Tema 3: Autómatas

6. Construcción de autómatas.

Al igual que sucedía con las máquinas de Turing, es posible construir autómatas que actúen de una forma determinada, una vez que se fije el **estado de partida**, que será aquel en el que se encuentre el mecanismo cuando empiece a actuar.

Ejemplo 1. Construimos un autómata que admita como entradas “0” y “1” y que partiendo del estado e_0 proceda de la manera siguiente:

1. Si en la sucesión de entradas aparecen dos “0” consecutivos, imprime a partir de ese instante sólo “0”.

2. Si en la sucesión de entradas aparece tres “1” consecutivos y previamente no han aparecido dos “0” seguidos, imprime un “1” hasta que salgan dos “0” consecutivos.

3. En el resto de las situaciones imprime “0”.

Las funciones δ y λ vienen dadas por:

$$
\begin{array}{llll}
\delta: & E\times S_1 & \rightarrow & E\\
 & (e_0,0) & \mapsto & e_1\\
 & (e_0,1) & \mapsto & e_3\\
 & (e_1,0) & \mapsto & e_2\\
 & (e_1,1) & \mapsto & e_3\\
 & (e_2,0) & \mapsto & e_2\\
 & (e_2,1) & \mapsto & e_2\\
 & (e_3,0) & \mapsto & e_1\\
 & (e_3,1) & \mapsto & e_4\\
 & (e_4,0) & \mapsto & e_1\\
 & (e_4,1) & \mapsto & e_5\\
 & (e_5,0) & \mapsto & e_6\\
 & (e_5,1) & \mapsto & e_5\\
 & (e_6,0) & \mapsto & e_2\\
 & (e_6,1) & \mapsto & e_5
\end{array}
\qquad
\begin{array}{llll}
\lambda: & E\times S_1 & \rightarrow & S_2\\
 & (e_0,0) & \mapsto 0 & \\
 & (e_0,1) & \mapsto 0 & \\
 & (e_1,0) & \mapsto 0 & \\
 & (e_1,1) & \mapsto 0 & \\
 & (e_2,0) & \mapsto 0 & \\
 & (e_2,1) & \mapsto 0 & \\
 & (e_3,0) & \mapsto 0 & \\
 & (e_3,1) & \mapsto 0 & \\
 & (e_4,0) & \mapsto 0 & \\
 & (e_4,1) & \mapsto 1 & \\
 & (e_5,0) & \mapsto 1 & \\
 & (e_5,1) & \mapsto 1 & \\
 & (e_6,0) & \mapsto 1 & \\
 & (e_6,1) & \mapsto 1 &
\end{array}
$$

Ejemplo 2. Construimos un autómata que simula la actuación de una máquina expendedora de café y café con leche con las siguientes características:

1) El precio del café sólo es 0,55 euros.

2) El precio del café con leche es 0,65 euros.

3) La máquina funciona con monedas de 0,05, 0,20 y 0,50 euros.

4) La máquina dispone de tres botones: uno negro para el café, uno blanco para el café con leche y uno rojo que nos permite recuperar el dinero introducido ó nos da el dinero que sobra tras ser suministrado nuestro café ó café con leche.

Es obvio que el conjunto de entradas que admite es

$$S_1 = \{M5, M25, M50, B_B, B_N, B_R\}$$

donde: Mi = moneda de 0,0i euros, B_B = botón blanco, B_N = botón negro y B_R = botón rojo. El conjunto de salidas será

$$S_2 = \{N, C, CL, M5, M10, M15, M20, M25, M30, M35,\\ M40, M45, M50, M55, M60, M65\},$$

con N = nada C = café, CL = café con leche y Mi = cambios de i céntimos de euro. El conjunto de estados es $E = \{e_0, \ldots, e_{13}\}$. Las funciones δ y λ vienen dadas por las tablas:

δ	$M5$	$M20$	$M50$	BN	B_B	BR
e_0	e_1	e_4	e_{10}	e_0	e_0	e_0
e_1	e_2	e_5	e_{11}	e_1	e_1	e_0
e_2	e_3	e_6	e_{12}	e_2	e_2	e_0
e_3	e_4	e_7	e_{13}	e_3	e_3	e_0
e_4	e_5	e_8	e_{13}	e_4	e_4	e_0
e_5	e_6	e_9	e_{13}	e_5	e_5	e_0
e_6	e_7	e_{10}	e_{13}	e_6	e_6	e_0
e_7	e_8	e_{11}	e_{13}	e_7	e_7	e_0
e_8	e_9	e_{12}	e_{13}	e_8	e_8	e_0
e_9	e_{10}	e_{13}	e_{13}	e_9	e_9	e_0
e_{10}	e_{11}	e_{13}	e_{13}	e_{10}	e_{10}	e_0
e_{11}	e_{12}	e_{13}	e_{13}	e_0	e_{11}	e_0
e_{12}	e_{13}	e_{13}	e_{13}	e_1	e_{12}	e_0
e_{13}	e_{13}	e_{13}	e_{13}	e_2	e_0	e_0

λ	$M5$	$M20$	$M50$	B_N	B_B	B_R
e_0	N	N	N	N	N	N
e_1	N	N	N	N	N	$M5$
e_2	N	N	N	N	N	$M10$
e_3	N	N	N	N	N	$M15$
e_4	N	N	$M5$	N	N	$M20$
e_5	N	N	$M10$	N	N	$M25$
e_6	N	N	$M15$	N	N	$M30$
e_7	N	N	$M20$	N	N	$M35$
e_8	N	N	$M25$	N	N	$M40$
e_9	N	N	$M30$	N	N	$M45$
e_{10}	N	$M5$	$M35$	N	N	$M50$
e_{11}	N	$M10$	$M40$	C	N	$M55$
e_{12}	N	$M15$	$M45$	C	N	$M60$
e_{13}	$M5$	$M20$	$M50$	C	CL	$M65$

Ejemplo 3. Construimos un autómata A que tenga como alfabeto de entrada y salida a $\{0,1\}$ y que al serle introducida una palabra de Ω_{S_1} de longitud mayor o igual a 2, partiendo del estado e_1, ofrezca como salida la palabra que tiene "0" en las dos primeras posiciones y a partir de la tercera posisción las mismas letras que la palabra introducida. Como nos fijan $S_1 = S_2 = \{0,1\}$, para definir A nos falta determinar $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ y las funciones δ y λ viene dadas por

$$
\begin{array}{rccc}
\delta: & E \times S_1 & \to & E \\
& (e_1,0) & \mapsto & e_2 \\
& (e_1,1) & \mapsto & e_2 \\
& (e_2,0) & \mapsto & e_3 \\
& (e_2,1) & \mapsto & e_3 \\
& (e_3,0) & \mapsto & e_3 \\
& (e_3,1) & \mapsto & e_3
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rccc}
\lambda: & E \times S_1 & \to & S_2 \\
& (e_1,0) & \mapsto & 0 \\
& (e_1,1) & \mapsto & 0 \\
& (e_2,0) & \mapsto & 0 \\
& (e_2,1) & \mapsto & 0 \\
& (e_3,0) & \mapsto & 0 \\
& (e_3,1) & \mapsto & 1
\end{array}
$$