4. Gaia 6

Forma positiboki definituak eta negatiboki definituak

Definizioa 6.0.1. *Izan bedi $f : V \times V \to \mathbb{R}$ forma bilineal eta simetrikoa.*

1.-f **positiboki definitua** *dela esaten da baldin eta $f(v, v) \geq 0, \forall v \in V$ betetzen bada.*

2.-f **negatiboki definitua** *dela esaten da baldin eta $f(v, v) \leq 0, \forall v \in V$ betetzen bada.*

Adibidea. 1.- Izan bedi $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ forma bilineala non:

$$f((x_1, ..., x_n), (y_1, ..., y_n)) = x_1y_1 + ... + x_ny_n, \forall (x_1, ..., x_n), (y_1, ..., y_n) \in \mathbb{R}^n$$

Orduan $f((x_1, ..., x_n), (x_1, ..., x_n)) = x_1^2 + ... + x_n^2 \geq 0, \forall (x_1, ..., x_n) \in \mathbb{R}^n$ beraz f positiboki definitua da.

2.- Izan bedi $f : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ forma bilineala non:

$$f((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1y_2 + x_2y_1, \forall (x_1, x_2), (y_1, y_2) \in \mathbb{R}^2$$

Orduan f ez da positiboki definitua $f((1, -1), (1, -1)) = -2$ baita eta ezta ere negatiboki definitua $f((1, 1), (1, 1)) = 2$ baita.

■

Definizioa 6.0.2. *Izan bedi $A \in M_n(\mathbb{R})$ matrize simetrikoa.*

1.-A **positiboki definitua** *dela esaten da baldin eta ${}^tXAX \geq 0, \forall X$ betetzen bada.*

2.-f **negatiboki definitua** *dela esaten da baldin eta ${}^tXAX \leq 0, \forall X$ betetzen bada.*

Ohartu $f : V \times V \to \mathbb{R}$ forma bilineal eta simetrikoa bada. f positiboki definitua da baldin eta soilik baldin $M_\beta(f)$ matrizea positiboki definitua bada. Era berean negatiboki definituarekin.

Teorema 6.0.3. *Izan bedi $f : V \times V \to \mathbb{R}$ forma bilineal, simetrikoa eta ez-endakatua. Orduan hurrengo baieztapenak baliokideak dira:*

- *(i) Existitzen dira V-n f-rekiko oinarri ortonormalak.*
- *(ii) $sig(f) = (n, 0)$ da.*
- *(iii) f positiboki definitua da.*

Teorema 6.0.4. *Izan bedi $A \in M_n(\mathbb{R})$ matrize simetrikoa eta alderanzgarria. Orduan:*

$$A \text{ positiboki definitua } \Leftrightarrow sig(A) = (n, 0)$$