

**EXPRESIÓN GRÁFICA:  
Sistema de Planos Acotados**

**RELACIONES ENTRE  
LOS ELEMENTOS**

**M<sup>a</sup>José García - Irantzu Alvarez**



## PARALELISMO (Axiomas)

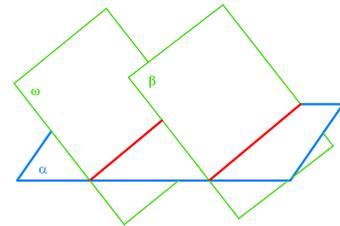
La recta y el plano que no tienen ningún punto común, se dice que son paralelos.

Dos rectas que no tienen ningún punto común, se dice que son paralelas si pertenecen al mismo plano (son coplanarias)

Las posiciones relativas de dos planos son: planos paralelos o planos que tengan una recta común de intersección.

Una recta es paralela a un plano cuando lo es a una recta de dicho plano.

Si cortamos dos planos paralelos por un tercero, las intersecciones son dos rectas paralelas.



Si un plano corta a una recta, corta también a cualquier recta paralela a ella.

Dadas dos rectas paralelas, todo plano que contenga o sea paralelo a una de ellas contiene o es paralelo a la otra.

Dos planos paralelos a una recta se cortan según una recta paralela a aquélla.

Dos rectas paralelas a una tercera son paralelas entre sí.

Dados dos planos paralelos, toda recta o plano que corta a uno de ellos corta también al otro.

Dados dos planos paralelos, toda recta paralela o contenida en uno de ellos es paralela o está contenida en el otro.

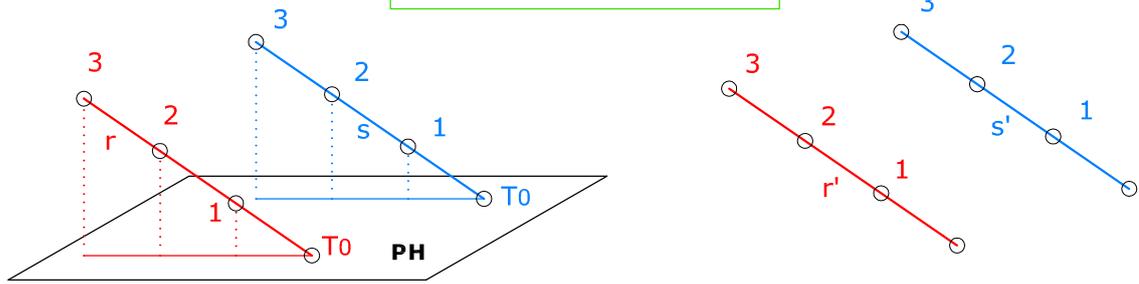
Dos planos paralelos a un tercero son paralelos entre sí.

Por un punto exterior a un plano sólo pasa un plano paralelo a él.

El lugar geométrico de las rectas paralelas a un plano y que pasan por un punto es el plano paralelo al primero que pasa por dicho punto. Según esto, para trazar por un punto el plano paralelo a otro, basta trazar por el punto dos rectas cualesquiera que sean paralelas al plano dado.

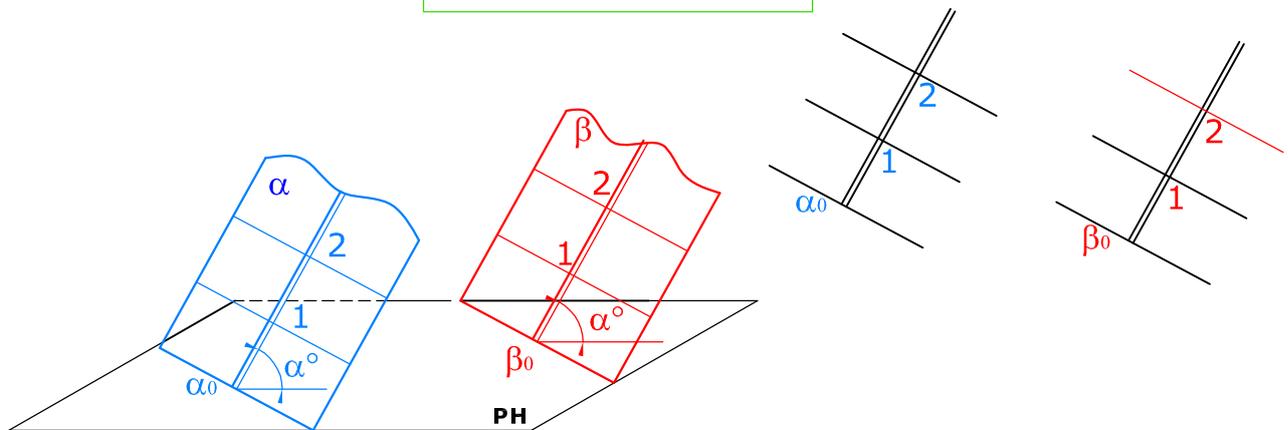
PARALELISMO

RECTAS PARALELAS



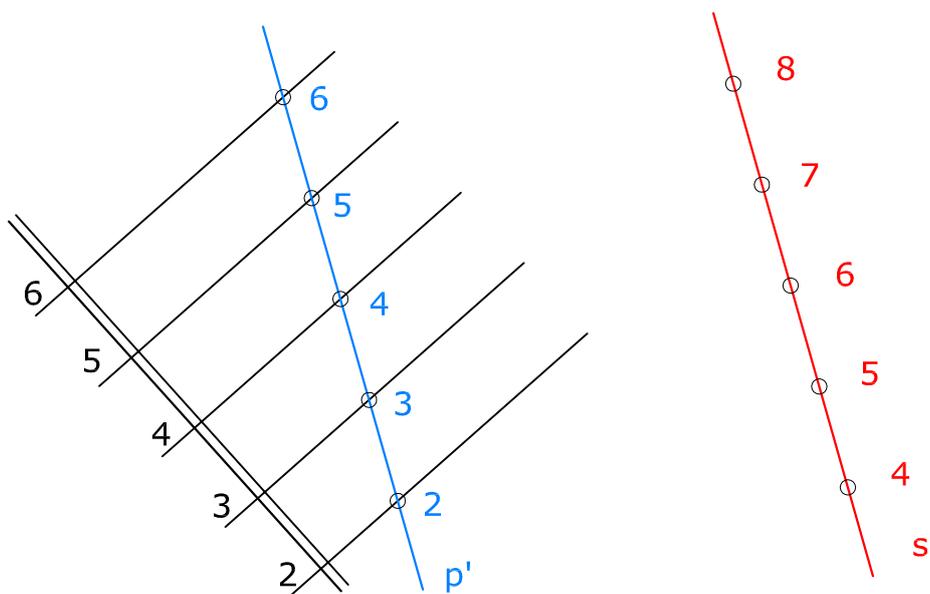
Dos rectas son paralelas cuando sus proyecciones lo son, tienen el mismo módulo y el mismo sentido de crecimiento.

PLANOS PARALELOS



Dos planos son paralelos cuando lo son sus líneas de máxima pendiente.

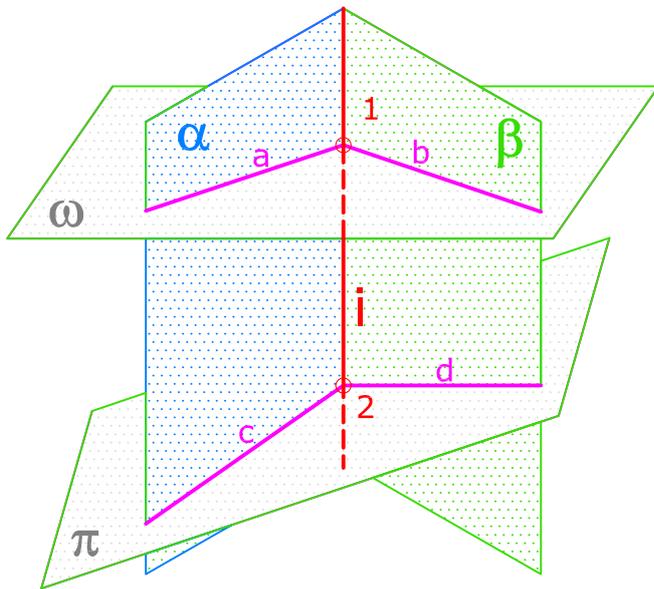
RECTA Y PLANO PARALELOS



Una recta y un plano son paralelos cuando el plano tiene una recta paralela a ella.



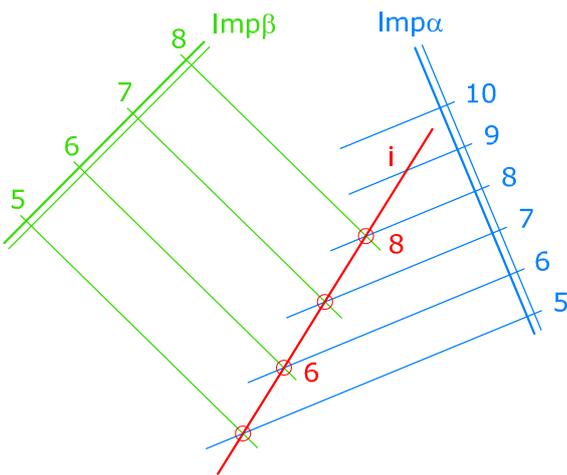
INTERSECCIÓN DE PLANOS. MÉTODO GENERAL



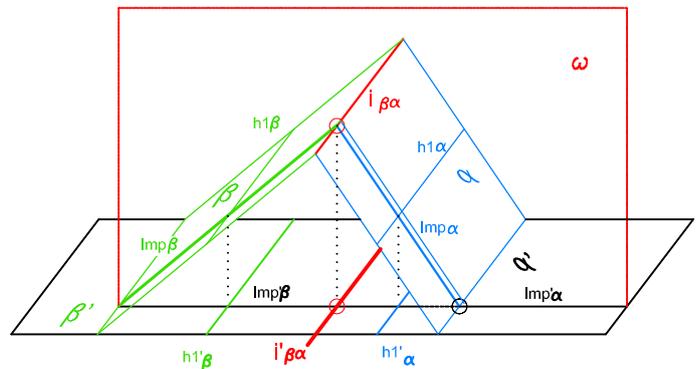
Para resolver el problema se eligen planos auxiliares que corten a los datos ( $\omega$ ) y ( $\pi$ ). De esta forma se obtendrán dos puntos de la recta intersección. El plano ( $\omega$ ) corta a ( $\alpha$ ) y ( $\beta$ ) en la rectas ( $a$ ) y ( $b$ ) que tienen un punto de intersección (1). El plano ( $\pi$ ) corta a ( $\alpha$ ) y ( $\beta$ ) en la rectas ( $c$ ) y ( $d$ ) que tienen un punto de intersección (2). La recta solución será la definida por los puntos obtenidos (1 y 2), la recta ( $i$ )

En el caso de este sistema los planos auxiliares son los PH que nos sirven para determinar las horizontales. Por lo que para hallar la intersección de dos planos hay que hallar las intersecciones de sus horizontales de igual cota.

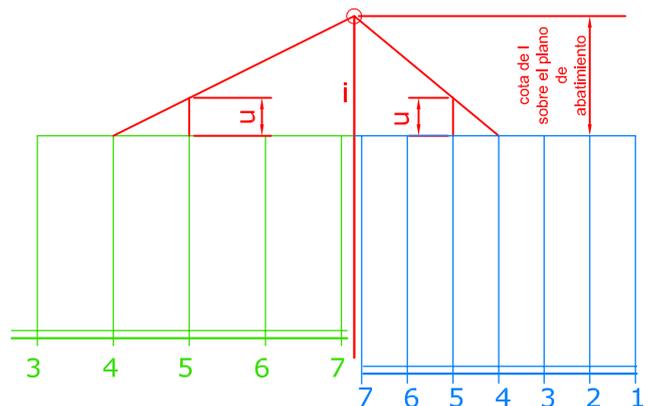
Planos oblicuos  
i es una recta oblicua



Planos cuyas trazas son paralelas



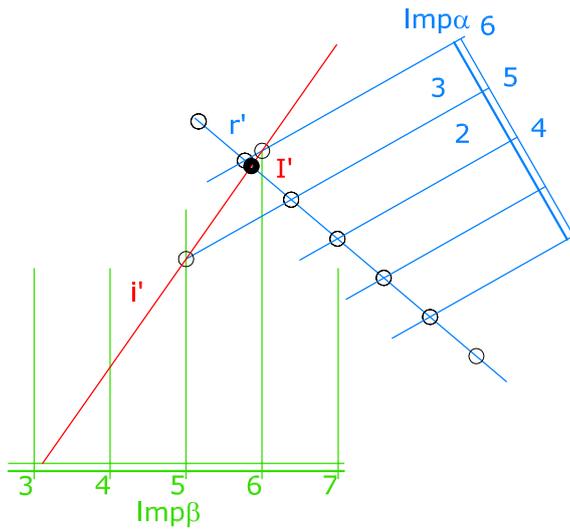
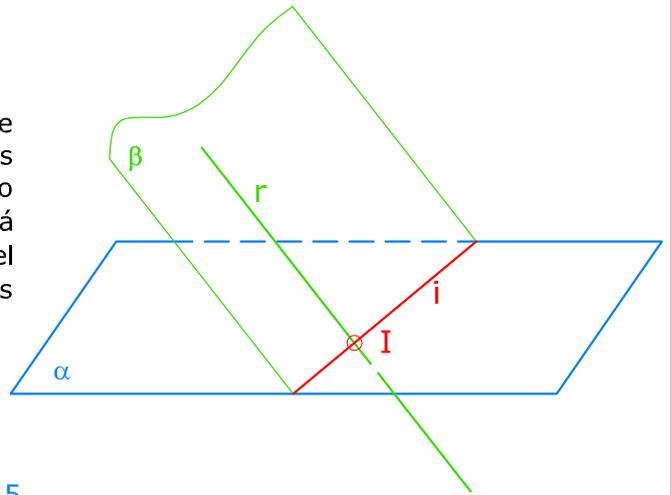
i es una recta horizontal



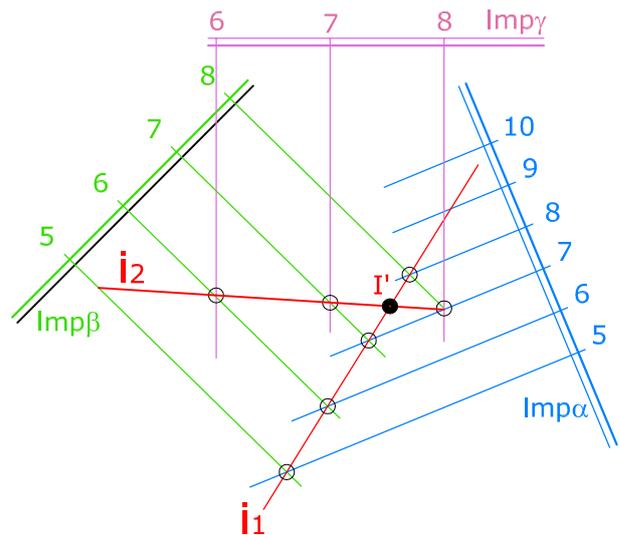
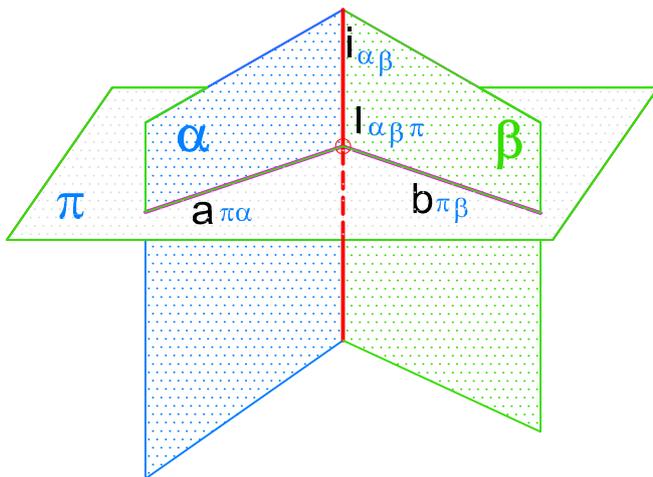
Si los planos tienen la misma pendiente la intersección es la bisectriz de las horizontales.

INTERSECCIÓN DE RECTA Y PLANO

La intersección de la recta ( $r$ ) y el plano ( $\alpha$ ) se resuelve eligiendo un plano auxiliar de los infinitos que contienen a ( $r$ ) el plano ( $\beta$ ). Luego se halla la intersección de ambos planos que será una recta ( $i$ ). Esta recta y ( $r$ ) se cortarán en el punto ( $I$ ) solución, porque ambas rectas pertenecen al plano auxiliar ( $\beta$ ).



INTERSECCIÓN DE 3 PLANOS (PUNTO)



El problema se reduce a hallar las intersecciones de los planos de dos en dos. De estas intersecciones resultarán dos rectas que se cortarán en el punto ( $I$ ) solución.



## PERPENDICULARIDAD (Axiomas)

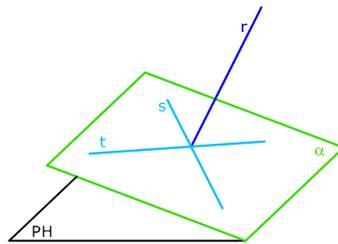
Una recta es perpendicular a un plano cuando es perpendicular a dos rectas que pasan por su pie.

También podemos fijar: Para que una recta sea perpendicular a un plano, basta que lo sea a dos rectas del plano no paralelas entre sí o a dos rectas paralelas al plano y no paralelas entre ellas. Según esto, si una recta es perpendicular a un plano, lo es a todas las rectas del plano.

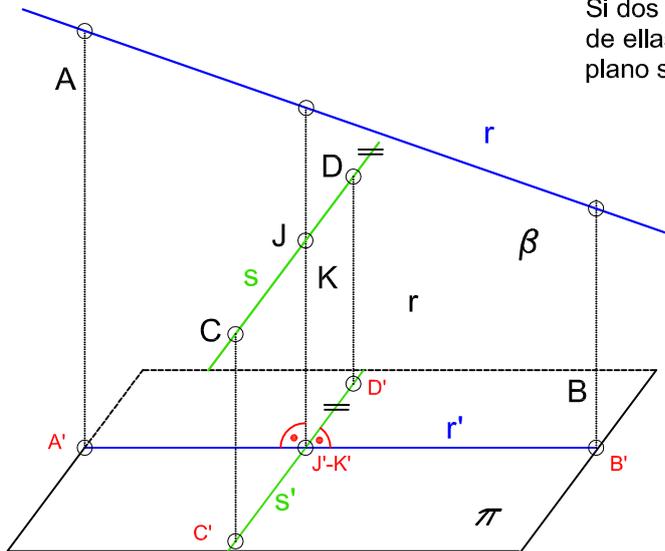
Si dos rectas son paralelas, todo plano perpendicular a una de ellas lo es también a la otra.

Si dos planos son paralelos, toda recta perpendicular a uno lo es también al otro. Según esto, dos planos perpendiculares a una misma recta son paralelos y dos rectas perpendiculares a un mismo plano son paralelas.

Si una recta es perpendicular a un plano, toda recta perpendicular a ella es paralela al plano o está contenida en él.

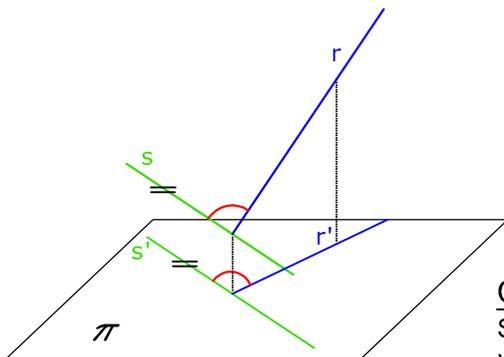
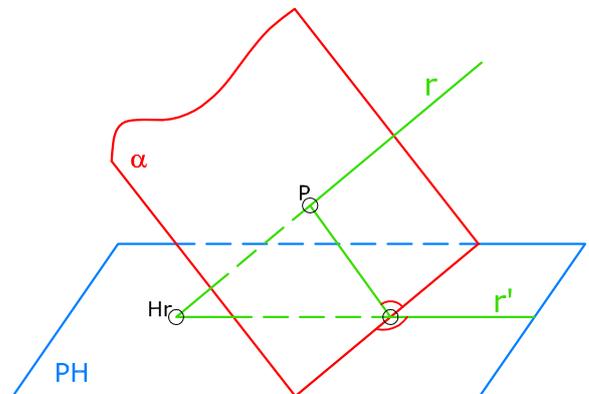


TEOREMA



### TEOREMA DE LAS 3 PERPENDICULARES

Si dos rectas son perpendiculares en el espacio y una de ellas es paralela al plano de proyección, sobre ese plano se proyectan perpendicularmente



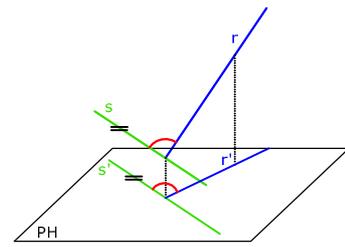
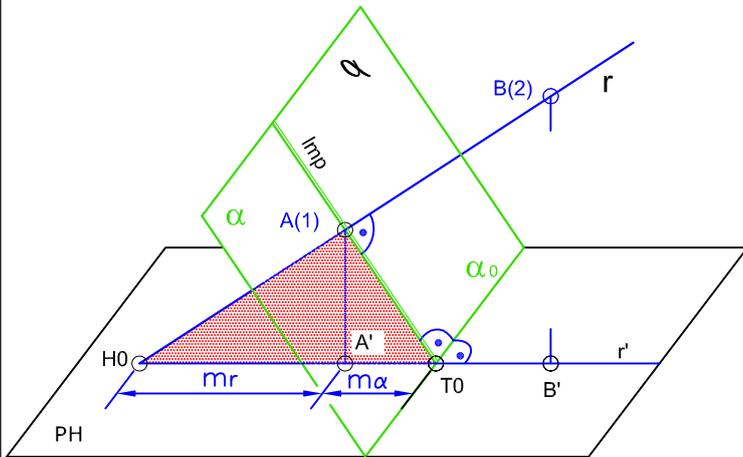
### COROLARIO

Si una recta "r" es perpendicular a un plano ("alpha"), sus proyecciones y las trazas homónimas del plano son perpendiculares



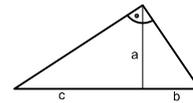
PERPENDICULARIDAD RECTA/PLANO. PLANOS ACOTADOS

$$m\alpha \times m_r = 1$$

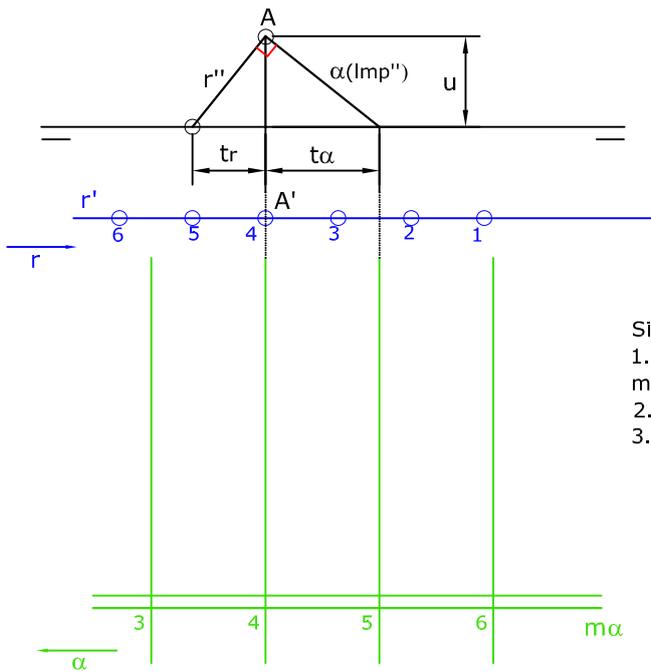


TEOREMA:

En un triángulo rectángulo la altura sobre la hipotenusa es media proporcional entre los segmentos en los que divide a la misma.



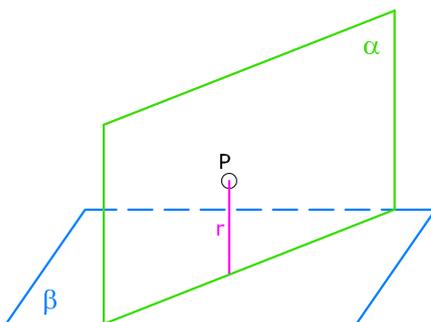
$$a/c = b/a \quad \text{p} \quad a^2 = b \times c$$



Si una recta es perpendicular a un plano se cumple:

1. La proyección de la recta es paralela a la línea de máxima pendiente del plano.
2. El módulo del plano y la recta son inversos  $\Rightarrow m_\alpha \times m_r = 1$
3. El sentido de crecimiento de ambas rectas es contrario.

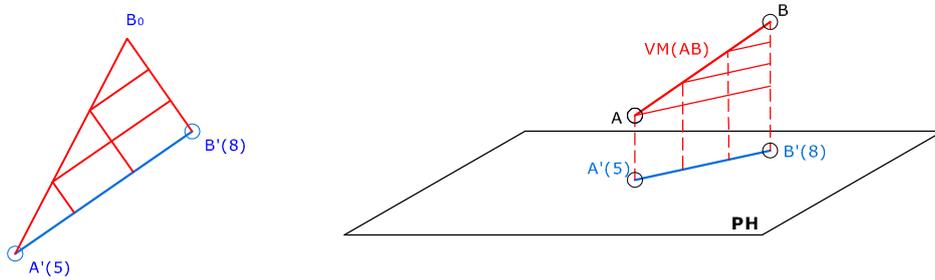
PLANOS PERPENDICULARES



n plano es perpendicular a otro siempre que contenga una recta perpendicular a el. Por lo tanto se pueden trazar infinitos planos perpendiculares a otro por un punto (haz de planos que contienen a una recta perpendicular).

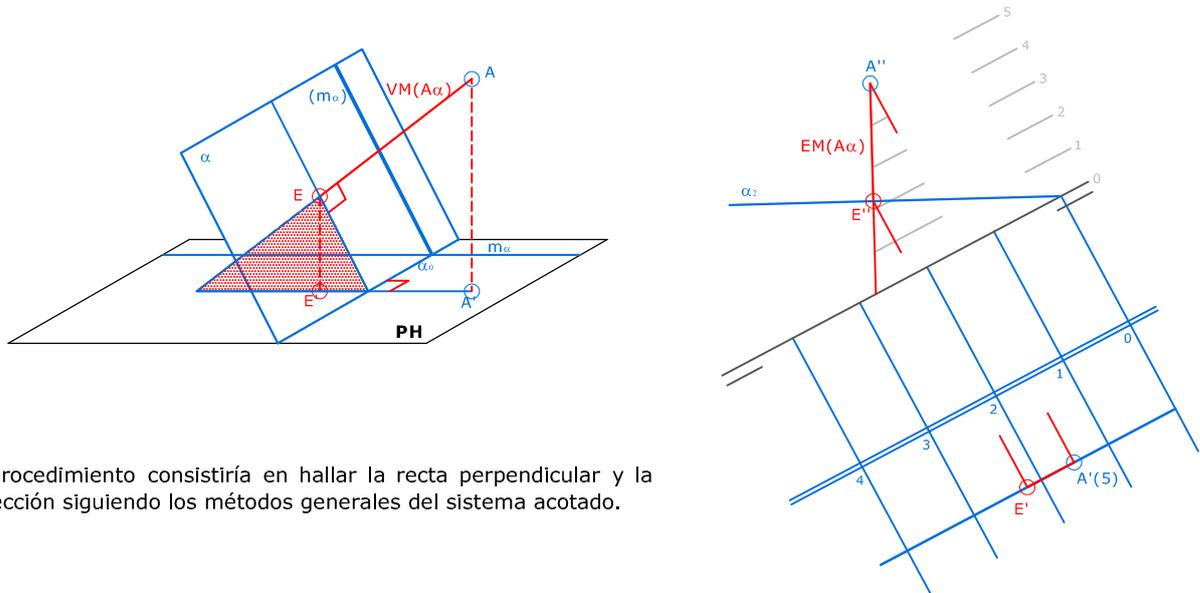
DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS

La distancia entre dos puntos se calcula con el triángulo de cotas.



DISTANCIA ENTRE PUNTO Y PLANO

Para calcular la distancia entre un punto y un plano se traza por el punto la recta perpendicular al plano. Se halla la intersección de esta recta con el plano (E). Por último se calcula la distancia entre E y A. Se puede hallar eligiendo un PV y hallando la proyección vertical.



Otro procedimiento consistiría en hallar la recta perpendicular y la intersección siguiendo los métodos generales del sistema acotado.

DISTANCIA ENTRE PUNTO Y RECTA

Se calcula trazando por el punto un plano perpendicular a la recta. El segmento definido por el punto y la intersección es la solución.

