EJERCICIOS DE VARIABLE ALEATORIA

(1º) Se lanza dos veces una moneda balanceada y se observa el número Y de caras. Calcula la distribución de probabilidad para Y.

(2º) Un hombre de negocios ha decidido invertir 10000 \$ en cada una de tres acciones comunes. Cuatro acciones (A, B, C y D) le han sido recomendadas por un corredor y él planea seleccionar tres de las cuatro para formar una cartera de inversión. El hombre de negocios desconoce que las acciones A, B y C aumentarán en el futuro inmediato pero D sufrirá una severa bajada de precio. Si la selección se hace al azar, encuentra la distribución de probabilidad para Y (número de buenas acciones en la cartera de inversión).

(3º) Un experimento de reconocimiento psicológico requiere de un individuo para clasificar un conjunto de objetos de acuerdo a si han sido o no previamente observados. Supóngase que un individuo puede clasificar correctamente cada objeto con probabilidad p = 0.7, que las clasificaciones subsiguientes son sucesos independientes, y que se le presentan n = 3 objetos para clasificar. Se está interesado en Y (el número de clasificaciones correctas) para los tres objetos.

(4º) Sea c una constante y consideremos la función de densidad

$$f(y) = \begin{cases} cy; & si\ 0 \le y \le 1 \\ 0; & en\ cualquier\ otro\ punto \end{cases}$$

(a) Calcula el valor de c para que f(.) sea efectivamente una densidad de densidad de probabilidad. (b) Calcula p(0.2 < Y < =.5). (c) Obtén la función de distribución acumulativa F(Y) para la variable aleatoria Y. (d) Calcula F(0.2) y F(0.7).

(5º) Sea c una constante y considérese la función de densidad

$$f(y) = \begin{cases} \frac{1}{c} e^{-\frac{y}{2}}; & si\ y \ge 0 \\ \frac{1}{c} e^{\frac{y}{2}}; & si\ y < 0 \end{cases}$$

(a) Calcula el valor de c. (b) Obtén la función de distribución acumulativa F(Y). (c) Calcula F(1). (d) Calcula p(Y > 0.5).

(6º) Una urna contiene cuatro bolas numeradas1, 2, 3 y 4, respectivamente. Sea Y el número que ocurre si se saca al azar una bola de la urna. ¿Cuál es la función de probabilidad para Y. ¿Cuál es la función de distribución?.

(7º) Un ingeniero de control de calidad muestrea cinco piezas de un lote grande de percutores fabricados y determina si tienen defectos. Aunque el inspector no lo sabe, tres de los cinco percutores muestreados tienen defectos. El ingeniero prueba los cinco percutores en un orden escogido al azar hasta que observa un percutor defectuoso en cuyo caso se rechazará todo el lote. Sea Y el número de percutores que debe probar el ingeniero de control de calidad. Calcula y representa la distribución de probabilidad de Y.

(8º) Supón que cada flecha tiene probabilidad 2/3 de hacer diana y que se hacen tres disparos. Sea Y el número (un total de tres) que hacen diana. Encontrar la distribución de probabilidad Y. Construir el histograma para p(Y). Comprueba que p(Y) satisface los requisitos que debe cumplir toda distribución de probabilidad.

(9º) Hallar las probabilidades de niños y niñas en familias de tres hijos, suponiendo iguales la probabilidad de niño o niña.

(10º) Los ingenieros ambientales clasifican a los consumidores en una de cinco categorías. Las probabilidades asociadas a cada grupo se indican en la siguiente tabla:

Marrones básicas	0.28
Verdes leales	0.11
Verdes billete	0.11
Retoños	0.26
Refunfuñadores	0.24

Sea Y el número de consumidores que es preciso muestrear hasta encontrar el primer ecologista (entendido como verde fiel, un verde billete o un retoño): (a) Especifica la distribución de probabilidad para Y en forma de tabla. (b) Da una fórmula para calcular la distribución de probabilidad de Y.

(12º) La variable aleatoria que representa la proporción de accidentes automovilísticos fatales en EE.UU. , tiene la siguiente función de densidad

$$f(x) = \begin{cases} 42\,x\,(1-x)^5 & \text{si } 0 < x \le 1 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

¿Cuál es la probabilidad de que no más del 25% de los accidentes automovilísticos sean fatales?.

(13º) Una estructura metálica, debido al calor, puede sufrir una dilatación en cm que es una variable aleatoria, notada por X, que tiene una función de densidad dada por

$$f(x) = \begin{cases} ax; & si\ 0 \le x \le 3 \\ b; & si\ 3 < x < 5 \\ \dfrac{b}{3}(8-x); & si\ 5 \le x \le 8 \end{cases}$$

(a) Determinar a y b. (b) Calcular e interpretar la probabilidad de que la dilatación sea inferior a 3 cm