

Problemas Propuestos: Máquinas de Turing

1. Diseñar una máquina de Turing que al serle introducida una sucesión finita de “1”, escritos en casillas contiguas, y con la cabeza lectora-inscriptora sobre uno de ellos en el estado de partida e_0 , devuelva la sucesión de “1” y otra sucesión a su derecha con el doble de “1” que la de partida, estando ambas sucesiones separadas por una casilla vacía.
2. Diseñar una máquina de Turing que al serle introducida dos sucesiones de “1”, escritos en casillas contiguas y separadas por el signo $-$, ofrezca como resultado la resta de ambos números. El estado de partida es el e_0 y la cabeza lectora-inscriptora se encuentra sobre una casilla no vacía.
3. Crear una máquina de Turing que al serle introducida una sucesión de paréntesis cerrados y abiertos escritos en casillas contiguas, dé como solución una B si a cada paréntesis abierto le corresponde uno cerrado y una M en otro caso. Simular la acción de la máquina cuando se introduce las sucesiones $((()))$ y $(())$.
4. Diseñar una máquina de Turing que al serle introducidos en la cinta dos números naturales n y m escritos en notación unaria separados por el símbolo $\&$ y el resto de las casillas en blanco con la cabeza lectora-inscriptora sobre una de las casillas no vacía devuelva tras su actuación $m - n$, en notación unaria, si $n \leq m$ o todas las casillas en blanco si $n > m$.
5. (i) Diseñar una máquina de Turing que al serle introducida una sucesión de n ‘0’ y m ‘1’ escritos en casillas contiguas y con la cabeza lectora-inscriptora sobre uno de ellos en el estado de partida e_0 devuelva la sucesión inicial y otra sucesión situada a su derecha que contenga n ‘a’, escritos en casillas contiguas, si n es par y $m + 1$ ‘b’, escritos en casillas contiguas, si n es impar. Entre ambas sucesiones **no** se dejará ningún espacio en blanco.

(ii) Realizar la computación que tiene a $\alpha_1 = 101e_0110101101$ como descripción instantánea inicial.
6. (i) Sea $S = \{a, b\}$. Diseñar una máquina de Turing que al escribirle en su cinta una palabra \mathbf{x} de F_S , colocando las letras de la misma en casillas contiguas y el resto de la cinta en blanco, devuelva x^Rba , si en \mathbf{x} aparece al menos una vez la letra a , ó $ab\mathbf{x}$, en otro caso. La cabeza lectora-inscriptora se encontrará examinando una de las casillas no vacías en el estado e_0 .

- (ii) Hallar la computación con descripción instantánea inicial $\mathbf{x} = bbbe_0bababb$.
7. (i) Diseñar una máquina de Turing que al serle introducida una sucesión de ‘0’ y ‘1’ escritos en casillas contiguas y con la cabeza lectora-inscriptora sobre uno de ellos en el estado de partida e_0 devuelva la sucesión inicial y otra sucesión a su derecha (separada por casilla en blanco) en el que cada ‘0’ de la sucesión inicial se sustituye por un ‘2’ y cada ‘1’ por dos ‘a’, escritos en casillas contiguas, que la sucesión inicial.
- (ii) Realizar la computación que tiene a $\alpha_1 = 11001e_010011011$ como descripción instantánea inicial.
8. (i) Sea $S = \{a, b\}$. Diseñar una máquina de Turing que al escribirle en su cinta una palabra \mathbf{x} de F_S , colocando las letras de la misma en casillas contiguas y el resto de la cinta en blanco, devuelva bax , si en \mathbf{x} aparece un número impar de veces la letra a , ó abx , en otro caso. La cabeza lectora-inscriptora se encontrará examinando una de las casillas no vacías en el estado e_0 .
- (ii) Hallar la computación con descripción instantánea inicial $\mathbf{x} = aabe_0baaabb$.
9. Dados $S = \{s_0, \dots, s_m\}$ y $E = \{e_0, e_n\}$ dos conjuntos finitos cuyos elementos son símbolos y estados, respectivamente, se llama **quíntuple** a una 5-tupla del tipo $e_i s_j s_k x e_l$, donde $e_i, e_l \in E$, $s_j, s_k \in S$ y $x \in \{D, I\}$. Se interpreta:
- $e_i s_j s_k D e_l$: Cuando se encuentre la cabeza lectora-inscriptora en el estado e_i examinando una casilla que contiene el símbolo s_j , cambia el contenido de la misma por s_k , se mueve una casilla a la derecha y entra en el estado e_l .
 - $e_i s_j s_k I e_l$: Cuando se encuentre la cabeza lectora-inscriptora en el estado e_i examinando una casilla que contiene el símbolo s_j , cambia el contenido de la misma por s_k , se mueve una casilla a la izquierda y entra en el estado e_l .

Se llama **máquina de Turing definida mediante quintuplas** a $\mathbb{T}_q = (S, E, \Omega)$ donde Ω es un conjunto finito cuyos elementos son quintuplas verificando que no existen dos quintuplas que comiencen por el mismo par $e_i s_j$.

- (i) Probar que cada máquina de Turing definida mediante quintuplas admite una máquina de Turing definida mediante cuádruples con el mismo conjunto de símbolos y que simula su forma de actuar y recíprocamente.
- (ii) Dar una máquina de Turing definida mediante quintuplas que simula la máquina del problema 3.