

# Eranskina 2

## Zatigarritasuna

1

**Definizioa 2.0.1.** Izan bedi  $f(x) = \sum a_i x^i \in E[x]$  polinomio ez-nulua.  $f$ -ren maila,  $\deg(f)$  denotatuko duguna, hurrengo balioa da:

$$\deg(f) = \max\{i \in \mathbb{N} \mid a_i \neq 0\}$$

Ohartu  $\deg(f) = 0$  dela baldin eta soilik baldin  $f(x) = a_0$  polinomio konstantea bada.

**Oharra 2.0.2.**  $f(x) = 0_E$  deneko kasuan  $\deg(f) = -\infty$  dela esaten da eta suposatzen da hurrengo propietateak betetzen direla:  $-\infty < a$ ,  $-\infty + b = b$  eta  $-\infty \cdot d = -\infty$ .

**Teorema 2.0.3.** Izan bitez  $f(x) = \sum a_i x^i$  eta  $g(x) = \sum b_i x^i$   $E$  gaineko polinomioak. Orduan betetzen dira hurrengo baieztapenak:

(i)  $\deg(f + g) \leq \max\{\deg(f), \deg(g)\}$  eta maila desberdinekoak badira orduan berdintza betetzen da.

(ii)  $\deg(f \cdot g) \leq \deg(f) + \deg(g)$ .

**Oharra 2.0.4.**  $E = IK$  gorputza bada orduan erraz frogatzen da  $a_n, b_n \notin 0_{IK}$  izanik  $a_n b_m$  ere  $0_{IK}$ -ren desberdina izango dela. Beraz,  $E = IK$  gorputza bada orduan aurreko teoremako bigarren formularen **berdintza** betetzen da.

**Definizioa 2.0.5.** Izan bedi  $f(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$   $E$  gaineko polinomioa maila  $n$  izanik. Orduan  $a_n \neq 0_E$   $f$ -ren **koefiziente zuzendaria** deitzen da. Koefiziente zuzendaria  $1_E$  bada orduan  $f$  **polinomio monikoa** dela esaten da.

---

<sup>1</sup>OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia

2

Hemendik aurrera  $E = IK$  gorputza dela suposatuko dugu.

**Teorema 2.0.6** (Zatiketaren Algoritmoa  $IK[x]$ ). *Eraztunean* Izan bitez  $f(x), g(x) \in IK[x]$ ,  $g(x)$  polinomio ez-nulua izanik. Orduan  $\exists! q(x), r(x) \in IK[x]$  non:

$$f(x) = g(x)q(x) + r(x), \deg(r) < \deg(g) \text{ izanik.}$$

**Definizioa 2.0.7.** Izan bitez  $f(x), g(x) \in IK[x]$ .  $g$ -k  $f$  **zatitzen** duela esango dugu baldin eta existitzen bada  $q(x) \in IK[x]$  polinomioa non  $f(x) = g(x)q(x)$  betetzen den, hau da  $f(x)$  eta  $g(x)$ -ren arteko zatiketaren hondarra  $0_{IK}$  bada. Kasu honetan,  $f(x)$   $g(x)$ -ren multiploa dela esaten da ere.

**Definizioa 2.0.8.** Izan bitez  $f(x) \in IK[x]$  eta  $\alpha \in IK$ .  $\alpha$   $f$ -ren **erroa** dela esaten da  $f(\alpha) = 0_{IK}$  bada.

**Adibideak 2.0.9.**  $x^2 + 1$  polinomioak ez du errorik  $\mathbb{Q}$ -n ezta  $\mathbb{R}$ -n ere. Baina  $\mathbb{C}$ -n bi erro dauzka:  $i, -i$ .

**Teorema 2.0.10.** Izan bitez  $f(x) \in IK[x]$  eta  $\alpha \in IK$ . Orduan hurrengo baliokidetasuna betetzen da:

$$\alpha \text{ } f\text{-ren erroa da} \Leftrightarrow (x - \alpha) \mid f(x)$$

**Teorema 2.0.11** (Aljebraren Oinarrizko Teorema). Izan bedi  $f(x) \in \mathbb{C}[x]$  polinomio ez-konstantea. Orduan  $f(x)$ -ren erro guztiak  $\mathbb{C}$ -n daude.

**Teorema 2.0.12.** Izan bedi  $f(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n \in \mathbb{Z}[x]$  polinomioa. Orduan  $f(x)$ -ren erro arrazional,  $r/s$ , posibleak hauek dira:

- (i)  $(r, s) = 1$ .
- (ii)  $r/a_0$ .
- (iii)  $s/a_n$ .

---

<sup>2</sup>OCW Proiektua. Txomin Ramirez eta M. Asun Garcia