

---

**AZTERKETA**


---

1

**ARIKETAK**

1.- Izan bitez  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  eta  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & -4 & 6 \end{pmatrix}$ .  $A$  eta  $B$  antzekoak al dira? eta kongruenteak? Erantzunak arrazoitu.

2.- Froga ezazu  $\{v_1, \dots, v_k\}$  betore ez-isotropen sistema batean binaka ortogonalak badira orduan sistema askea dela. Bektoreak ez-istropoak izatearen baldintza beharrezkoa al da? Erantzuna arrazoitu.

3.- Adierazi ondorengo forma koadratikoa karratu independenteen modura:

$$q(x, y, z) = 2x^2 + y^2 + z^2 - 6xy + 4xz - 4yz.$$

**PROBLEMAK**

1.- Izan bedi  $f_a \in \text{End}(\mathbb{R}^4)$  non elkartutako matrizea oinarri kanonikoarekiko ondorengoa den:

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & a \end{pmatrix}$$

(i) Aztertu,  $a$ -ren arabera,  $f_a$  diagonalgarria den ala ez. Diagonalgarria deneko kasuetan lor ezazu oinarri bat non elkartutako matrizea diagonal den.

(ii) Diagonalgarria ez denea, lor ezazu Jordanen matrizea eta oinarri bat.

2.- Izan bedi  $f \mathbb{R}^3$  gaineko forma bilineala non:

$$M_\beta(f) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$\beta = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$  izanik.

(i) Kalkula ezazu  $f$ -ren signatura.

(ii)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  eta  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$   $f$ -ri elkartutako matrizeak al dira?

(iii)  $g(x, y, z) = (y + z, -x + z, y)$  isometria bat al da  $f$ -rekiko?

(iv) Lor ezazu  $f$ -rekiko autoadjuntua den endomorfismo bat (tribialak ez dute balio).

**TEORIA** Defini ezazu polinomio irreduziblea  $K[x]$  eraztunean. Froga ezazu edozein polinomio ez-nulua irreduzibleen biderkadura moduan adierazi ahal dela. Frogatu bi deskonposaketa desberdinen artean dagoen erlazioa.

---

<sup>1</sup>OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia