Trabajo en clase

Fecha de entrega:

ALUMN@		

Ejercicio 3.1.

Se conoce que para una resina basada en la etil-celulosa el color, la viscosidad de la solución y el porcentaje de etoxilo son características independientes. Además, al efectuar valoraciones de la resina respecto de cada una de tales características por separado se ha medido que las probabilidades de cometer un error en tal valoración son, respectivamente, 0.03, 0.05 y 0.02. (1º) ¿Cuál es la probabilidad de no cometer errores si se efectuara una valoración simultánea de las tres características? (2º) Calcula la probabilidad de cometer algún error al efectuar una valoración en la que intervenga alguna de esas tres características.

Resolución.

Se conoce que para una resina basada en la etil-celulosa el color, la viscosidad de la solución y el porcentaje de etoxilo son características independientes. Además, al efectuar valoraciones de la resina respecto de cada una de tales características por separado se ha medido que las probabilidades de cometer un error en tal valoración son, respectivamente, 0.03, 0.05 y 0.02.

Sean los siguientes sucesos:

E_1 := "Valoración correcta del color" $\mathbb{P}(\overline{E}_1) = 0.03$
E_2 := "Valoración correcta de la viscosidad" $\mathbb{P}(\overline{E}_2) = 0.05$
E_3 := "Valoración correcta del porcentaje de etoxilo" $\mathbb{P}(\overline{E}_3) = 0.02$

Entonces, la probabilidad de hacer una medición de cualquiera de las tres características por separado sin cometer un error sería, respectivamente:

$$\mathbb{P}(E_1) = 0.97; \mathbb{P}(E_2) = 0.95; \mathbb{P}(E_3) = 0.98;$$

(1º) La probabilidad de no cometer errores si se efectuara una valoración simultánea de las tres características es

$$\mathbb{P}(E_1 \cap E_2 \cap E_3) = 0.97 \times 0.95 \times 0.98 = 0.903070$$

(2º) La probabilidad de cometer algún error al efectuar una valoración en la que intervenga alguna de esas tres características es

$$\mathbb{P}(\overline{E}_1 \cup \overline{E}_2 \cup \overline{E}_3) =$$
$$\mathbb{P}(\overline{E}_1) + \mathbb{P}(\overline{E}_2) + \mathbb{P}(\overline{E}_3) - \mathbb{P}(\overline{E}_1 \cap \overline{E}_2) - \mathbb{P}(\overline{E}_1 \cap \overline{E}_3) - \mathbb{P}(\overline{E}_2 \cap \overline{E}_3) + \mathbb{P}(\overline{E}_1 \cap \overline{E}_2 \cap \overline{E}_3) = 0.0969$$

De otra manera

$$\mathbb{P}(\overline{E}_1 \cup \overline{E}_2 \cup \overline{E}_3) = 1 - \mathbb{P}(E_1 \cap E_2 \cap E_3) = 1 - 0.903070 = 0.096930$$

Ejercicio 3.2.

(a) Una urna contiene dos bolas rojas, otra urna contiene dos bolas blancas y una tercera urna contiene una bola roja y otra blanca. Se elige una urna al azar y se extrae una bola que resulta ser roja. ¿Cuál es la probabilidad de que la otra bola de esa urna sea también roja?

(b) Un candado de combinación básico para maletas consta de tres discos en cada uno de los cuales figuran los diez dígitos del 0 al 9. Un empleado de una empresa de *handling* de cierto aeropuerto pretende abrir una maleta cerrada con uno de estos candados sin causarle destrozos. Calcula que dispone de cinco minutos para la operación y que puede obtener una combinación del candado cada cuatro segundos. ¿Cuál es la probabilidad de que abra la maleta?

Resolución.

(a) Se consideran los siguientes sucesos elementales:

- $\boxed{U_i}$: se escoge la *i*-ésima urna (i=1,2,3) $\rightarrow P(U_i)=\frac{1}{3}$
- $\boxed{B_i}$: la bola *i*-ésima es blanca (i=1,2)
- $\boxed{R_i}$: la bola *i*-ésima es roja (i=1,2)

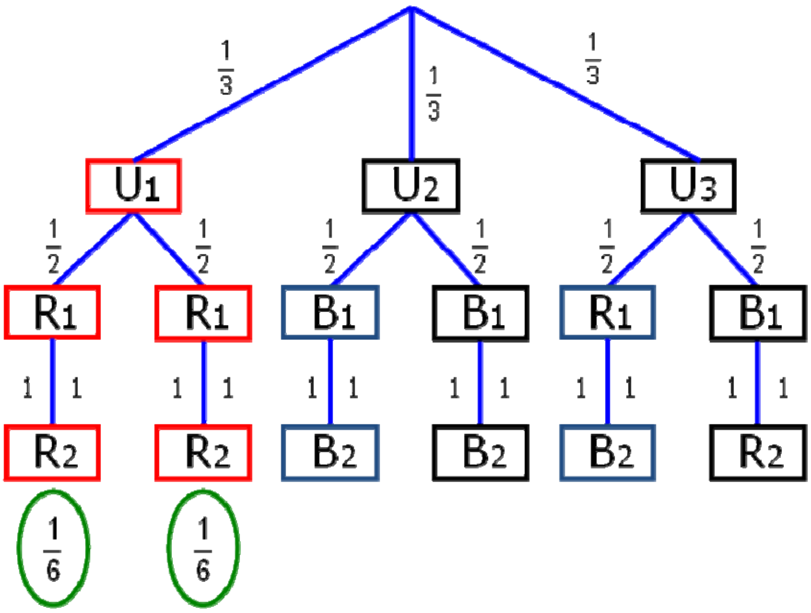
La probabilidad pedida es la siguiente:

$$P(R_1)=\sum_{i=1}^{i=3} P(U_i)\cdot P(R_1 \mid U_i)=\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{i=3} P(R_1 \mid U_i)=\frac{1}{3}\left(1+0+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$$

$$\boxed{P(R_2 \mid R_1)=\frac{P(R_1 \cap R_2)}{P(R_1)}=\frac{\frac{1}{6}+\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}}$$

Una solución correcta del problema se obtiene intuitivamente con ayuda de un diagrama en árbol y una adecuada notación a la hora de representar el espacio muestral.

Un primer experimento es elegir al azar una de tres urnas con la siguiente composición: urna 1 (ROJA, ROJA), urna 2 (BLANCA, BLANCA) y urna 3: (ROJA, BLANCA). El segundo experimento consiste en extraer una bola de una de las urnas, donde se pueden encontrar los casos representados en la segunda división en ramas del árbol. El tercer experimento (última rama) es el tipo de bola que queda en la urna cuando se ha extraído la primera bola.



El enunciado nos pone una condición (una de las bolas es roja), con lo que nos pide una probabilidad condicional. Por tanto, quedan tres posibilidades equiprobables (como observamos en las ramas finales del árbol):

- que hayamos tomado la única bola roja en la urna 3 (ROJA, BLANCA); en este caso, la otra bola que queda en la urna es blanca
- que hayamos tomado la primera bola roja en la urna 1 con dos bolas rojas; en este caso, la otra bola es roja
- que hayamos tomado la segunda bola roja en la urna 1 con dos bolas rojas; en este caso, la otra bola, también, es roja

Dicho de otro modo, tenemos dos casos en que la urna elegida sea la primera (ROJA, ROJA) si la bola observada es roja y solo uno de que la urna sea la tercera (ROJA, BLANCA). En consecuencia, sabiendo que una bola es roja, la probabilidad de que la otra sea roja es el doble (2/3) que la probabilidad de que sea blanca (1/3).

(b)

Aplicación de la regla de Laplace:

- Casos posibles. En una combinación del candado importa el orden de los dígitos y puede tener dígitos repetidos, por tanto, se trata de variaciones con repetición de diez elementos tomados de tres en tres:

$$\boxed{VR_{10,3} = 10^3 = 1000}$$

- Casos favorables. El operario puede introducir 15 combinaciones por minuto con lo que en el plazo de cinco minutos que se ha fijado puede introducir 75 combinaciones.

Por lo tanto, siendo el suceso *A*, "abrir el candado":

$$\boxed{P(A) = \frac{casos \quad favorables}{casos \quad posibles} = \frac{75}{1000} = 0{,}075}$$