

## ARIKETAK.5 GAIA: KONGRUENTZIAK

**Ariketa 1.** Ebatzi ondoko galderak:

- (i) Kalkulatu  $23^{84292}$  zati 7 zatiketaren hondarra eta  $113^{34291}$  zati 5 zatiketaren hondarra.
- (ii) Frogatu  $53^{103} + 103^{53}$ , 39-gatik zatigarria eta  $111^{333} + 333^{111}$  ere 7-gatik zatigarria direla.
- (iii) Kalkulatu  $23^{3n+2} - 7n + 4$  zati 7 zatiketaren hondarra.
- (iv) Frogatu edozein  $n \in \mathbb{N}$  zenbakirentzat,  $7^{2n+1} + 11^{2n+1}$  zenbakia 18-ren multiploa dela.
- (v) Frogatu edozein  $n \in \mathbb{N}$  zenbakirentzat,  $3^{3n+2} + 5^{3n+1}$  zenbakia 14-ren multiploa dela.

**Ariketa 2.** Frogatu era hamartarrean idatzita dagoen edozein  $n \in \mathbb{N}$  zenbaki baten digituen batura  $n$ -rekin kongruentea dela 9 moduluarekiko. Ondorioztatu 9-gatik zatigarria izatearen irizpide bat.

**Ariketa 3.** Baldin eta  $n = a_0 + a_1 \cdot 10 + a_2 \cdot 10^2 + \dots + a_k \cdot 10^k$  zenbaki positibo oso baten adierazpen hamartarra bada, frogatu:

- (i)  $n$ , 11-gatik zatigarria dela baldin eta soilik baldin  $\sum_{i=0}^k (-1)^i a_i$ , 11-gatik zatigarria bada;
- (ii)  $n$ , 7-gatik zatigarria da baldin eta soilik baldin  $a_0 + 3a_1 + 2a_2 - a_3 - 3a_4 - 2a_5 + a_6 + 3a_7 + 2a_8 - a_9 - 2a_{11} \dots$ , 7-gatik zatigarria bada.

**Ariketa 4.** Ebatzi ondoko kongruentzia linealetako sistema:

$$\begin{cases} x \equiv 8 \pmod{5} \\ x \equiv 5 \pmod{3} \\ x \equiv 11 \pmod{7} \\ x \equiv 2 \pmod{4} \end{cases}$$

**Ariketa 5.** Ebatzi ondoko kongruentzia linealak:

- (i)  $13x \equiv 17 \pmod{42}$ ;
- (ii)  $36x \equiv 53 \pmod{131}$ ;

(iii)  $11x \equiv 25 \pmod{60}$ ;

(iv)  $64x \equiv 16 \pmod{84}$ ;

(v)  $21x \equiv 15 \pmod{39}$ .

**Ariketa 6.** Baldin eta  $n$  ez bada zenbaki lehen bat, frogatu  $(n - 1)! + 1$  ez dela  $n$ -ren multiploa.

**Ariketa 7.**  $a$  zenbaki osoa alderanzgarria  $n$  moduluarekiko dela esaten da, existitzen bada beste  $b$  zenbaki oso bat, zeinentzat  $ab \equiv 1 \pmod{n}$ . Frogatu ondokoak:

(i) Aurkitu alderanzgarriak diren elementu guztiak 5 moduluarekiko, baita ere 6 moduluarekiko, 9 moduluarekiko eta 11 moduluarekiko.

(ii) Aurkitu 107-ren alderantzizkoa 281 moduluarekiko eta 281-ren alderantzizkoa 107 moduluarekiko.

(iii) Frogatu  $a$  alderanzgarria dela  $n$  moduluarekiko baldin eta soilik baldin  $\text{zkh}(a, n) = 1$  bada.