Trabajo en clase

ALUMN@

Se desea evaluar el efecto de una dieta baja en grasa y de ejercicio aeróbico en los niveles de colesterol en sangre, para lo cual se han considerado 15 sujetos entre 35 y 50 años. La tabla muestra el colesterol total inicialmente y después de tres meses de aplicación del programa:

Sujeto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Antes	265	240	258	295	251	245	287	314	260	279	283	240	238	225	247
Después	229	231	227	240	238	241	234	256	247	239	246	218	219	226	233

Calcula un intervalo de confianza del 96 % sobre el parámetro que consideres apropiado.

El parámetro poblacional que se está estimando es:

Con los conceptos considerados hasta ahora se trata de la media aritmética poblacional. La estimación es de muestras pequeñas (n = 15 < 30) de dos poblaciones (hay dos muestras). Las muestras son pares coincidentes porque cada par de muestras corresponde al mismo individuo. Entonces, el estimador insesgado de varianza mínima es:

$$\overline{\mu_A - \mu_D}$$

¿Se puede llevar a cabo una estimación puntual?:

No se puede llevar a cabo porque no es válido el modelo normal al ser n = 15.

El modelo de probabilidad que hay que utilizar es (razona la respuesta):

Se debe utilizar el modelo t de Student $t_{\alpha,\upsilon}$, por tratarse de un muestreo exacto.

El error probable de la estimación (justifica la respuesta numéricamente):

$$\sigma_{\hat{\mu}_{\bar{d}}} = \frac{\hat{s}_{\bar{d}}}{\sqrt{n}} = \frac{19.0371\,unidades}{\sqrt{15}} = 4.9154\,unidades$$

que se deduce de calcular las desviaciones $d_i = x_{A,i} - x_{D,i}, i \in [1, 15]$, y obtener la desviación típica de la correspondiente serie aleatoria.

¿Cuál ha de ser el tamaño de la muestra si el máximo error que se puede tolerar en la estimación debe ser de 0.003?

$$\sigma_{\hat{\mu}_{\bar{d}}} = \frac{\hat{s}_{\bar{d}}}{\sqrt{n}} \leq \sigma_{\max} = 0.003 \Leftrightarrow n \geq \left(\frac{\hat{s}_{\bar{d}}}{\sigma_{\max}}\right)^2 = \left(\frac{19.0371}{0.003}\right)^2 = 6345.7^2 = 40267908.49$$

de donde se tiene que al menos $n = 40267909$.

¿Cuál es el valor de la variable aleatoria asociada a este enunciado para el nivel de confianza que se exige en el problema?

$$t_{\alpha,\upsilon} = t_{\alpha=96\,\%,\,\upsilon=n-1=14\ gdl} \equiv t_{98\,\%,\,\upsilon=14\ gdl} = \pm 2.264$$

Calcula el intervalo de confianza que se está pidiendo (justifica la respuesta numéricamente):

$$\bar{d} = \bar{x}_A - \bar{x}_D = 26.866\widehat{7}\ unidades$$

Para el nivel de confianza $\alpha = 96\,\%$ pedido se tiene el siguiente intervalo de confianza.

$$\left[l_\alpha, \mathcal{L}_\alpha\right] = \left(\bar{x}_A - \bar{x}_D\right) \pm t_{\alpha,\upsilon}\sigma_{\hat{\mu}_{\bar{d}}} = 26.8667 \pm 2.264 \times 4.9154 = 26.8667 \pm 11.128466$$
$$\left[l_\alpha, \mathcal{L}_\alpha\right] = \left[15.7382, 37.9952\right]\ unidades$$