

## Tema 1: Semigrupos

### 4. Producto directo de semigrupos.

Sean  $(S_1, \cdot_1)$  y  $(S_2, \cdot_2)$  dos semigrupos. En el conjunto  $S_1 \times S_2 = \{(s_1, s_2) \mid s_i \in S_i, i = 1, 2\}$  definimos la operación  $*$   $(s_1, s_2) * (s'_1, s'_2) = (s_1 \cdot_1 s'_1, s_2 \cdot_2 s'_2)$ . Es fácil demostrar que con la operación anterior dotamos a  $S_1 \times S_2$  de la estructura de semigrupo, al que llamaremos **producto directo de  $(S_1, \cdot_1)$  y  $(S_2, \cdot_2)$** . De forma análoga, se define el producto directo de un número finito de semigrupos.

**Ejemplo.** Si tomamos  $(\mathbb{Z}, +)$  y  $(\mathbb{N}, \cdot)$  podemos definir en  $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}$  la operación  $*$   $(z, n) * (z', n') = (z + z', n \cdot n')$ .

Cuando tenemos un producto directo de un número finito de semigrupos, aparecen unas aplicaciones llamadas **proyecciones**  $\pi_i : \prod_{j=1}^n S_j \rightarrow S_i$  definida por  $\pi_i(s_1, \dots, s_n) = s_i$ . Es fácil comprobar que estas aplicaciones son, en realidad, epimorfismos de semigrupos.