3. Gaia 5

Cayley-Hamiltonen Teorema

Gaia amaitzeko Cayley-Hamiltonen Teorema aurkezten dugu. Bertan esaten da $A \in M_n(\mathbb{C})$ matrizea bere polinomio karakteristikoaren erroa dela. Frogapena lema desberdinetan banatuta dago

Lema 5.0.1. *Izan bedi $J_m(0)$ 0-ri elkartutako Jordanen m ordenako oinarrizko blokea. Orduan $\chi_{J_m(0)}(J_m(0)) = 0$ da.*

Lema 5.0.2. *Izan bedi $J_m(\lambda)$ λ-ri elkartutako Jordanen m ordenako oinarrizko blokea. Orduan $\chi_{J_m(\lambda)}(J_m(\lambda)) = 0$ da.*

Lema 5.0.3. *Izan bedi J Jordanen matrizea. Orduan $\chi_J(J) = 0$ da.*

Lema hauekin oso erraz frogatzen da hurrengo teorema.

Teorema 5.0.4 (Cayley-Hamilton-en Teorema)**.** *Izan bedi $A \in M_n(\mathbb{C})$. Orduan $\chi_A(A) = 0$ da.*

Frogapena. $A \in M_n(\mathbb{C})$ bada orduan bere polinomio karakteristikoaren erro guztiak (Aljebraren Oinarrizko Teorema) $\mathbb{C}$-n daude. Beraz A Jordanen matrize baten antzekoa da, hau da, existitzen da P matrize alderanzgarria non $P^{-1}AP = J$ Jordanen matrizea den.

(i) Alde batetik, antzekotasuna dela eta, $\chi_A(x) = \chi_J(x)$ betetzen da.

(ii) Bestetik, $\chi_A(J) = \chi_A(P^{-1}AP) = P^{-1}\chi_A(A)P$

Aurreko lemagatik $\chi_J(J) = \chi_A(J) = 0$ da beraz $\chi_A(A) = 0$ betetzen da.

■