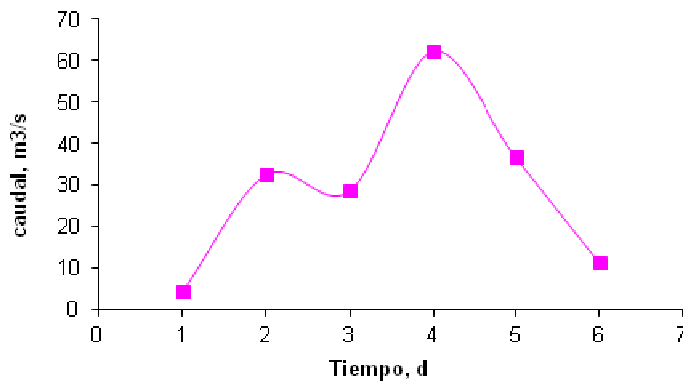
Se calcula para cada intervalo de tiempo y se obtienen las ordenadas del HU (ver tabla y gráfico)

Tiempo (días)	HU m ³ /s.cm
0,5	1,5
1,5	11,6
2,5	7,7
3,5	2,3
TOTAL	23,1



8) Para calcular el HED para los dos eventos de precipitación, de 2,8 cm y 4,81 cm, se considera que el hietograma de lluvia neta está formado por 3 bloques (N), mientras que el HU está formado por 4 bloques. Para calcular M (número de ordenadas del HED), tendremos $N-M+1 = N - 3 + 1 = 4$ (ordenadas del HU). Se calcula N= 6 y se traza el hidrograma de escorrentía directa correspondiente. Ver tabla y gráfico

Tiempo	HU, m ³ /s.cm		tiempo,dias	Precip, cm	HED, m ³ /s	
0	0		1	2,8	4,2	p1u1
0,5	1,48	u1	2		32,5	p2u2 + p1u2
1,5	11,61	u2	3	4,81	28,6	p3u1+p2u2+p1u3
2,5	7,65	u3	4		62,4	p3u2+p2u3+p1u4
3,5	2,35	u4	5		36,8	p3u3+p2u4+p1u5
			6		11,3	p3u5+p2u6+p1u7



Problema 5.3.

1) El hietograma de lluvia neta está formado por 3 bloques, mientras que el hidrograma de escorrentía directa está formado por 11 valores, es decir que $M = 3$ y $N = 11$. Por lo tanto, tendremos $N-M+1 = 11 - 3 + 1 = 9$ ordenadas del hidrograma unitario. Las 11 ecuaciones quedarían planteadas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= P_1U_1 \\
 Q_2 &= P_2U_1 + P_1U_2 \\
 Q_3 &= P_3U_1 + P_2U_2 + P_1U_3 \\
 Q_4 &= P_3U_2 + P_2U_3 + P_1U_4 \\
 Q_5 &= P_3U_3 + P_2U_4 + P_1U_5 \\
 Q_6 &= P_3U_4 + P_2U_5 + P_1U_6 \\
 Q_7 &= P_3U_5 + P_2U_6 + P_1U_7 \\
 Q_8 &= P_3U_6 + P_2U_7 + P_1U_8 \\
 Q_9 &= P_3U_7 + P_2U_8 + P_1U_9 \\
 Q_{10} &= P_3U_8 + P_2U_9 \\
 Q_{11} &= P_3U_9
 \end{aligned}$$

2) Estas ecuaciones pueden resolverse por eliminación gaussiana, que consiste en aislar cada una de las variables desconocidas y resolverlas sucesivamente. En este caso puede empezar a resolverse desde arriba hacia abajo, a partir de U_1 , o bien, desde abajo hacia arriba, a partir de U_9 . Nosotros comenzaremos a partir de U_1 :

$$U_1 = \frac{Q_1}{P_1} = \frac{12,1 \text{ m}^3 / \text{s}}{26,95 \text{ mm}} = 0,449 \frac{\text{m}^3 / \text{s}}{\text{mm}}$$

$$U_2 = \frac{Q_2 - P_2 U_1}{P_1} = \frac{54,5 - 49,05 \cdot 0,449}{26,95 \text{ mm}} = 1,205 \frac{\text{m}^3 / \text{s}}{\text{mm}}$$

$$U_3 = \frac{Q_3 - P_3 U_1 - P_2 U_2}{P_1} = \frac{150 - 45,95 \cdot 0,449 - 49,05 \cdot 1,205}{26,95 \text{ mm}} = 2,607 \frac{\text{m}^3 / \text{s}}{\text{mm}}$$

$$U_4 = \frac{Q_4 - P_3 U_2 - P_2 U_3}{P_1} = \frac{258,6 - 45,95 \cdot 1,205 - 49,05 \cdot 2,607}{26,95 \text{ mm}} = 2,796 \frac{\text{m}^3 / \text{s}}{\text{mm}}$$

$$U_5 = \frac{Q_5 - P_3 U_3 - P_2 U_4}{P_1} = \frac{300,8 - 45,95 \cdot 2,607 - 49,05 \cdot 2,796}{26,95 \text{ mm}} = 1,628 \frac{\text{m}^3 / \text{s}}{\text{mm}}$$

$$U_6 = \frac{Q_6 - P_3 U_4 - P_2 U_5}{P_1} = \frac{221,8 - 45,95 \cdot 2,796 - 49,05 \cdot 1,628}{26,95 \text{ mm}} = 0,500 \frac{\text{m}^3 / \text{s}}{\text{mm}}$$

$$U_7 = \frac{Q_7 - P_3 U_5 - P_2 U_6}{P_1} = \frac{111 - 45,95 \cdot 1,628 - 49,05 \cdot 0,5}{26,95 \text{ mm}} = 0,433 \frac{\text{m}^3 / \text{s}}{\text{mm}}$$

$$U_8 = \frac{Q_8 - P_3 U_6 - P_2 U_7}{P_1} = \frac{52,3 - 45,95 \cdot 0,5 - 49,05 \cdot 0,433}{26,95 \text{ mm}} = 0,300 \frac{\text{m}^3 / \text{s}}{\text{mm}}$$

$$U_9 = \frac{Q_9 - P_3 U_7 - P_2 U_8}{P_1} = \frac{39,7 - 45,95 \cdot 0,433 - 49,05 \cdot 0,3}{26,95 \text{ mm}} = 0,189 \frac{\text{m}^3 / \text{s}}{\text{mm}}$$

3) Para comprobar si se ha calculado correctamente el hidrograma unitario, se puede calcular el volumen de escorrentía directa. Para ello, se deben sumar todas las ordenadas del hidrograma unitario, obteniéndose un valor de 10,107 m³/s*mm. Considerando el intervalo de tiempo de 30 min = 1800 s, se divide éste por el área y comprobamos que el volumen de escorrentía directa del hidrograma unitario es 1mm.

Problema 5.4.

1) Con los datos de los parámetros, $C_t = 2,64$ y $C_p = 0,56$, podemos operar y calcular de la siguiente manera:

$$t_p = 0,75 C_t (LLC)^{0,3} = 0,75 \cdot 2,64 \cdot (100 \cdot 50)^{0,3} = 25,5 \text{ h}$$

$$t_r = \frac{t_p}{5,5} = 4,64 \text{ h}$$

$$t_{pR} = t_p - \frac{t_r - t_R}{4} = 25,5 + \frac{4,64 - 6}{4} = 25,8 \text{ h}$$

$$q_p = \frac{2,75 C_p}{t_p} = \frac{2,75 \cdot 0,56}{25,5} = 0,0604 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{km}^2 \cdot \text{cm}}$$

$$q_{pR} = \frac{q_p \cdot t_p}{t_{pR}} = \frac{0,0604 \cdot 25,5}{25,8} = 0,0597 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{km}^2 \cdot \text{cm}}$$

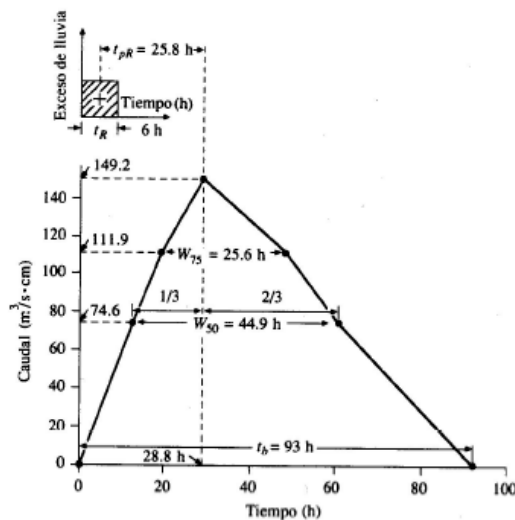
$$Q_{pR} = q_{pR} \cdot A = 0,0597 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{km}^2 \cdot \text{cm}} \cdot 2500 \text{ km}^2 = 149,2 \frac{\text{m}^3}{\text{s} \cdot \text{cm}}$$

$$W_{50} = 2,14 q_{pR}^{-1,08} = 2,14 \cdot 0,0597^{-1,08} = 44,9 \text{ h} \qquad 0,50 \cdot Q_{pR} = 74,6 \text{ m}^3/\text{s}/\text{cm}$$

$$W_{75} = 1,22 q_{pR}^{-1,08} = 1,22 \cdot 0,0597^{-1,08} = 25,6 \text{ h} \qquad 0,75 \cdot Q_{pR} = 111,9 \text{ m}^3/\text{s}/\text{cm}$$

$$t_p = \frac{5,56}{q_{pR}} = \frac{5,56}{0,0597} = 93,1 \text{ h}$$

2) Con estos datos trazamos el Hidrograma Unitario de la siguiente figura:



3) Se verifica que el volumen del hidrograma es efectivamente la unidad. Calculamos la superficie del hidrograma descomponiéndola en figuras simples:

$$Ve = 0,5 ((93,1+44,9)74,6+(44,9+25,6)(111,9-74,6)+25,6(149,2-111,9)) = 6940$$

$$m^3h/s*cm *3600s/cm = 2,498*107 m^3$$

4) La lluvia efectiva correspondiente, se obtiene dividiendo el volumen de escorrentía efectiva (Ve) por el área de la cuenca, dándonos un valor de 1 cm.

Problema 5.5.

1) Con la información del tiempo de concentración, podemos calcular el tiempo de retardo (*t_{lag}*) de la siguiente manera:

$$t_{lag} = 0,35 \cdot T_c = 0,35 \cdot 4,5 \text{ horas} = 1,58 \text{ horas}$$

2) Calculamos el tiempo al pico (*T_p*) para un tiempo de duración de 15 min (0,25 h), *t_r* = 0,25 horas:

$$T_p = \frac{t_r}{2} + t_{lag} = \frac{0,25}{2} + 1,58 = 1,7 \text{ horas}$$

3) Con los datos de *T_p* y el área, calculamos el caudal *q_p*:

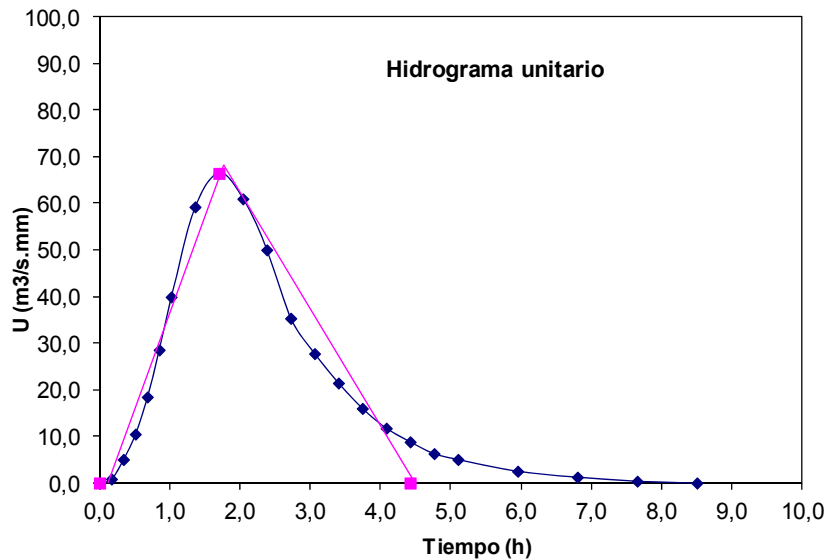
$$q_p = \frac{2,08A}{T_p} = \frac{2,08 \cdot 54,3}{1,7} = 66,44 \frac{m^3}{s \cdot cm}$$

4) El hidrograma adimensional del SCS, lo convertimos en un hidrograma cuya duración es de 15 minutos para esta cuenca. Para ello, multiplicamos el valor del eje de abscisas por el valor de *T_p* y los valores de los ejes de ordenadas por *q_p* (ver tabla).

t/T _p	q/Q _p	t, h	q, m ³ /s.cm	volumen
0	0,00	0,00	0,0	
0,1	0,01	0,17	0,9	264
0,2	0,08	0,34	5,0	1809
0,3	0,16	0,51	10,5	4757
0,4	0,28	0,68	18,5	8864
0,5	0,43	0,85	28,6	14394
0,6	0,60	1,02	39,9	20960
0,8	0,89	1,36	59,3	60705
1	1,00	1,70	66,4	76928
1,2	0,92	2,04	61,0	77986
1,4	0,75	2,38	50,0	67943
1,6	0,53	2,72	35,3	52248
1,8	0,42	3,06	27,8	38627
2	0,323	3,40	21,5	30129
2,2	0,241	3,74	16,0	22932
				16996
2,4	0,18	4,08	11,8	
2,6	0,13	4,42	8,8	12605
2,8	0,10	4,76	6,3	9270
3	0,08	5,10	5,0	6953
3,5	0,04	5,95	2,5	11588
4	0,02	6,80	1,3	5794

4,5	0,01	7,65	0,4	2541
5	0,00	8,50	0,0	610
Σ				544903

5) El hidrograma unitario triangular puede dibujarse con los valores de $t_b = 2,67$ horas y $T_p = 4,54$ horas. El diagrama triangular (valores en rosa) y el del SCS (valores en azul) se representan en la figura siguiente:



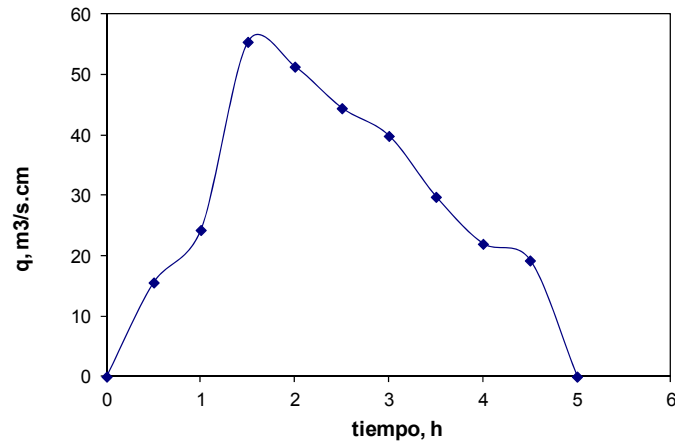
6) A su vez, para el hidrograma unitario podemos calcular la P_e como V_e/A según el SCS y para el diagrama triangular podemos calcular V_e como el área bajo el mismo igual a $5,43 \cdot 10^5 m^3/cm$ y el valor de P_e . En ambos casos se comprueba que es de 1 cm.

Problema 5.6.

1) Con las ordenadas del hidrograma unitario de Clack, se calcula $q = 2,78 \cdot A/\Delta t$ para cada intervalo de tiempo (ver tabla).

Tiempo (h)	%	Área (km^2)	q ($m^3/s/cm$)	volumen, m^3
0	0	0,00	0,00	0
0,5	5,16	2,80	15,58	14021
1	8,04	4,37	24,27	35867
1,5	18,36	9,97	55,43	71733
2	17	9,23	51,32	96079
2,5	14,72	7,99	44,44	86189
3	13,2	7,17	39,85	75863
3,5	9,86	5,35	29,77	62658
4	7,28	3,95	21,98	46572
4,5	6,37	3,46	19,23	37089
5	0	0,00	0,00	17308
100		54,3	Σ	543380

2) A continuación, se traza el diagrama q-tiempo.



3) Por último, se calcula el Ve y, como siempre, se verifica la Pe, tal y como se ha hecho en los problemas anteriores.

Problema 5.7.

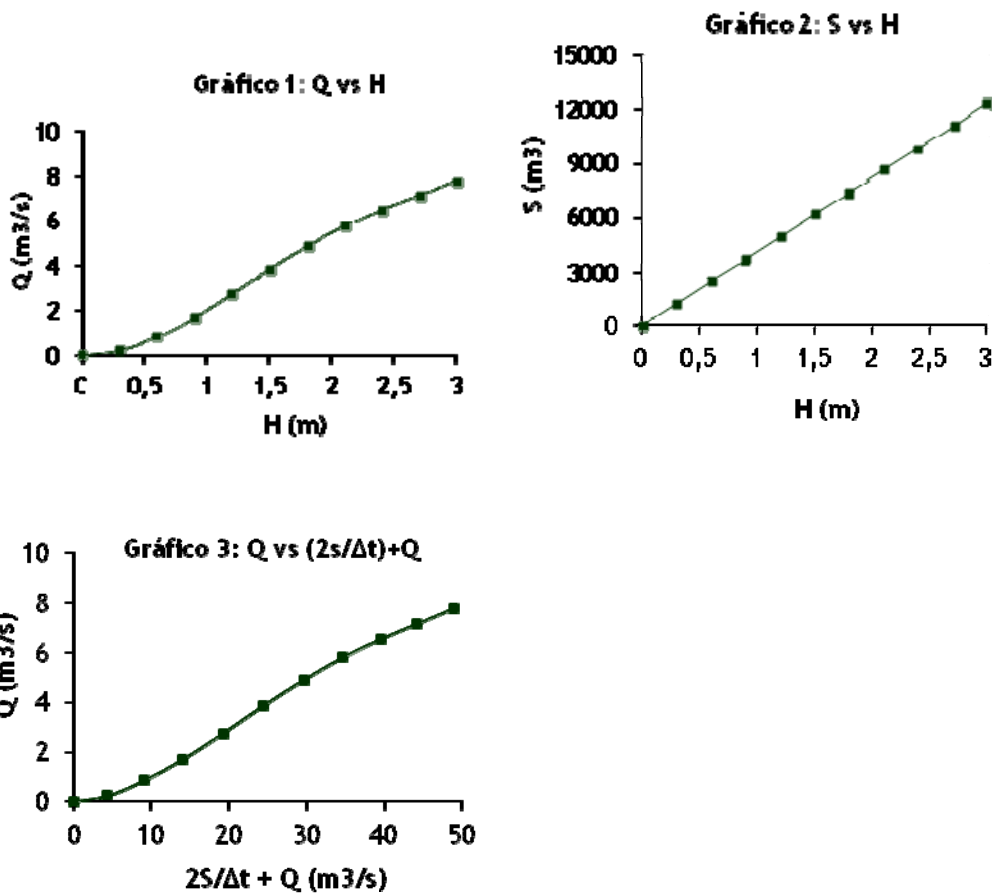
1) Con los datos de altura del depósito, H (m), y el área (m²), se calcula el almacenamiento, S.

2) Usando la ecuación de continuidad, se calcula la relación almacenamiento-caudal de salida [(2S/Δt)+Q], donde el intervalo de tiempo correspondería a 10 min, es decir, 600 s.

$$S_2 - S_1 = \frac{I_1 + I_2}{2} \Delta t - \frac{Q_1 + Q_2}{2} \Delta t$$

H (m)	Q (m³·s-1)	S (m³)	(2S/Δt) + Q
0	0	0	0,00
0,3	0,227	1233	4,34
0,6	0,85	2466	9,07
0,9	1,7	3699	14,03
1,2	2,747	4932	19,19
1,5	3,88	6165	24,43
1,8	4,9	7398	29,56
2,1	5,805	8631	34,58
2,4	6,541	9864	39,42
2,7	7,164	11097	44,15
3	7,787	12330	48,89

3) Se trazan los gráficos Q - H, S - H y Q - (2S/ Δt) + Q



4) Se calcula el tránsito de caudal según la siguiente ecuación:

$$\text{Ecuación 1} \quad \left(\frac{2S_2}{\Delta t} + Q_2 \right) = (I_1 + I_2) + \left(\frac{2S_1}{\Delta t} - Q_1 \right)$$

El procedimiento es el siguiente:

- En el primer intervalo de tiempo, $S_1 = Q_1 = 0$, ya que el embalse está inicialmente vacío.

a) Los valores de entrada son $I_1=0$ e $I_2=3,4$ (m^3/s), luego $I_1+I_2=3,4$ m^3/s

b) Utilizando la ecuación (1) se calcula la función almacenamiento-caudal de salida al final del intervalo de tiempo. Para el primer intervalo:

$$\left(\frac{2S_2}{\Delta t} + Q_2 \right) = 3,4 + 0 = 3,4$$

c) Conocido el valor de esta relación, para calcular Q_2 se interpola linealmente en la relación Q vs $(2S/\Delta t)+Q$, ya calculada anteriormente (gráfico 3). En este caso, $Q_2 = 0,18$ m^3/s .

El valor es necesario para el siguiente paso:

$$\left(\frac{2S}{\Delta t} - Q \right)$$

En este caso: $3,40 - 2 \cdot 0,18 = 3,04 \text{ m}^3/\text{s}$. Valor que se aplica en la siguiente expresión:

$$\left(\frac{2S_2}{\Delta t} + Q_2 \right) - 2Q_2 = \left(\frac{2S_2}{\Delta t} - Q_2 \right)$$

➤ Para el segundo intervalo de tiempo:

$$\left(\frac{2S_3}{\Delta t} + Q_3 \right) = (I_2 + I_3) + \left(\frac{2S_2}{\Delta t} - Q_2 \right)$$

a) $I_2 + I_3 = 3,4 + 6,8 = 10,2 \text{ m}^3/\text{s}$

b) La relación es la calculada anteriormente, es decir, $3,04 \cdot \left(\frac{2S_2}{\Delta t} - Q_2 \right)$

c) La función almacenamiento-caudal de salida al final de este intervalo será:

$$\left(\frac{2S_3}{\Delta t} + Q_3 \right) = 10,2 + 3,04 = 13,24$$

d) Conocido este valor, se interpola en la relación Q vs $(2S/\Delta t) + Q$ (gráfico 3) y se calcula $Q_3 = 1,57 \text{ m}^3/\text{s}$

➤ Para los siguientes intervalos se opera igual que lo descrito para los intervalos 1 y 2.

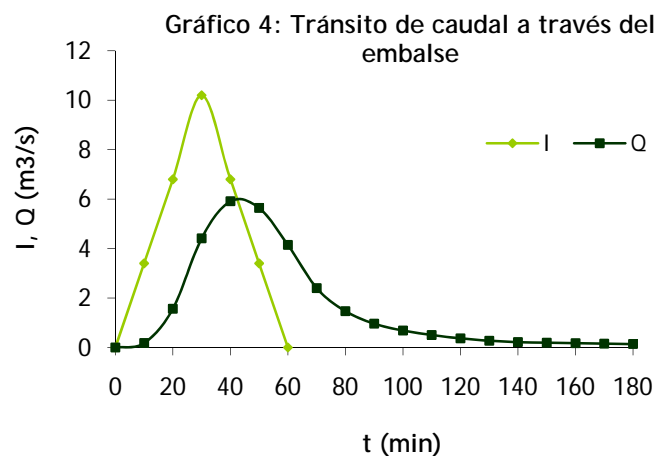
t (min)	I (m ³ /s)	I1+I2 (m ³ /s)	(2S1/Δt) - Q1 (m ³ /s)	(2S2/Δt) + Q2 (m ³ /s)	Q2 (m ³ /s)
0	0	0	0	0	0
10	3,4	3,4	3,04	3,40	0,18
20	6,8	10,2	10,11	13,24	1,57
30	10,2	17	18,29	27,11	4,41
40	6,8	17	23,46	35,29	5,91
50	3,4	10,2	22,38	33,66	5,64
60	0	3,4	17,48	25,78	4,15
70			12,68	17,48	2,40
80			9,74	12,68	1,47
90			7,81	9,74	0,97
100			6,44	7,81	0,68
110			5,44	6,44	0,50
120			4,69	5,44	0,37
130			4,14	4,69	0,27
140			3,71	4,14	0,22

150	3,32	3,71	0,19
160	2,97	3,32	0,17
170	2,66	2,97	0,16
180	2,38	2,66	0,14

5) Una vez obtenidos todos los caudales de salida (Q), se representan los caudales de entrada (I) y salida (Q) frente al tiempo (gráfico 4).

El pico de caudal de entrada (I) es de 10,2 m³/s y ocurre en el minuto 20. El embalse de retención reduce el pico de caudal de salida a 5,91 m³/s y lo retrasa hasta el minuto 40.

El caudal de salida se maximiza en el punto donde los caudales de entrada y salida son iguales, debido a que el almacenamiento se maximiza también en ese momento y existe una función de valor único que relaciona el almacenamiento y el caudal de salida para un embalse de piscina nivelada.



Problema 5.8.

1) Con los datos de entrada y salida calculo la variación de almacenamiento en m³.

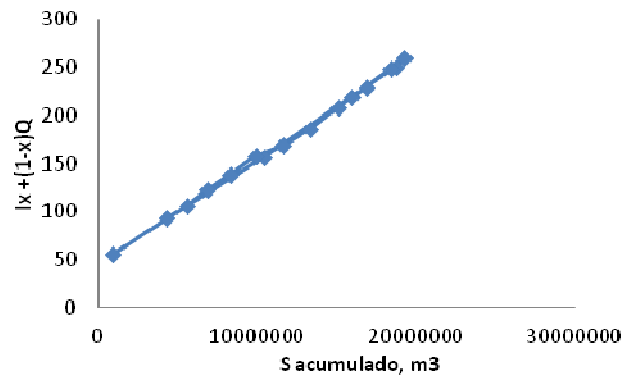
$$\Delta S = \frac{(I_j + I_{j+1})}{2} \Delta t - \frac{(Q_j + Q_{j+1})}{2} \Delta t$$

2) Calculo el almacenamiento acumulado.

3) Dando valores a x, voy calculando el término $Ix + (1-x) \cdot Q$ (ver tabla).

TIEMPO (h)	I	Q	I1+I2	Q1+Q2	s2-s1	Sacum	$Ix+(1-x)Q$
0	0	0					
6	30	30	30	30	0		30
12	120	39	150	69	874800	874800	55,2
18	286	45	406	84	3477600	4352400	93,2
24	412	93	698	138	6048000	10400400	156,8
30	373	181	785	274	5518800	15919200	219,4
36	306	237	679	418	2818800	18738000	250,8
42	246	264	552	501	550800	19288800	260,4
48	198	261	444	525	-874800	18414000	248,4
54	165	246	363	507	-1555200	16858800	229,8
60	141	225	306	471	-1782000	15076800	208,2
66	123	202	264	427	-1760400	13316400	186,2
72	108	184	231	386	-1674000	11642400	168,8
78	93	174	201	358	-1695600	9946800	157,8
84	81	153	174	327	-1652400	8294400	138,6
90	72	135	153	288	-1458000	6836400	122,4
96	63	117	135	252	-1263600	5572800	106,2

4) Represento S frente a $Ix+(1-x)Q$, cuando el bucle se cierre completamente, ese es el valor de x que se tiene que seleccionar. En nuestro caso, el valor de x sería 0.2.



5) La pendiente es el valor de $k=25,5$

