

#### ARIKETAK.4 GAIA: ZATIGARRITASUNA

**Ariketa 1.** Izan bitez  $a$  eta  $b$  bi zenbaki osoak elkarrekiko lehenak. Frogatu ondoko baieztapenak:

- (i) baldin eta  $d \mid b$ , orduan  $\text{zkh}(a, d) = 1$ ,
- (ii)  $\text{zkh}(ac, b) = \text{zkh}(c, b)$ , eta erabili emaitza hori ondokoa kalkulatzeko:  $\text{zkh}(5000, 31768)$ ,
- (iii) kalkulatu  $a$  zenbaki oso bat, non  $\text{zkh}(4, a) = 2$  eta  $\text{mkt}(8, a) = 56$  diren.

**Ariketa 2.** (i) Baldin eta  $a = bq + r$  bada,  $a, q, r \in \mathbb{Z}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq r < b$  izanik, frogatu  $\text{zkh}(a, b) = \text{zkh}(b, r)$  dela.

- (ii) Aurrekoa erabiliz, kalkulatu  $\text{zkh}(102, 44)$ , eta aurkitu  $44x + 102y = 2$  ekuazioaren  $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  soluzioaren bat.

**Ariketa 3.** Kalkulatu ondoko zenbakien faktORIZAZIOA: 120497 eta 111111.

**Ariketa 4.** Aurkitu  $a$  eta  $b$  zenbaki oso positibo guztiak, non  $\text{zkh}(a, b) = 12$  eta  $\text{mkt}(a, b) = 504$  diren.

**Ariketa 5.** Frogatu edozein zenbaki bakoitia,  $4k + 1$  edo  $4k - 1$  motatakoa dela.

**Ariketa 6.** Izan bedi  $p > 3$  zenbaki lehen bat. Frogatu:

- (i)  $p$ ,  $6q + 1$  edo  $6q + 5$  motatakoa dela,
- (ii)  $p^2 + 2$  ez dela zenbaki lehena.

**Ariketa 7.** Kasu bakoitzean, kalkulatu  $\text{zkh}(a, b)$  zatitzaile komunetako handiena eta deskonposatu  $x_0a + y_0b$  moduan.

- (i)  $a = 1710$  eta  $b = 126$
- (ii)  $a = 459$  eta  $b = 6933$

**Ariketa 8.** Baldin eta  $n$  zenbaki arrunta bada, frogatu  $\sqrt{n}$  zenbaki arrazionala dela baldin eta soilik baldin  $n$  karratu perfektua bada, hau da,  $n = a^2$  bada,  $a$  zenbaki osoren batentzat.

**Ariketa 9.** Izan bedi  $a$  zenbaki osoa. Aztertu ondoko baieztapenak egia edo gezurra diren:

- (i)  $2 \mid a(a + 1)$  eta  $6 \mid a(a + 1)(a + 2)$ ;
- (ii)  $2 \mid a(2a^2 + 7)$ .

**Ariketa 10.** Baldin eta  $n$  eta  $m$  bi zenbaki osoak eta positiboak elkarrekiko lehenak badira, eta  $nm$ , zenbaki osoren baten  $k$ -garren berredura bada, frogatu  $n$  eta baita ere  $m$  zenbaki oso batzuen  $k$ -garren berredurak direla.

**Ariketa 11.** Eratostenes-en Kriba erabiliz, eraiki 200 baino haundiagoak eta 500 baino txikiagoak diren zenbaki lehenen zerrenda.

**Ariketa 12.** Bi zenbaki osoak eta positiboak,  $n$  eta  $m$ , **zenbaki lagunak** direla esaten da, baldin eta zenbaki horien batura, bakoitzaren zatitzaile positibo guztien batura bada. Frogatu ondoko bi zenbakien bikoteak lagunak direla:  $\{220, 284\}$  eta  $\{17296, 18416\}$ .