EXPRESIÓN GÁFICA
Sistema diédrico

TEMA 2
Posiciones relativas entre elementos: Paralelismo, intersección, perpendicularidad y distancias.

Mª José García López e Irantzu Álvarez González

PARALELISMO (Axiomas)

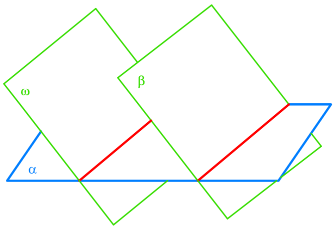
La recta y el plano que no tienen ningún punto común, se dice que son paralelos.

Dos rectas que no tienen ningún punto común, se dice que son paralelas si pertenecen al mismo plano (son coplanarias)

Las posiciones relativas de dos planos son: planos paralelos o planos que tengan una recta común de intersección.

Una recta es paralela a un plano cuando lo es a una recta de dicho plano.

Si cortamos dos planos paralelos por un tercero, las intersecciones son dos rectas paralelas.



Si un plano corta a una recta, corta también a cualquier recta paralela a ella.

Dadas dos rectas paralelas, todo plano que contenga o sea paralelo a una de ellas contiene o es paralelo a la otra.

Dos planos paralelos a una recta se cortan según una recta paralela a aquélla.

Dos rectas paralelas a una tercera son paralelas entre sí.

Dados dos planos paralelos, toda recta o plano que corta a uno de ellos corta también al otro.

Dados dos planos paralelos, toda recta paralela o contenida en uno de ellos es paralela o está contenida en el otro.

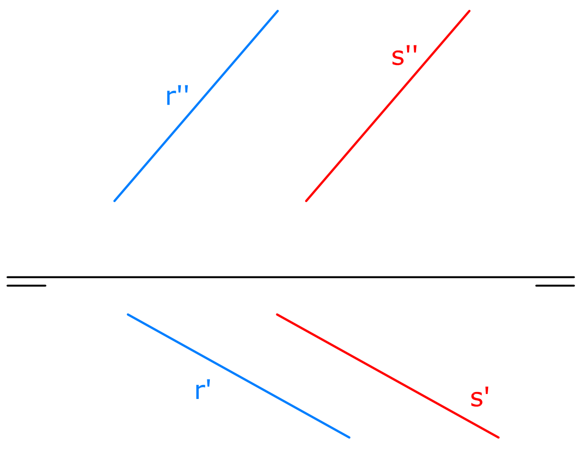
Dos planos paralelos a un tercero son paralelos entre sí.

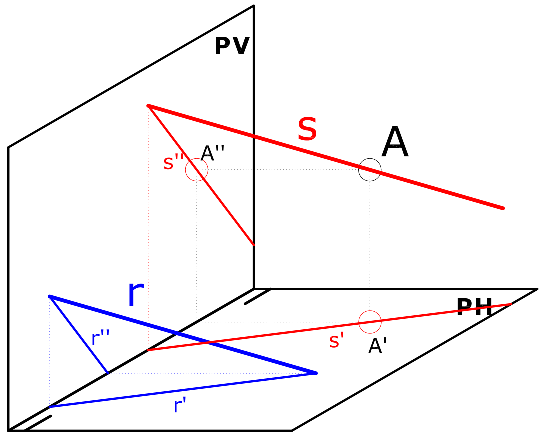
Por un punto exterior a un plano sólo pasa un plano paralelo a él.

El lugar geométrico de las rectas paralelas a un plano y que pasan por un punto es el plano paralelo al primero que pasa por dicho punto. Según esto, para trazar por un punto el plano paralelo a otro, basta trazar por el punto dos rectas cualesquiera que sean paralelas al plano dado.

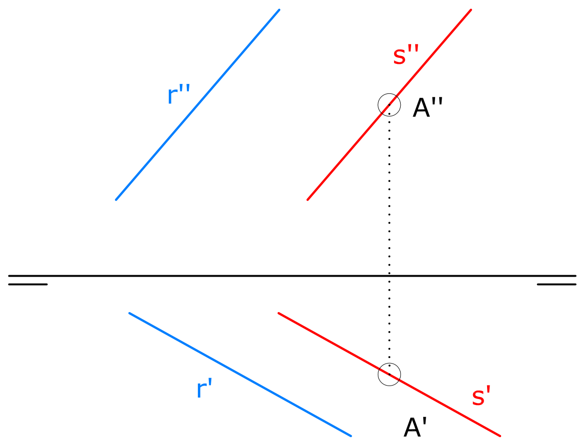
Irantzu Álvarez González y Mª José García López

Dos rectas son paralelas si lo son sus proyecciones homónimas

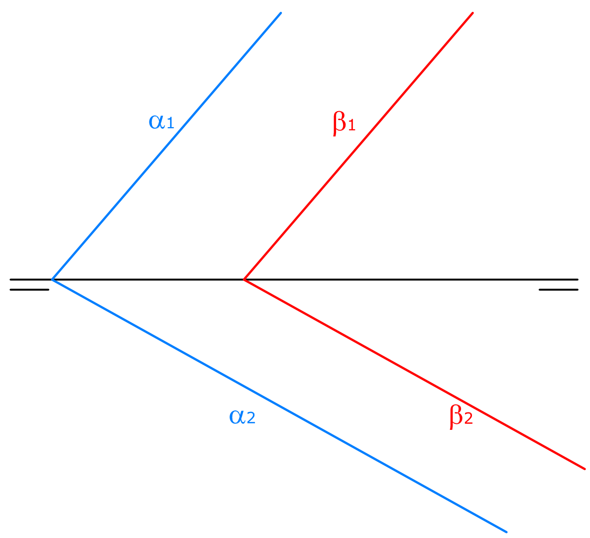




Por un punto solo pasa una recta paralela a otra.

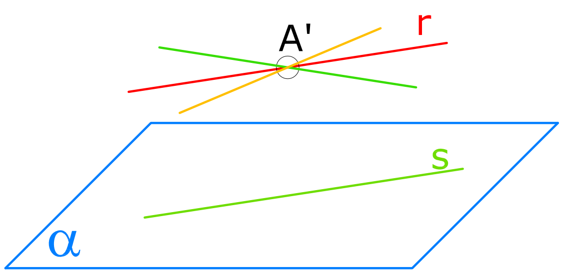


Dos planos son paralelos si sus trazas homónimas lo son.

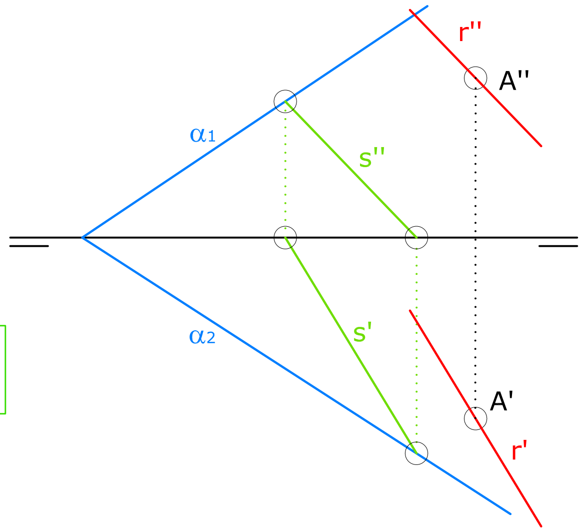


Irantzu Álvarez González y Mª José García López

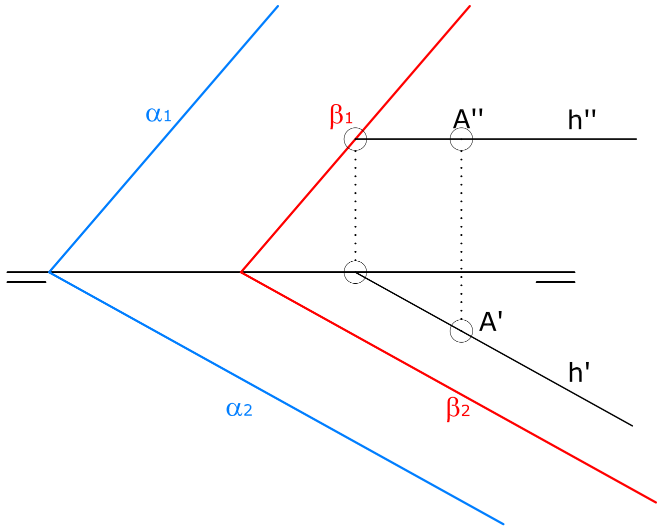
Una recta es paralela a un plano si lo es al menos a una recta de ese plano.



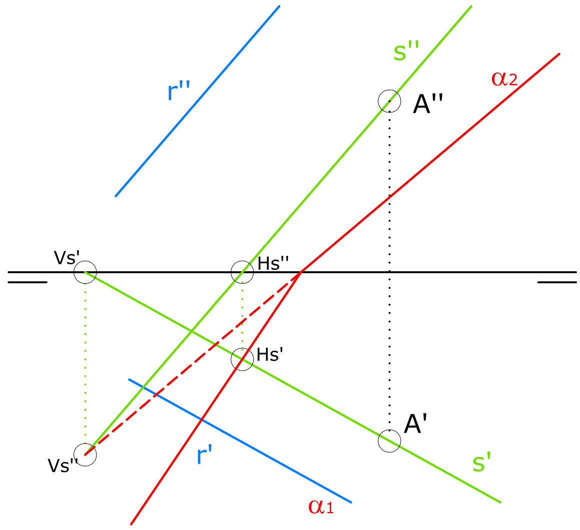
Por un punto se pueden trazar infinitas rectas paralelas a un plan (y todas están contenidas en un plano paralelo.

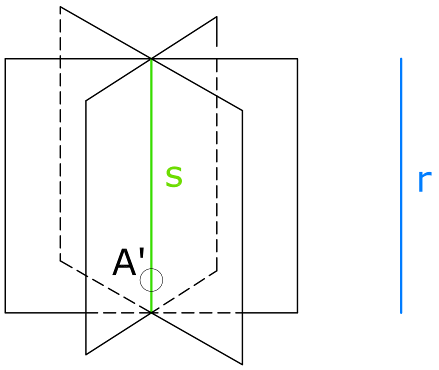


Por un punto sólo se puede trazar un plano paralelo a otro



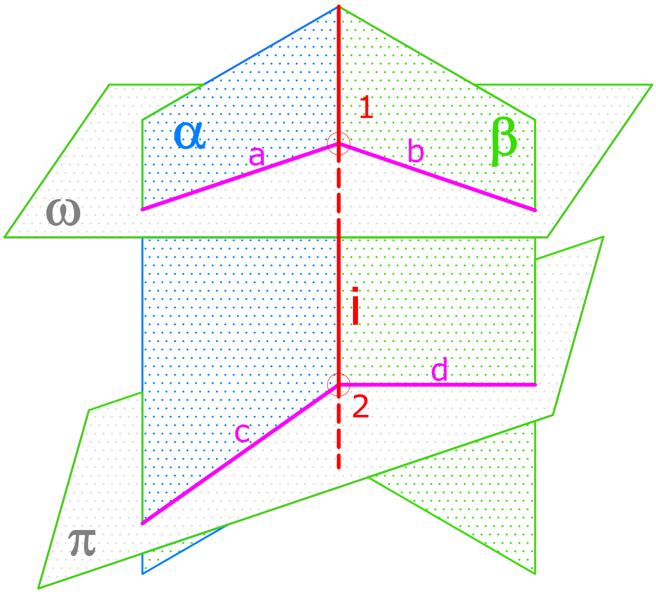
Por un punto se pueden trazar infinitos planos paralelos a una recta (haz de planos)





 Irantzu Álvarez González y Mª José García López

INTERSECCIÓN DE PLANOS. MÉTODO GENERAL



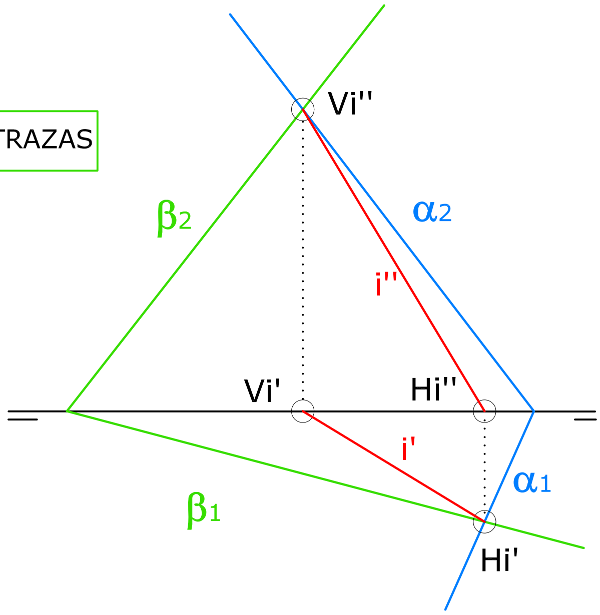
Para resolver el problema se eligen planos auxiliares que corten a los datos (ω) y (π). De esta forma se obtendrán dos puntos de la recta intersección.

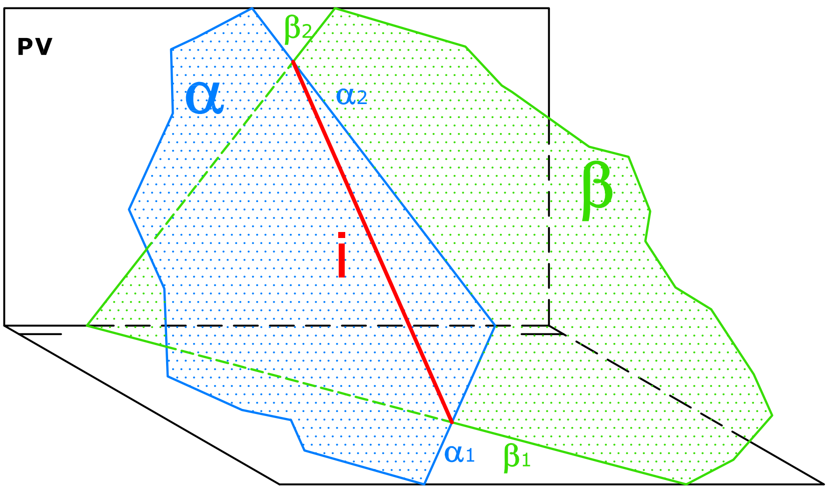
El plano (ω) corta a (α) y (β) en la rectas (a) y (b) que tienen un punto de intersección (1).

El plano (π) corta a (α) y (β) en la rectas (c) y (d) que tienen un punto de intersección (2).

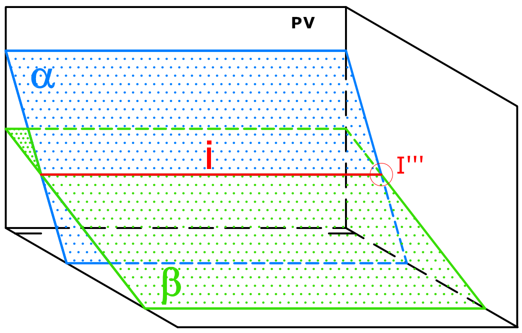
La recta solución será la definida por los puntos obtenidos (1 y 2), la recta (i)

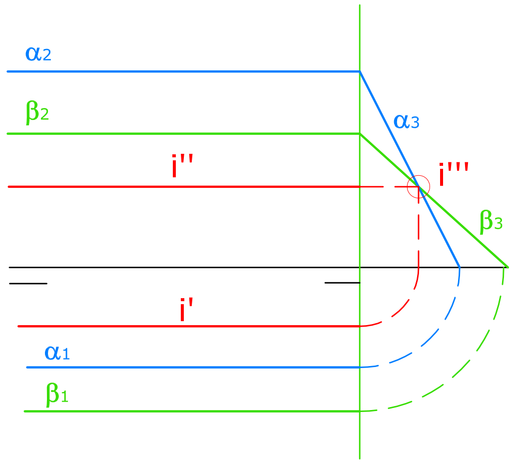
INTERSECCIÓN DE PLANOS CONOCIDAS SUS TRAZAS

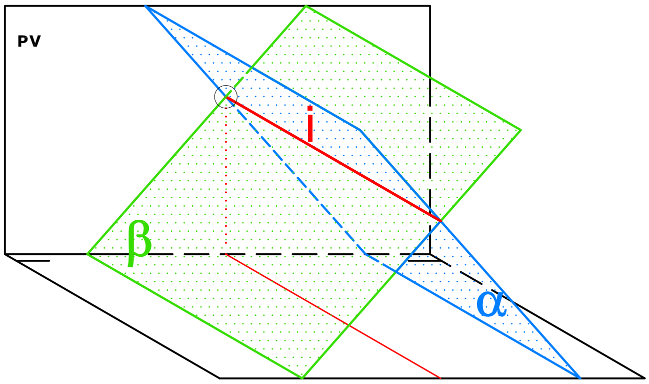




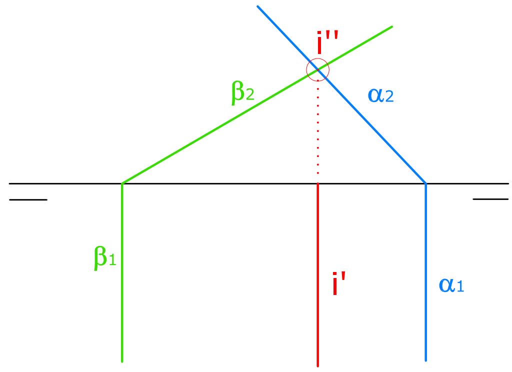
Irantzu Álvarez González y Mª José García López

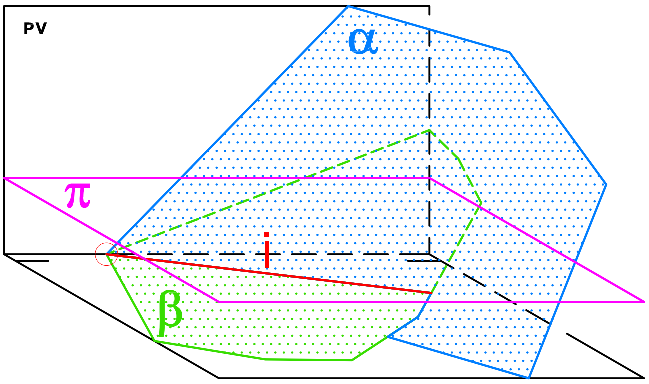


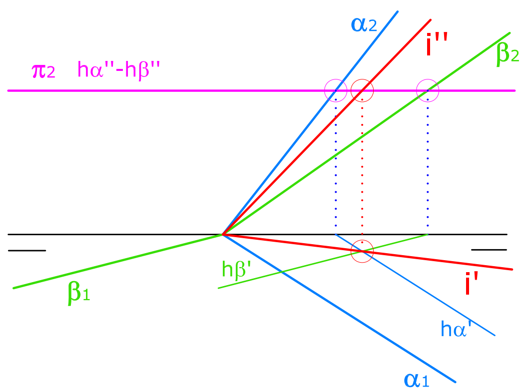




Intersección de planos perependiculares al mismo plano de proyección

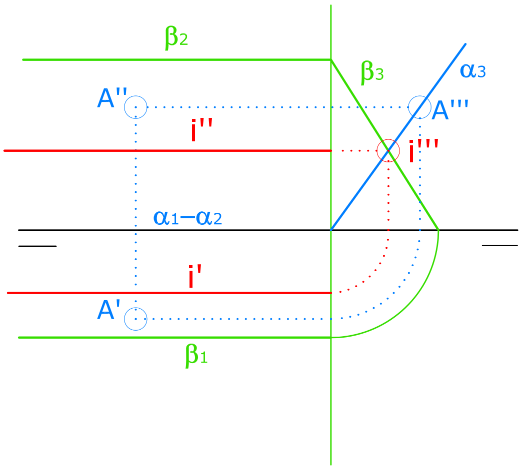




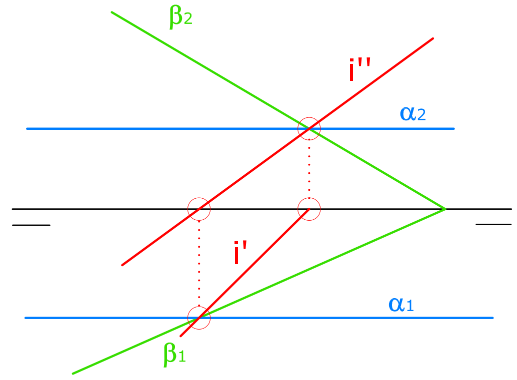


Intersección de planos que se cortan en un punto de la LT

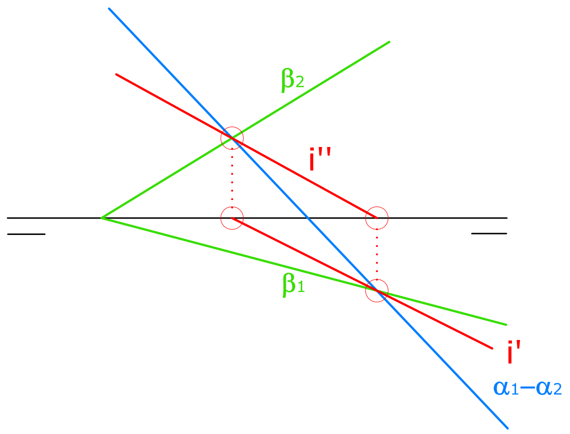
Intersección de un plano paralelo a LT con otro que contiene a LT



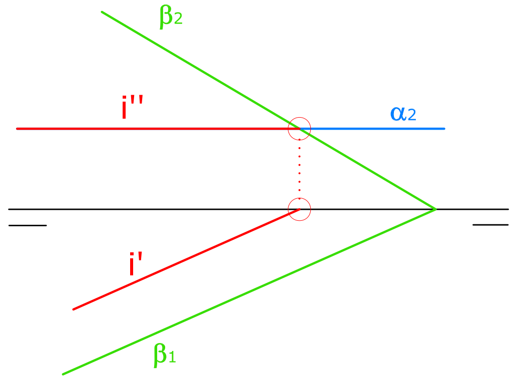
Interesección de un plano paralelo a LT con un plano cualquiera



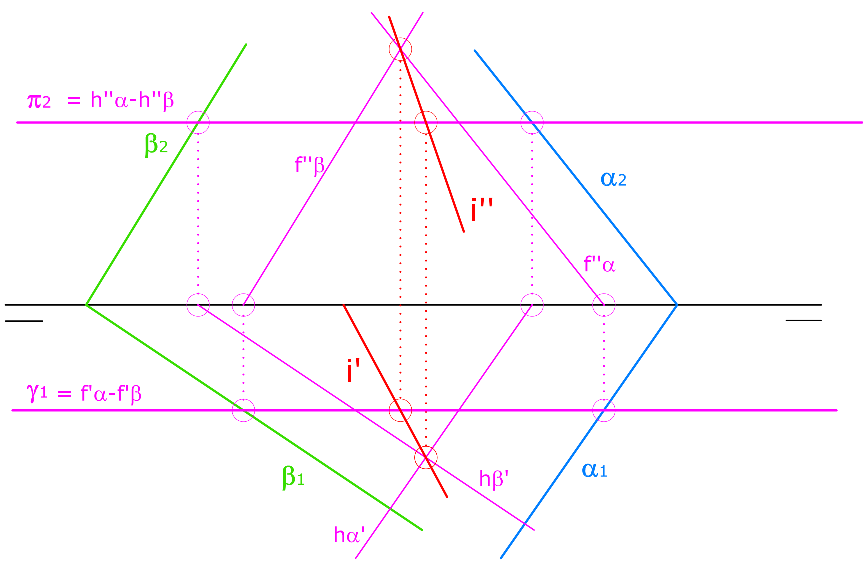
Plano perpendicular al IIB con un plano cualquiera



Plano horizontal con un plano cualquiera

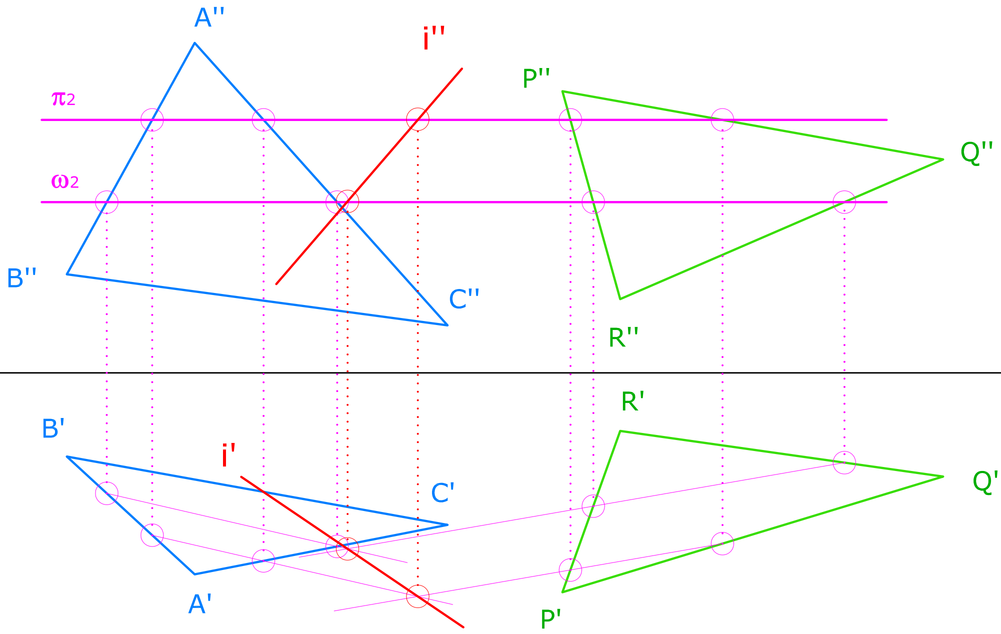


Interesección de planos con trazas que no se cortan dentro de los márgenes



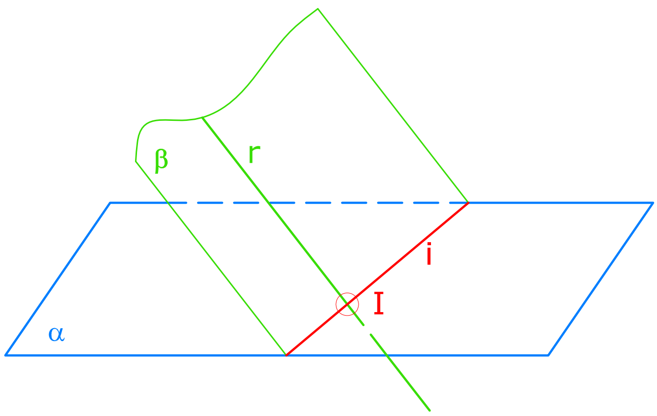
Irantzu Álvarez González y Mª José García López

Interesección de un plano paralelo a LT dados por tres puntos



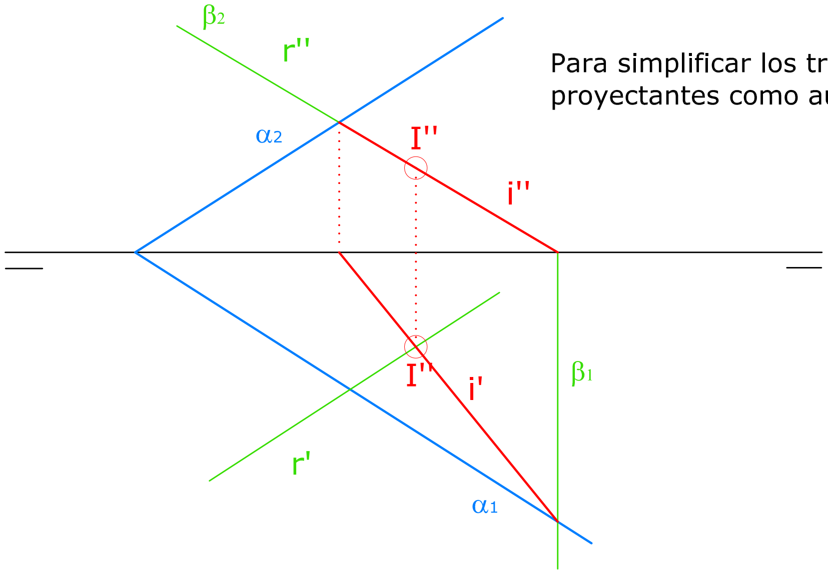
INTERSECCION DE RECTA Y PLANO. METODO GENERAL

Para resolver el problema se elige uno de los infinitos planos que contienen a la recta (r) y se halla la intersección de este con el plano (α) dando como resultado la recta (i). Esta recta y (r) al estar en el mismo plano se cortaran en un punto (I) que es la solución.

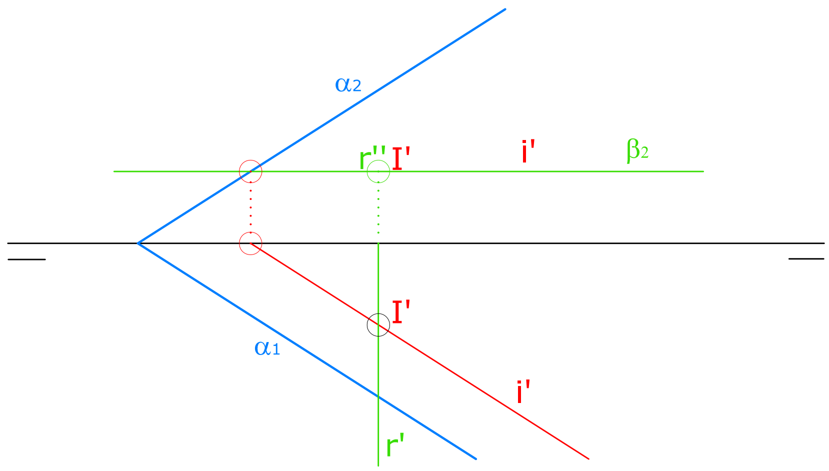


Irantzu Álvarez González y Mª José García López

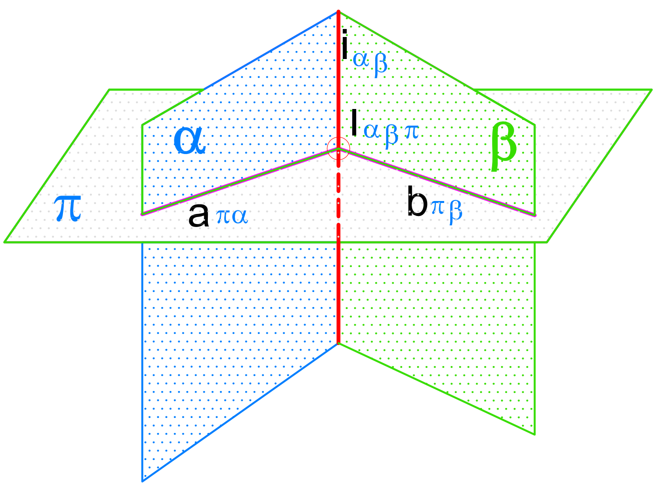
Para simplificar los trazados se eligen planos proyectantes como auxiliares



Si la recta es proyectante el problema se reduce a situar el punto proyección de la recta en el plano



INTERSECCIÓN DE 3 PLANOS (PUNTO)



Irantzu Álvarez González y Mª José García López

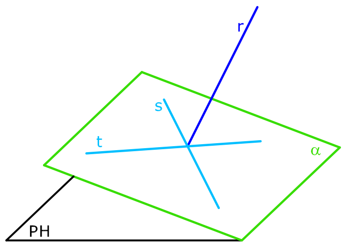
PERPENDICULARIDAD (Axiomas)

Una recta es perpendicular a un plano cuando es perpendicular a dos rectas que pasan por su pie.

También podemos fijar: Para que una recta sea perpendicular a un plano, basta que lo sea a dos rectas del plano no paralelas entre sí o a dos rectas paralelas al plano y no paralelas entre ellas. Según esto, si una recta es perpendicular a un plano, lo es a todas las rectas del plano.

Si dos rectas son paralelas, todo plano perpendicular a una de ellas lo es también a la otra.

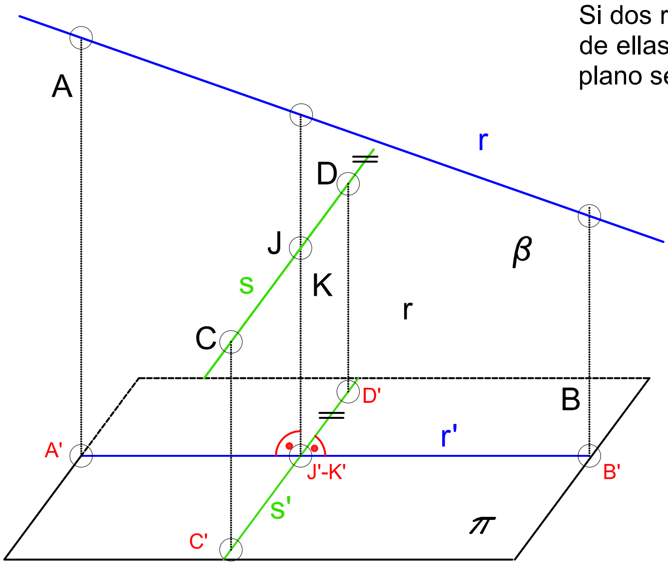
Si dos planos son paralelos, toda recta perpendicular a uno lo es también al otro. Según esto, dos planos perpendiculares a una misma recta son paralelos y dos rectas perpendiculares a un mismo plano son paralelas.
Si una recta es perpendicular a un plano, toda recta perpendicular a ella es paralela al plano o está contenida en él.

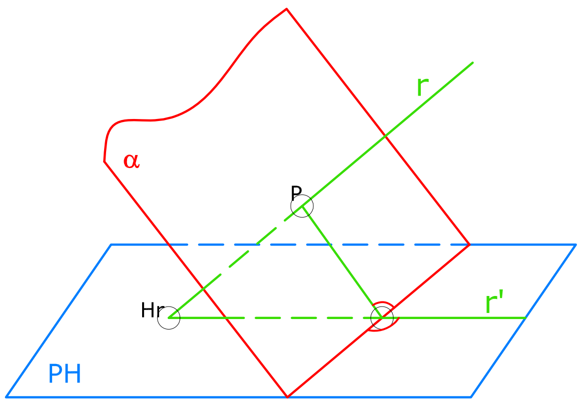


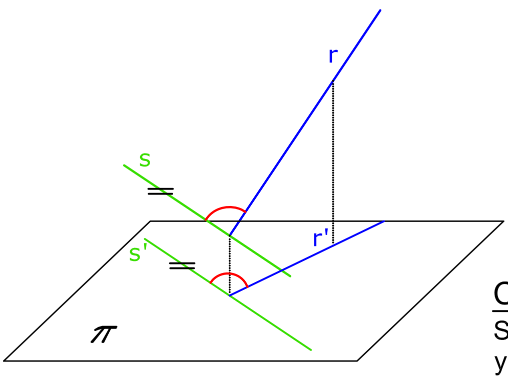
TEOREMA

TEOREMA DE LAS 3 PERPENDICULARES

Si dos rectas son perpendiculares en el espacio y una de ellas es paralela al plano de proyección, sobre ese plano se proyectan perpendicularmente







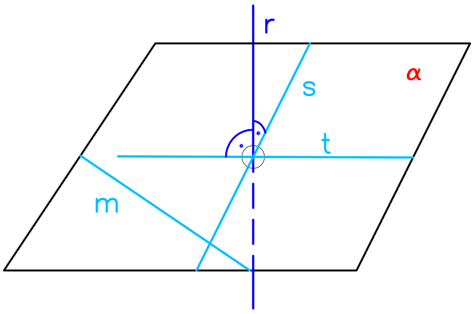
COROLARIO

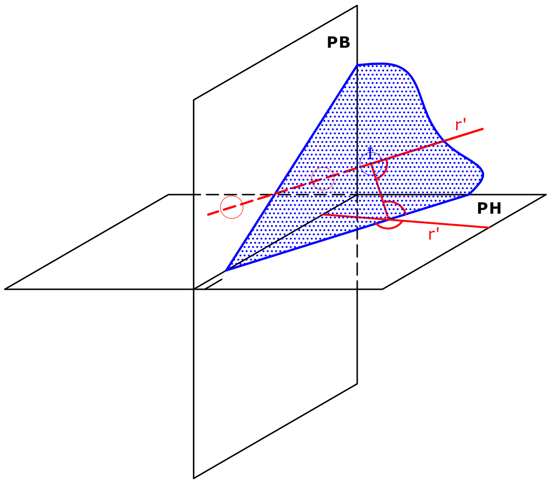
Si una recta "r" es perpendicular a un plano ("α"), sus proyecciones y las trazas homónimas del plano son perpendiculares

Irantzu Álvarez González y Mª José García López

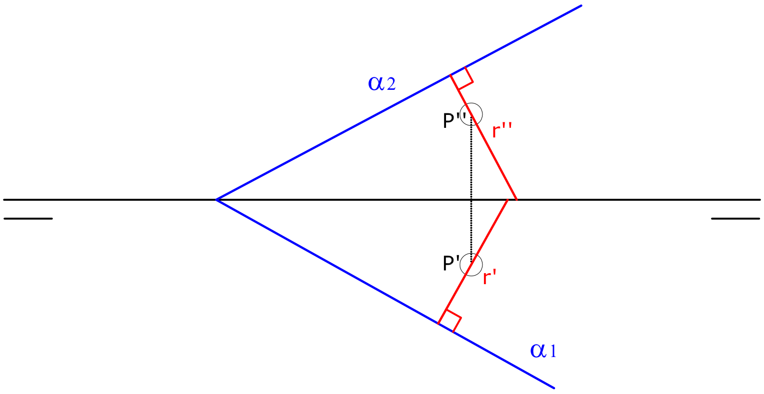
RECTA y PLANO PERPENDICULARES

Si una recta es perpendicular a un plano lo es a todas las rectas del plano incluidas las trazas y horizontales y frontales.



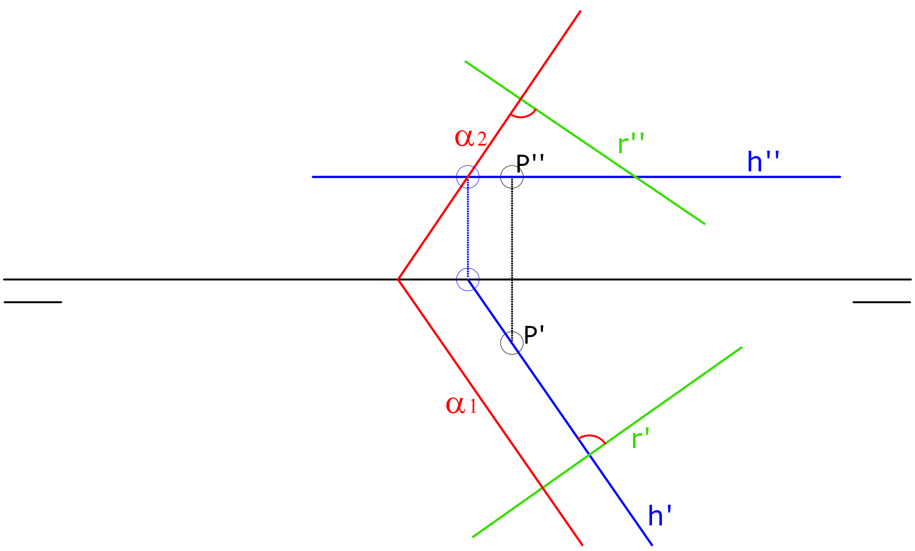


De lo anterior se deriva que una recta es perpendicular a un plano si las proyecciones de las rectas son perpendiculares a las trazas homónimas del plano y como consecuencia a las frontales y horizontales del plano: r'' será perpendicular a α_2 y f'' y r' será perpendicular a α_1 y h'.



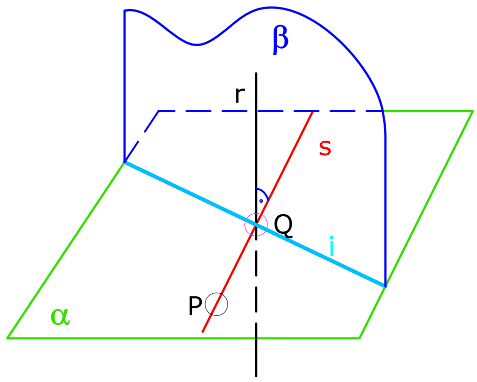
PLANO PERPENDICULAR A UNA RECTA

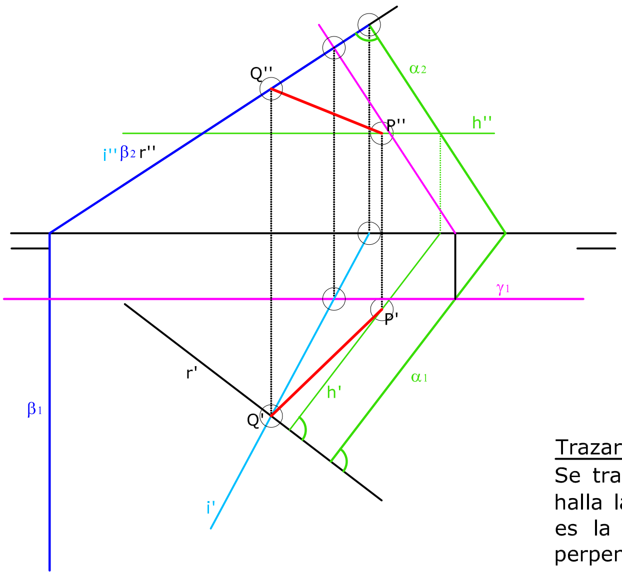
Trazar un plano perpendicular a una recta por un punto P.
Para ello basta con definir una horizontal y una frontal teniendo en cuenta que h' es perpendicular a r' y f'' lo es a r''



RECTA Y RECTA PERPENDICULARES

Si una recta es perpendicular a otra estará contenida en un plano perpendicular.

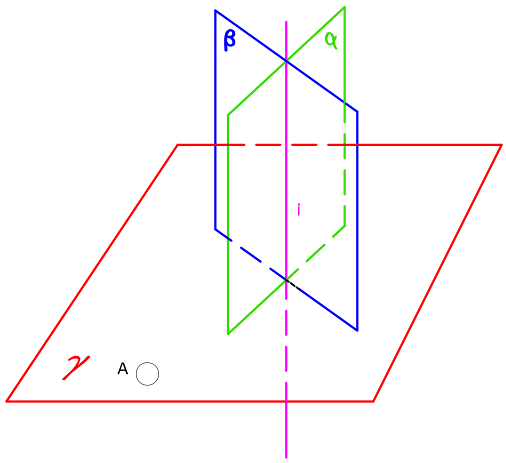


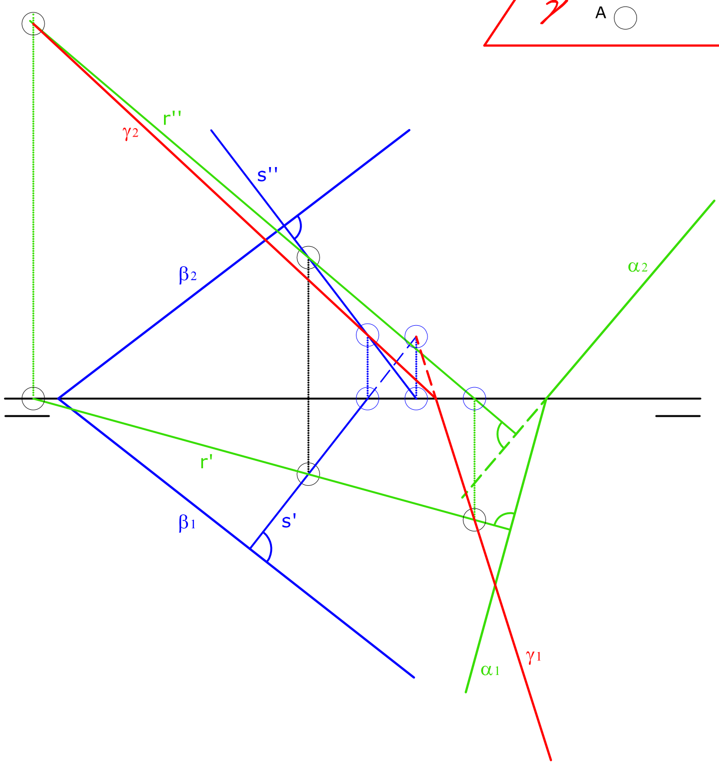


<u>Trazar una recta perpendicular y corte a r y contenga a P.</u>
Se traza un plano perpendicular por A a la recta r (α). SE halla la intersección de la recta con el plano (Q). La solución es la recta que contiene a Q y A. Al estar en un plano perpendicular a r ambas lo son.

PLANO Y DOS PLANOS PERPENDICUARES

Por un punto se puede trazar un plano perpendicular a otros dos que será perpendicular a su intersección. Se puede trazar hallando la intersección de ambos y luego trazar por el punto el plano perpendicular. O bien por el punto trazar dos rectas que sean perpendiculares a los planos.

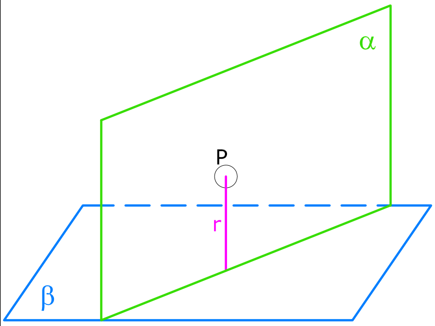


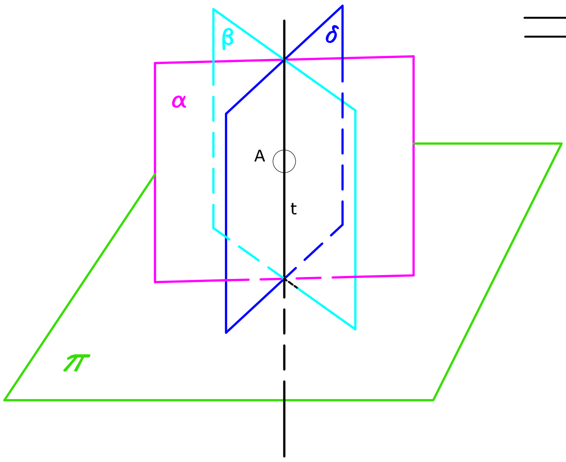


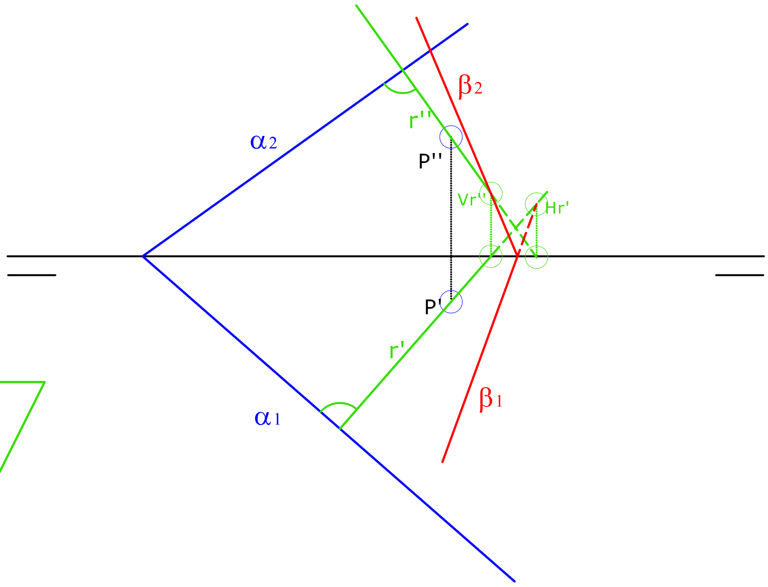
Irantzu Álvarez González y Mª José García López

PLANO Y PLANOS PERPENDICULARES

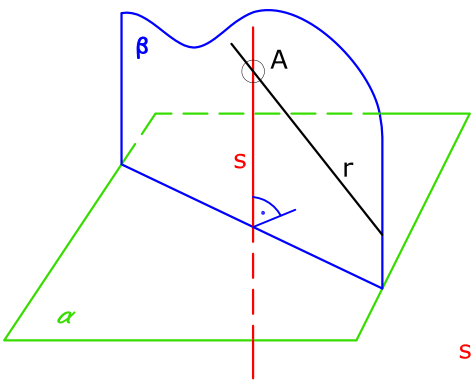
Un plano es perpendicular a otro siempre que contenga una recta perpendicular a el. Por lo tanto se pueden trazar infinitos planos perpendiculares a otro por un punto (haz de planos que contienen a la recta perpendicular)

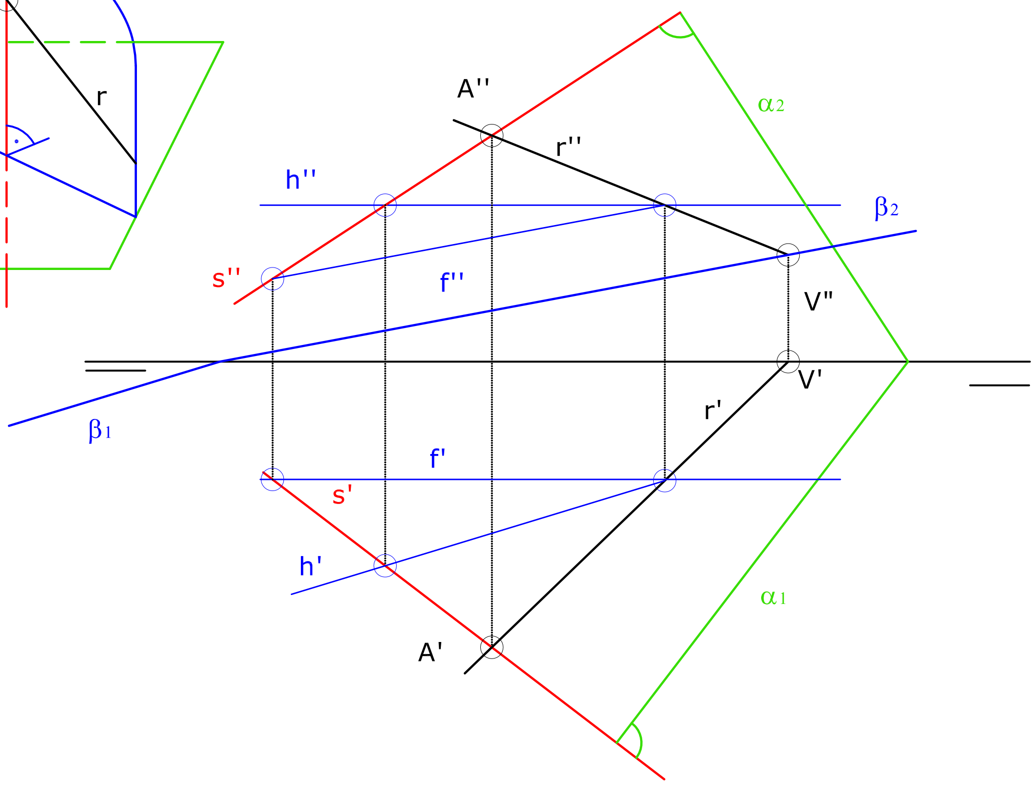






Trazar un plano perpendicular a otro y que contenga a una recta.
Para ello se traza una recta perpendicular al plano por un punto de la recta. Ambas rectas definen el plano solución.





Irantzu Álvarez González y Mª José García López

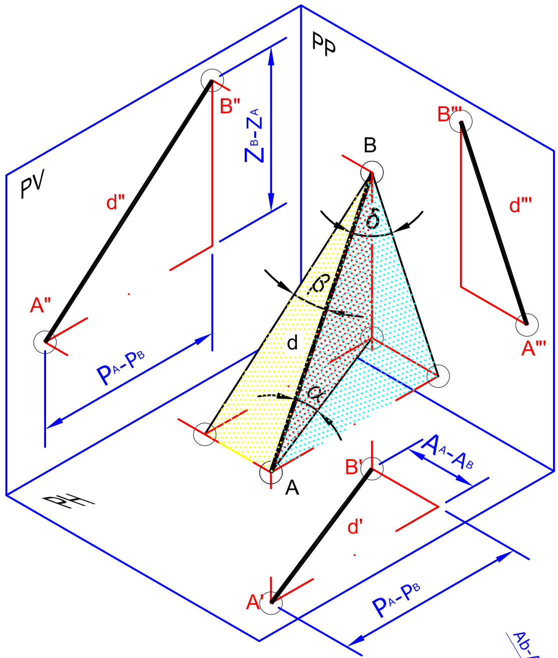
DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

La distancia entre dos puntos no está en verdadera magnitud en ninguna de las proyecciones del segmento a no ser que este sea paralelo a los planos de proyección.

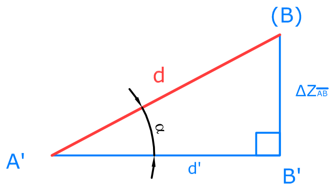
Notas:

1.- Se define el ángulo de una recta y un plano al formado por la recta y su proyección sobre el plano. Al que forma con el PH se llama pendiente o buzamiento y al que forma con PV se llama inclinación.

2.- Se define rumbo de una recta al ángulo que forma su proyección horizontal con la línea norte_sur



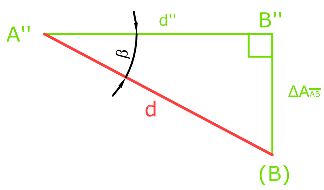
TRIANGULO DE COTAS



α = **ANGULO DE PENDIENTE**

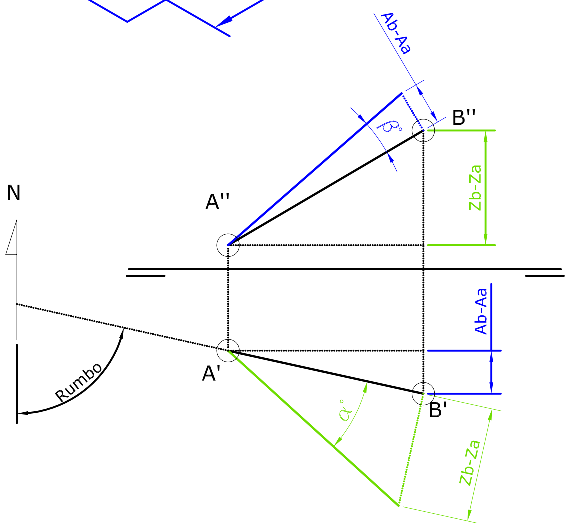
Pendiente: el ángulo que forma el elemento con el PH

TRIÁNGULO ALEJAMIENTOS

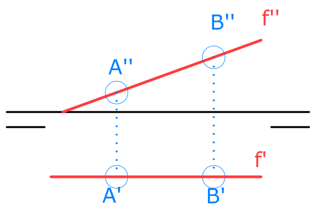


β = **INCLINACIÓN**

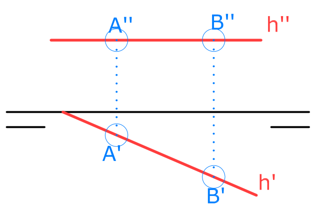
Inclinación: ángulo que forma el elemento con el PV.



Para hallar la distancia entre dos puntos se puede hacer de dos formas: con el triángulo de cotas o con el de alejamientos. Si se elige el de cotas se tendrán en cuenta las proyecciones horizontales del segmento y la diferencia de cotas de los puntos. Si se opta por el triángulo de alejamientos se tendrán en cuenta las proyecciones horizontales de los puntos y la diferencia de alejamientos.



A''B''=VM(AB)



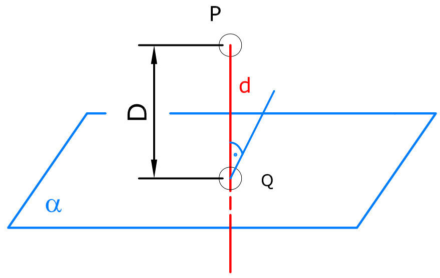
A'B'=VM(AB)

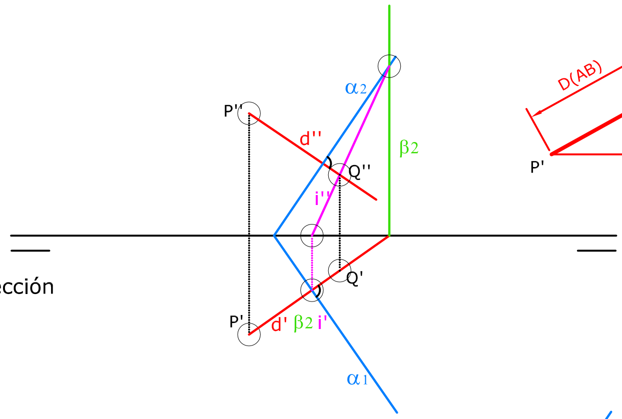
POSICIONES FAVORABLES:

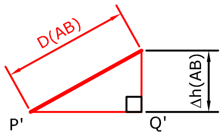
Si el segmento paralelo a PH o PV la VM se ve en las proyecciones horizontales y verticales respectivamente.

Irantzu Álvarez González y Mª José García López

DISTANCIA ENTRE UN PUNTO Y UN PLANO







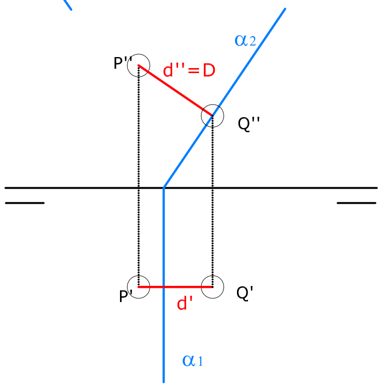
Es la distancia que existe entre el punto y la intersección de la recta perpendicular trazada por él con el plano.

<u>Procedimiento:</u>

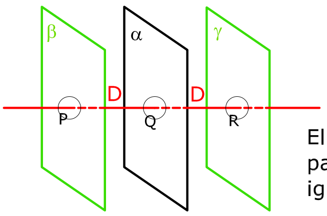
1.- Por el punto recta perpendicular al plano

2.- Intersección de la recta con el plano: punto Q

3.- Distancia entre P y Q

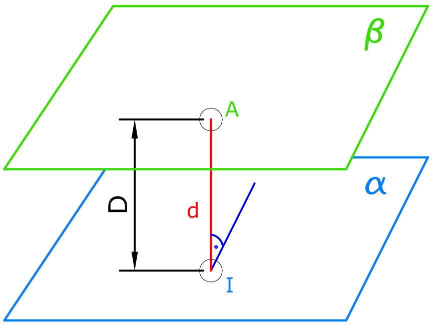


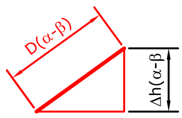
PLANO EQUIDISTANTE

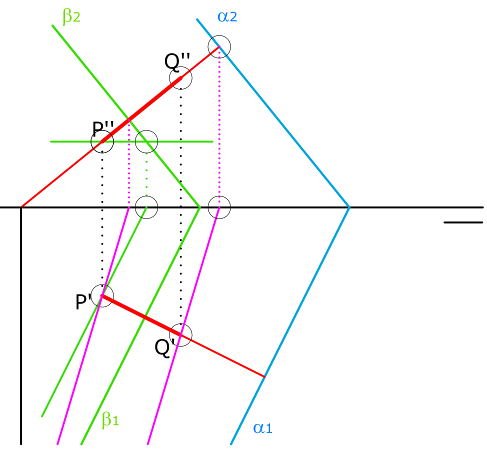


El plano equidistante de otros dos es el plano paralelo a ellos cuya distancia a ambos es igual.

DISTANCIA ENTRE PLANOS PARALELOS



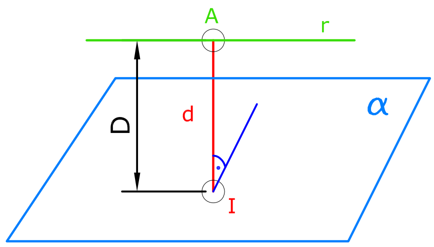




<u>Procedimiento:</u>

1.- Eligiendo un punto cualquiera de uno de los planos se convierte en el caso anterior

DISTANCIA ENTRE RECTA Y PLANO PARALELOS

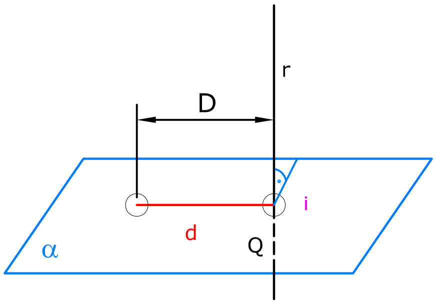


<u>Procedimiento:</u>

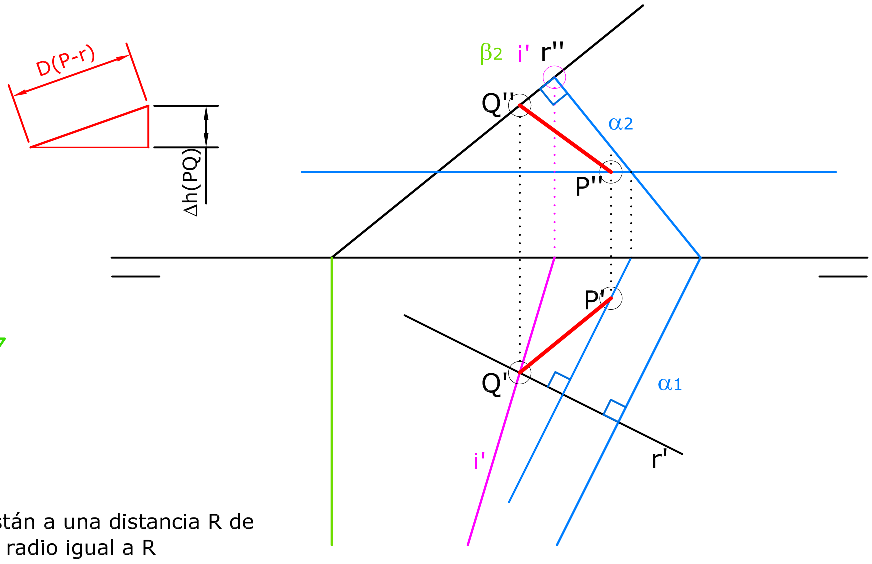
1.- Eligiendo un punto cualquiera de la recta se convierte en los casos anteriores

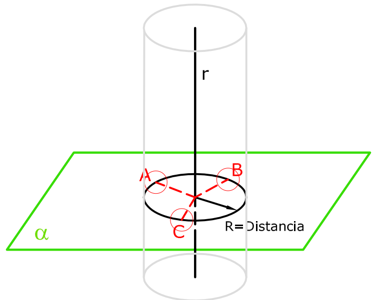
Irantzu Álvarez González y Mª José García López

DISTANCIA ENTRE UN PUNTO Y UNA RECTA



Es la distancia que existe entre el punto y la intersección con un plano perpendicular a la recta por el punto con la misma
1.- Por el punto plano perpendicular a la recta
2.- Intersección de la recta con el plano: punto Q
3.- Distancia entre P y Q

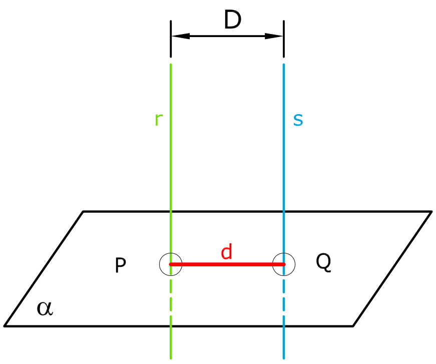


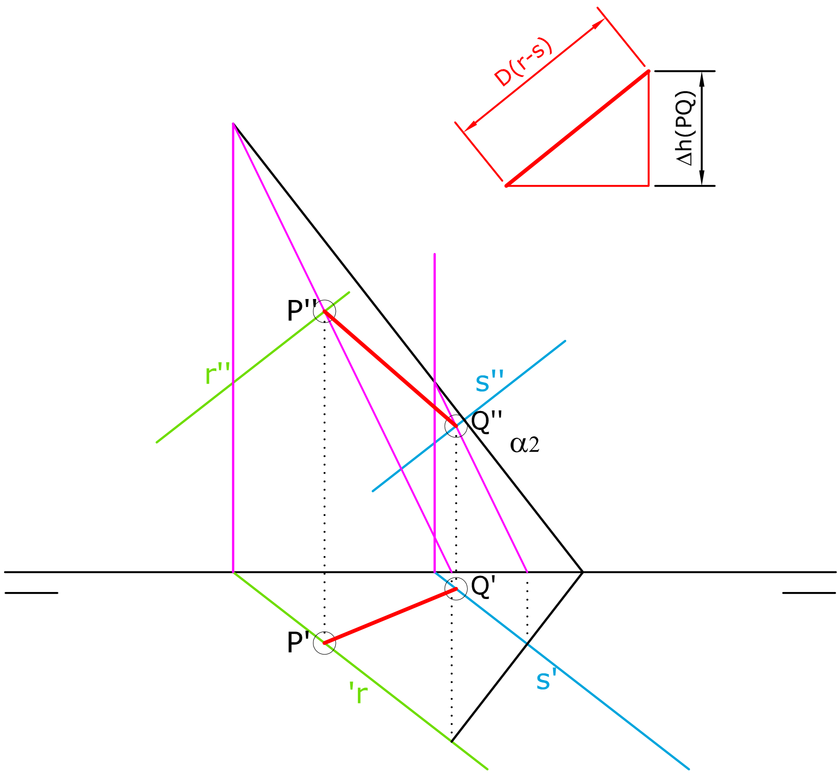


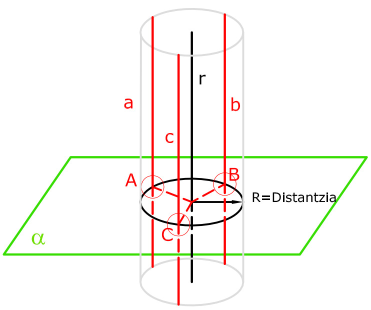
El lugar geométrico de los puntos que están a una distancia R de una recta es de un cilindro eje la recta y radio igual a R

DISTANCIA ENTRE RECTAS PARALELAS

Eligiendo un punto cualquiera de una de las rectas se convierte en el caso anterior





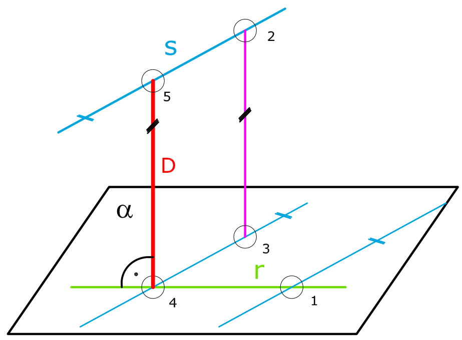


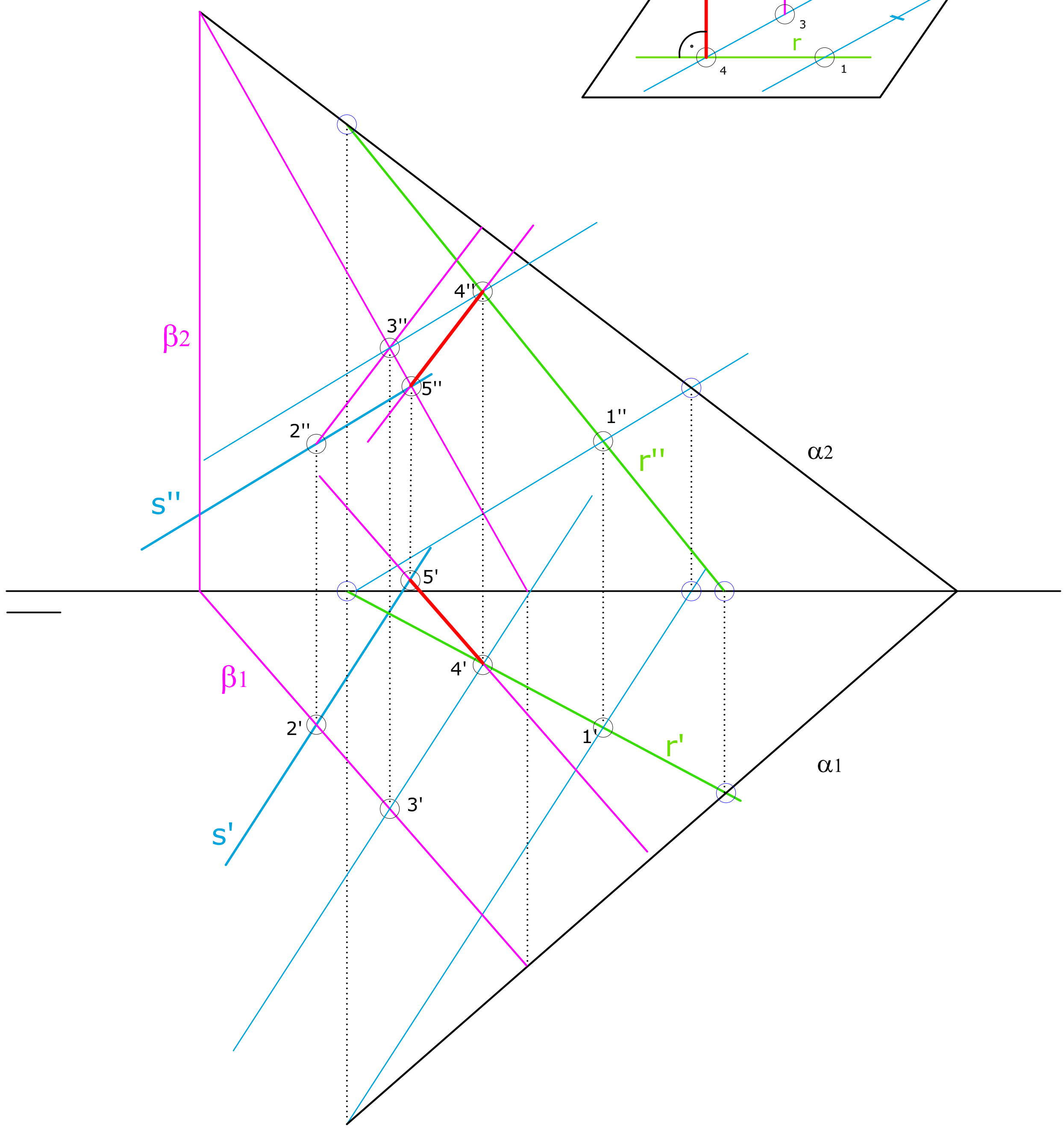
El lugar geométrico de las rectas que cuya distancia a otra recta es R son las generatrices de un cilindro de radio R y eje la recta r.

Irantzu Álvarez González y Mª José García López

MÍNIMA DISTANCIA ENTRE RECTAS QUE SE CRUZAN

Procedimiento general:
1.- Por un punto cualquiera (1) de una de las rectas (r) se traza una recta paralela a la otra recta (s).
2.- Estas dos rectas definen un plano (α).
3.- Por un punto cualquiera (2) de la otra recta (s) se traza una recta perpendicular al plano.
4.- Se halla la intersección de la recta y el plano (3)
5.- Por el punto intersección (3) se traza una recta paralela a s. Al ser coplanaria con r ambas se cortan en un punto (4)
6.- Por el punto (4) se traza la recta perpendicular al plano (α). Esta recta está en el mismo plano que la recta s y por lo tanto se corta con ella por no ser paralelas en un punto (5).
7.- El segmento 4-5 es la distancia buscada.
8.- Se halla da distancia entre ambos puntos.





Irantzu Álvarez González y Mª José García López