

1. Descripción del curso

En este curso se pretende realizar una introducción a la Teoría de los Autómatas poniendo especial énfasis en los aspectos algebraicos utilizados en la misma. Por ello, en este curso autocontenido, se presenta el material teórico-práctico necesario para que el lector realice una primera aproximación a esta rama del Álgebra que se ha desarrollado de forma rápida a partir de la segunda mitad del siglo XX.

La materia aquí expuesta es de interés no sólo para estudiantes del Grado en Matemáticas que deseen ampliar sus conocimientos sobre el tema, sino también para estudiantes de diversas ingenierías (Ingeniería Informática, Ingeniería Electrónica,...) que precisen una aproximación matemática rigurosa a esta Teoría.

Los contenidos del curso fueron elaborados de forma específica por los autores para ser impartidos como una de las partes de una de las asignaturas optativas de segundo ciclo presentes en la Licenciatura de Matemáticas.

Asimismo, se incluyen ejercicios de programación realizados en lenguaje C que pueden ayudar a los estudiantes a conectar la materia expuesta con la práctica.

En concreto se tratan los siguientes temas:

Tema 1: Semigrupos: Se realiza una introducción a la Teoría de Semigrupos. La justificación de la presencia de este tema en este curso es debida a la conexión existente con los temas posteriores.

Tema 2: Máquinas de Turing: Estas máquinas, creadas por el matemático inglés Alan Turing, permitieron formalizar el concepto de algoritmo, básico en el desarrollo de la Teoría de la Computación. En este tema se estudian estas máquinas y se dan ejemplos de cómo diseñarlas para que realicen tareas prefijadas.

Tema 3: Máquinas secuenciales: Este apartado desarrolla el concepto central de la materia expuesta: los autómatas o máquinas secuenciales. Además de la definición formal del concepto, se abordan cuestiones como el problema de minimización de un autómata o el de autómatas equivalentes.

Tema 4: Aplicaciones de los autómatas: lenguajes formales: Para finalizar el curso se describe la relación existente entre los autómatas y los lenguajes formales.

Los temas pueden ser estudiados por separado y en cualquier orden, salvo el Tema 4 que precisa de nociones del Tema 3 y del Tema 1, por lo que es recomendable su lectura tras la comprensión de los temas citados.

2. Prerrequisitos.

El material expuesto es autocontenido y en él se pueden encontrar todos los conceptos necesarios para la comprensión de la asignatura. Por ello, no es necesario ningún prerrequisito más allá de la mínima habilidad o destreza para trabajar con objetos matemáticos abstractos.

3. Competencias específicas

Las competencias que desarrollará el estudiante se centran en los siguientes aspectos:

1. Conocer el concepto algebraico de semigrupo y su relación con los autómatas.
2. Entender lo que son las máquinas de Turing y su importancia en la formalización del concepto de algoritmo.
3. Diseñar máquinas de Turing con objetivos prefijados.
4. Comprender el concepto de máquina secuencial y los diferentes tipos de éstas.
5. Ser capaz de localizar máquinas secuenciales que realicen tareas determinadas, buscando además que éstas estén dadas de forma óptima.
6. Relacionar los lenguajes regulares con las máquinas secuenciales.

4. Objetivos del curso

El objetivo principal de esta asignatura es poner de manifiesto la estrecha relación existente entre el Álgebra y la computación. Se comienza estudiando la teoría básica de semigrupos y se relaciona con los autómatas y los lenguajes formales. Estos nos permiten modelizar matemáticamente procesos que se llevan a cabo en el tratamiento de la información en los ordenadores actuales.

5. Programa del curso.

Tema 1: Semigrupos. Semigrupos: Conceptos fundamentales. Subsemigrupos. Homomorfismos de semigrupos. Producto directo de semigrupos. Semigrupo libre de palabras.

Tema 2: Máquinas de Turing. Antecedentes históricos. Descripción de una máquina de Turing. Diseño de máquinas de Turing con objetivos prefijados.

Tema 3: Máquinas secuenciales. Semiautómatas. Autómatas: Máquinas de Melay. Máquinas de Moore. Máquinas secuenciales equivalentes. Máquinas secuenciales en forma reducida: Minimización de un autómata. Diseño de autómatas. Relación entre semigrupos y (semi)autómatas.

Tema 4: Aplicaciones de los autómatas: lenguajes formales. Definición de lenguaje formal. Lenguajes regulares. Relación entre los lenguajes regulares y los autómatas.

6. Cronograma.

El tiempo recomendable para el estudio de los contenidos de la asignatura es de 15 semanas (un cuatrimestre) a razón de 4 horas/semana. Una distribución óptima del tiempo mínimo para la correcta comprensión de la asignatura es la siguiente:

Estudio del Tema 1: 15 horas de las cuales 4 se dedican al desarrollo teórico, 3 a la realización de problemas y 8 al diseño e implementación de los ejercicios de programación propuestos.

Estudio del Tema 2: 12 horas de las cuales 3 se dedican al desarrollo teórico, 4 a la realización de problemas y 5 al diseño e implementación de los ejercicios de programación propuestos.

Estudio del Tema 3: 22 horas de las cuales 9 se dedican al desarrollo teórico, 8 a la realización de problemas y 5 al diseño e implementación de los ejercicios de programación propuestos.

Estudio del Tema 4: 11 horas de las cuales 5 se dedican al desarrollo teórico y 6 a la realización de problemas.

7. Metodología

Para conseguir el máximo aprovechamiento del material expuesto y una comprensión rápida del mismo, se recomienda seguir el siguiente Plan de Trabajo en cada tema:

1. Realizar una lectura profunda del material expuesto en los resúmenes teóricos, marcando aquellos puntos que merezcan un estudio más en profundidad y/o el desarrollo de ejemplos que ayuden a la comprensión. Si el lector es incapaz de resolver las dudas surgidas o de completar las demostraciones de los resultados enunciados, deberá recurrir a la Bibliografía recomendado con el fin de completar el material propuesto. No obstante, el material está expuesto de forma que con una mínima destreza cualquier lector puede adentrarse en los entresijos del mismo.

2. Tras la asimilación del Tema, se deben realizar los ejercicios propuestos para él. Una selección de ellos, se han resuelto para mostrar las técnicas básicas que permiten la resolución de los ejercicios del tema. Se recomienda intentar resolverlos por su cuenta y comparar la solución obtenida con la propuesta, si la hubiere, o con la solución del modelo similar.

3. Después de asimilar el contenido teórico y práctico de cada tema, el lector puede plantearse el diseño e implementación de los programas propuestos para completar su formación en el tema. El lenguaje que se elija para realizar los programas no es significativo. Lo importante es ser capaz de trasladar conceptos teóricos a programas de ordenador para que éste se convierta en una herramienta útil.

4. Una vez que se han trabajado todos los temas del curso, se recomienda resolver algunas de las pruebas de autoevaluación propuestas para determinar el dominio logrado en la asignatura.

Los temas pueden ser estudiados de forma independiente y siguiendo cualquier orden, siempre y cuando las nociones de otros temas que se puedan utilizar en el desarrollo del mismo sean conocidas por el lector.