

Tema 1: Semigrupos

4. Producto directo de semigrupos.

Sean (S_1, \cdot_1) y (S_2, \cdot_2) dos semigrupos. En el conjunto $S_1 \times S_2 = \{(s_1, s_2) \mid s_i \in S_i, i = 1, 2\}$ definimos la operación $*$ $(s_1, s_2) * (s'_1, s'_2) = (s_1 \cdot_1 s'_1, s_2 \cdot_2 s'_2)$. Es fácil demostrar que con la operación anterior dotamos a $S_1 \times S_2$ de la estructura de semigrupo, al que llamaremos **producto directo de (S_1, \cdot_1) y (S_2, \cdot_2)** . De forma análoga, se define el producto directo de un número finito de semigrupos.

Ejemplo. Si tomamos $(\mathbb{Z}, +)$ y (\mathbb{N}, \cdot) podemos definir en $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$ la operación $*$ $(z, n) * (z', n') = (z + z', n \cdot n')$.

Cuando tenemos un producto directo de un número finito de semigrupos, aparecen unas aplicaciones llamadas **proyecciones** $\pi_i : \prod_{j=1}^n S_j \rightarrow S_i$ definida por $\pi_i(s_1, \dots, s_n) = s_i$. Es fácil comprobar que estas aplicaciones son, en realidad, epimorfismos de semigrupos.