2. Gaia 1

Sarrera

Izan bedi V dimentsio finituko K-espazio bektoriala. f V gaineko endomorfismoa. Dakigunez f diagonalgarria da baldin eta soilik baldin hurrengo bi baldintzak betetzen baditu:

(i) $\chi_f(x)$ polinomioaren erroak K gainean daude.

(ii) λ f-ren balio propioa bada: $\dim V(\lambda) = m(\lambda)$.

Ikusten den bezala (ii) baldintza oso gogorra da eta horregatik beste irtenbide batzuk bilatzen saiatuko gara. Hurrengo galdera izan daiteke bat:

Existitzen al da β V-ren oinarri bat non $M_\beta^\beta(f)$ matrize elkartua triangeluarra den?

Definizioa 1.0.1. *Izan bedi $A \in M_n K$ matrizea.*

(i) A `goi-triangeluarra` *dela esaten da baldin eta A matrizean diagonal naguasiaren azpitik dauden elementu guztiak 0 badira. Hau da:*

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

(ii) A `behe-triangeluarra` *dela esaten da baldin eta A matrizean diagonal naguasiaren gainetik dauden elementu guztiak* 0 *badira. Hau da:*

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Edoizein kasutan A `triangeluarra` *dela esaten da.*

Ohartu ezaguna dela $f : V \to V$ aplikazio lineala bada existitzen direla bi oinarriak β eta β' non:

$$M_{\beta}^{\beta'}(f) = \begin{pmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Lortutako matrizea triangeluarra da baina gai honetan eskatzen dugu gainera eremuko eta helburu-multzoko oinarria berbera izatea eta hau aurreko teoremak ez digu zihurtatzen.