Problemas Propuestos: Máquinas secuenciales

1. Determinar el número de semiautómatas distintos con conjunto de entradas S y de salida E, siendo $|E| = n$ y $|S| = r$.

2. Sea $\mathfrak{S} = (S, E, \delta)$ un semiautómata finito tal que $|E| = n$ y e_0 es su estado inicial. Un estado $e \in E$ se dice que es accesible si existe $x \in \Omega_S$ tal que $\delta(e_0, x) = e$. Demostrar que
   - (i) Si e es accesible entonces existe $y \in \Omega_S$ de longitud menor que n tal que $\delta(e_0, y) = e$.
   - (ii) Si e no es accesible, entonces $L(\mathfrak{S}, E_1) = L(\mathfrak{S}, E_1 \cup \{e\})$.

3. Sea $\mathfrak{A} = (S_1, S_2, E, \delta, \lambda)$ un autómata y $e, e' \in E$ dos estados equivalentes. Demostrar que $\delta(e, x)$ y $\delta(e', x)$ son equivalentes para cualquier $x \in \Omega_{S_1}$.

4. Sea $\mathfrak{A} = (S_1, S_2, E, \delta, \lambda)$ una máquina de Melay y $e, e' \in E$. Decimos $e \sim_k e'$ si $\psi(e, x) = \psi(e', x)$ para cualquier $x \in \Omega_{S_1}$ de longitud menor o igual que k.
   - (i) Probar que $\sim_k$ es una relación de equivalencia sobre E.
   - (ii) Probar que si $e \sim_{k+1} e'$, entonces $e \sim_k e'$. Deducir que $|E/\sim_k| \leq |E/\sim_{k+1}|$.
   - (iii) Deducir que existe un $r \leq |E| - 1$ tal que $E/\sim_{r+1} = E/\sim_r$

5. Diseñar un autómata $\mathfrak{A} = (S_1, S_2, E, \delta, \lambda)$ con $S_1 = S_2 = \{0, 1\}$ que al introducir de forma sucesiva las letras de la palabra $x = a_1 a_2 \ldots a_t$, con $a_i \in S_1$, $i = 1, \ldots t$ y partiendo del estado e_0 ofrezca como salida la palabra $00a_1a_2....a_{t-2}$. Calcular la tabla de computación para la entrada 100111.

6. Se considera el autómata $\mathfrak{A} = (S_1, S_2, E, \delta, \lambda)$, tal que $S_1 = S_2 = \{0, 1\}$, $E =$

$\{e_1, \ldots, e_6\}$ y funciones δ y λ dadas por la siguiente tabla:

	0	1
e_1	$e_4/0$	$e_2/1$
e_2	$e_1/1$	$e_2/1$
e_3	$e_4/0$	$e_5/1$
e_4	$e_1/1$	$e_4/0$
e_5	$e_3/1$	$e_5/1$
e_6	$e_2/1$	$e_4/0$

(i) Dibujar el grafo de $\mathfrak{A}$.

(ii) Hallar la tabla de computación para $x = 01101$, partiendo del estado e_3.

(iii) Minimizar el autómata anterior.

(iv) Hallar un estado $e \in E_1$, donde E_1 es el conjunto de estados del autómata calculado en (iv), tal que la tabla de computación de la palabra $x = 01101$ partiendo del estado e presente la misma salida que la calculada en (ii).

7. Se considera el autómata $\mathfrak{A} = (S_1, S_2, E, \delta, \lambda)$, con $S_1 = \{a_1, a_2, a_3\}$, $S_2 = \{0, 1\}$, $E = \{e_1, \ldots, e_9\}$ y las funciones δ y λ dadas en la siguiente tabla:

	a_1	a_2	a_3
e_1	e_2 1	e_2 0	e_5 0
e_2	e_1 0	e_4 1	e_4 1
e_3	e_2 1	e_2 0	e_5 0
e_4	e_3 0	e_2 1	e_2 1
e_5	e_6 1	e_4 0	e_3 0
e_6	e_8 0	e_9 1	e_5 1
e_7	e_6 1	e_2 0	e_8 0
e_8	e_4 1	e_4 0	e_7 0
e_9	e_7 0	e_9 1	e_7 1

(i) Hallar la tabla de computación para la palabra $a_1a_1a_2a_3a_2a_1$ partiendo del estado e_1.

(ii) Calcular $\Psi(e_2, x)$, siendo $x = a_1a_1a_2a_3a_2a_1$.

(ii) Hallar una máquina $\mathfrak{A}_1$ en forma reducida que sea equivalente a $\mathfrak{A}$.

(iii) ¿Existe algún semiautómata de $\mathfrak{A}$ tal que $E_1 \subsetneq E$ y $e_1 \in E_1$?

8. Se considera la máquina de Moore $\mathfrak{M} = (S_1, S_2, E, \delta, \beta)$, tal que $S_1 = S_2 = \{0, 1\}$, $E = \{e_1, \ldots, e_6\}$ y funciones δ y β dadas por la siguiente tabla:

	0	1	
e_1	e_6	e_6	0
e_2	e_3	e_6	1
e_3	e_4	e_4	1
e_4	e_5	e_6	0
e_5	e_2	e_6	1
e_6	e_4	e_4	1

(i) Calcular $\Psi(e_2, x)$, siendo $x = 11011$.

(ii) Hallar la máquina de Melay $\mathfrak{A}$ equivalente a $\mathfrak{M}$.

(iii) Minimizar $\mathfrak{A}$.

9. Se considera el autómata $\mathfrak{A} = (S_1, S_2, E, \delta, \lambda)$, con $S_1 = S_2 = \{1, 2, 3\}$, $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ y las funciones δ y λ dadas en la siguiente tabla:

	1	2	3
e_1	e_1 1	e_1 3	e_1 1
e_2	e_3 3	e_1 1	e_1 2
e_3	e_1 1	e_2 2	e_1 1

(i) Dibujar el grafo que define la máquina anterior

(ii) Calcular las tablas de computación de la palabra $x = 1233211$ partiendo de los estados e_1, e_2.

(iii) Hallar una máquina de Moore que sea equivalente a $\mathfrak{A}$.

10. Se considera el autómata $\mathfrak{A} = (S_1, S_2, e, \delta, \lambda)$, donde $S_1 = \{a, b, c\}$, $S_2 = \{1, 2, 3\}$, $E = \{e_1, \ldots, e_3\}$ y

$$\begin{array}{rccc} \delta: & E \times S_1 & \to & E \\ & (e_1, a) & \mapsto & e_1 \\ & (e_1, b) & \mapsto & e_1 \\ & (e_1, c) & \mapsto & e_3 \\ & (e_2, a) & \mapsto & e_2 \\ & (e_2, b) & \mapsto & e_1 \\ & (e_2, c) & \mapsto & e_3 \\ & (e_3, a) & \mapsto & e_3 \\ & (e_3, b) & \mapsto & e_2 \\ & (e_3, c) & \mapsto & e_3 \end{array} \qquad \begin{array}{rccc} \lambda: & E \times S_1 & \to & S_2 \\ & (e_1, a) & \mapsto & 2 \\ & (e_1, b) & \mapsto & 1 \\ & (e_1, c) & \mapsto & 2 \\ & (e_2, a) & \mapsto & 2 \\ & (e_2, b) & \mapsto & 2 \\ & (e_2, c) & \mapsto & 2 \\ & (e_3, a) & \mapsto & 2 \\ & (e_3, b) & \mapsto & 2 \\ & (e_3, c) & \mapsto & 2 \end{array}$$

(i) Estudiar si $\mathfrak{A}$ está dado en forma reducida.

(ii) Dar el grafo de una máquina de Moore que sea equivalente a $\mathfrak{A}$.