1. Gaia 4

Polinomio Karakteristikoa

Izan bedi $A \in M_n(K)$ matrize karratua. Orduan A-ren **polinomio karakteristikoa** $\chi_A(x)$ hurrengo determinantea da:

$$det(XI_n - A)$$

Adibidea 4.0.1. *Izan bedi* $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 6 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. *Orduan* $\chi_A(x) = (x-5)(x+1)(x-2)$ *da.*

Gogoratu $A \in M_n(K)$ eta $\lambda \in K$: λ A-ren balio propioa da baldin eta soilik baldin λ $\chi_A(x)$ polinomioaren erroa bada.

Aurreko adibideko matrizearen kasuan, bere balio propioak $5, -1$ eta 2 dira.

Izan bitez A eta B matrize antzekoak (hau da, existitzen da P matrize alderanzgarria non $P^{-1}AP = B$ den) orduan $\chi_A(x) = \chi_B(x)$ betetzen da. Bestalde, gogoratu endomorfismo bati elkartutako matrizeak (oinarria errepikatzen dugunean) antzekoak direla. Beraz, zentzua du hurrengo definizioak:

CC BY NC ND

Definizioa 4.0.2. *Izan bitez $f \in End(V)$ eta β V-ren oinarria. f-ren* **polinomio karakteristikoa**, *$\chi_f(x)$ moduan adieraziko duguna, $M_\beta(f)$ matrizearen polinomio karakteristikoa da. Hau da:*

$$\chi_f(x) = det(xI_n - M_\beta(f)).$$

Adibidea 4.0.3. *Izan bedi $f \in End(\mathbb{R}^3)$ non:*

$$f(x, y, z) = (x + y, y, y + z), \forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3.$$

Zein da f-ren polinomio karakteristikoa? Definizioaren arabera hurrengo determinantea kalkulatu behar dugu:

$$\chi_f(x) = \chi_{M_{\beta_k}(f)} = det \begin{pmatrix} x-1 & -1 & 0 \\ 0 & x-1 & 0 \\ 0 & -1 & x-1 \end{pmatrix} = (x-1)^3$$

Orain berehalakoa da ikustea: λ f-ren balio propioa da baldin eta soilik baldin λ $\chi_f(x)$ polinomioaren erroa bada.

Propietate guzti hauek sakonki azalduta daude Aljebra Linealerako Sarrera irakasgaian.