

Eranskina 1

Definizioa

Izan bedi $(E, +, \cdot)$ identitadedun eraztuna.

Definizioa 1.0.1. Izan bitez x ezezaguna eta $a_0, \dots, a_n \in E$. Orduan hurrengo espresioa E gaineko **polinomioa** deitzen da:

$$a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$$

a_0, \dots, a_n polinomioaren **koefizienteak** deitzen dira.

Oharra 1.0.2. $x^0 = 1_E$ eta $a_k = 0_E$ bada $a_kx^k = 0$ baldintzak onartzen baditugu orduan aurreko polinomioa batukariaren bidez idatzi ahal da:

$$a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n = \sum_{i=0}^n a_ix^i$$

Izan bedi $E[x] = \{E \text{ gaineko polinomioak}\}$. Gai honetan multzo honen propietate interesgarrienak ikusiko ditugu. Lehengo eragiketak definituko ditugu.

Definizioa 1.0.3. Izan bitez $f(x) = \sum a_ix^i$ eta $g(x) = \sum b_ix^i$ E gaineko polinomioak. f eta g -ren **batura**, $f+g$ denotatuko duguna, ondorengo polinomioa da:

$$f(x) + g(x) = \sum (a_i + b_i)x^i.$$



Erraz konprobatzen da $(E[x], +)$ talde abeldarra dela.

Definizioa 1.0.4. *Izan bitez $f(x) = \sum a_i x^i$ eta $g(x) = \sum b_i x^i$ E gaineko polinomioak. f eta g -ren **biderkadura**, $f \cdot g$ denotatuko duguna, ondorengo polinomioa da:*

$$f(x) \cdot g(x) = \sum c_k x^k.$$

non $c_k = \sum_{i=0}^k a_i b_{k-i}$ den.

Erraz konprobatzen da biderketak propietate elkarkorra eta elementu neutroa dituela $E[x]$ multzoan. Gainera $(E[x], +, \cdot)$ propietate banakorrak betetzen ditu. Ondorioz, $(E[x], +, \cdot)$ identitatedun eraztuna da.

Definizioa 1.0.5. *$(E[x], +, \cdot)$ identitatedun eraztuna E gaineko **polinomioen eraztuna** deitzen da.*

Adibideak 1.0.6. $\mathbb{Z}[x] \subseteq \mathbb{Q}[x] \subseteq \mathbb{R}[x] \subseteq \mathbb{C}[x]$