
AZTERKETA

1

ARIKETAK

1.- Lor ezazu \mathbb{R} eta gorputzen gainean, $f(x) = x^5 + \frac{1}{2}x^4 + 3x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 2x + 1$ polinomioaren deskonposaketa irreduzibleen biderkadura moduan.

2.- Froga ezazu $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ matrize simetrikoa badira, orduan A eta B antzekoak dira baldin eta soilik baldin polinomio karakteristiko berdina badute.

3.- Izan bedi \mathbb{R}^3 ondorengo biderkadura eskalarrarekin: $f((x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3)) = x_1y_1 + x_2y_2 + 2x_3y_3 - x_1y_3 - x_3y_1$. Lor itzazu h isometria (f -rekiko) guztiak non: $h(e_1) = (0, -1, 0)$ eta $h(e_2) = (1, 0, 1)$ diren.

PROBLEMAK

1.- Izan bedi $f \in \text{End}(\mathbb{R}^4)$ non:

$$M_{\beta_k}(f) = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 & -1 \\ 6 & 1 & -1 & 1 \\ -6 & -1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

(i) Lor ezazu, posible baldin bada, oinarri bat non f -ri elkartutako matrizea Jordanen matrizea den. f diagonalgarria al da?

(ii) Kalkula ezazu f^{2004} .

(iii) Aurkitu, posible baldin bada, oinarri bat non f -ri elkartutako matrizea hurrengoa den:

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

2.- Izan bedi f \mathbb{R}^3 espazioaren gaineko forma bilineala non:

$$f((x_1, x_2, x_3), (y_1, y_2, y_3)) = 8x_1y_1 + 4x_2y_1 - x_3y_1 + 4x_1y_2 - 7x_2y_2 + 4x_3y_2 - x_1y_3 + 4x_2y_3 + 8x_3y_3$$

(i) f simetrikoa al da? ez-endakaturia?

(ii) Kalkula ezazu f -ren signatura. f positiboki definitua al da? existitzen al dira oinarri ortonormalak? f biderkadura eskalarra al da?

(iii) Izan bedi $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 5 & 0 \\ 2 & 0 & 7 \end{pmatrix}$. Aurki ezazu, posible baldin bada, oinarri bat non f -ri elkartutako matrizea A den.

TEORIA

Defini ezazu endomorfismo autoadjuntua. Froga ezazu endomorfismo bat autoadjuntua dela baldin eta soilik baldin existitzen bada bektore propioez osatutako oinarri ortonormala.

¹OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia