

## OPERACIONES BANCARIAS Y BURSATILES

### TEMA I

# ACTIVOS FINANCIEROS A CORTO PLAZO

En este tema se debe aprender, entre otras cosas:

- Qué son los activos de renta fija a corto plazo.
- Sus características y clasificación.
- Cómo se valoran estos tipos de títulos.
- Cómo se calcula la rentabilidad de un título.
- Cómo se calcula el TAE y los tantos efectivos.

Para estudiar y desarrollar todos estos puntos se presenta el siguiente temario:

1. Introducción.
2. Letras del Tesoro
  - 2.1. Consideraciones generales
  - 2.2. Cálculo del precio a pagar por una letra.
  - 2.3. Cálculo del TAE
  - 2.4. Cálculo del tanto efectivo.
3. Pagarés de empresa.
  - 3.1. Consideraciones generales
  - 3.2. Cálculo del tipo de interés o del valor de emisión
  - 3.3. Coste efectivo de la financiación
  - 3.4. Rentabilidad para el inversor
  - 3.5. El pagaré se vende en el mercado secundario
4. Operaciones repo.
  - 4.1. Consideraciones generales
  - 4.2. Características de las operaciones repo

## 1. INTRODUCCION

Los activos financieros que se van a analizar en este capítulo operan en el mercado monetario <sup>(1)</sup>. Es aquél en el que operan, y se intercambian los activos financieros a corto plazo y que normalmente se caracterizan por una alta liquidez y un escaso riesgo.

Este tipo de operaciones tienen efecto tanto en el mercado primario como el secundario. El mercado primario es aquel en el que se realizan transacciones con títulos nuevos, de ahí que también se le conozca como mercado de emisión, mientras que el mercado monetario secundario es aquél en el que se produce la reventa de letras del Tesoro, de pagarés de empresa, etc.

En el mercado secundario se negocia con títulos de “segunda mano”. Por tal motivo estos títulos no proporcionan financiación a las empresas o a las instituciones, pero sí aportan liquidez, lo cual es importante para la negociación. Un ejemplo de mercado de capitales secundario es la Bolsa de Valores.

En el siguiente capítulo nos centraremos en el mercado de capitales. En este mercado se producen operaciones de activos financieros a medio y largo plazo <sup>(2)</sup>.

## 2. LETRAS DEL TESORO

### 2.1. Introducción

Los activos que vamos a estudiar en este capítulo se reducen a los más básicos y operan en el mercado monetario en general. No obstante, cada uno de los activos tiene su propio mercado. Por ejemplo, las letras del Tesoro operan en el mercado de Deuda Pública a corto plazo siendo el emisor el Tesoro Público <sup>(3)</sup>.

---

<sup>1</sup> También se le conoce como mercado del dinero.

<sup>2</sup> Por convención, la frontera entre el corto y el medio plazo se suele situar en un año.

<sup>3</sup> Antiguamente existían los llamados pagarés del Tesoro pero hace tiempo que salieron de la circulación.

Las letras del Tesoro no solo operan en el mercado primario a través de las subastas que realiza el Banco de España, sino también en el mercado secundario o de negociación que corresponde al de anotaciones en cuenta.

## **2.2. Consideraciones generales**

Estos productos nacen a partir de 1987 y son títulos de la Deuda Pública a corto plazo. Se caracterizan principalmente por lo siguiente:

- a) Son valores de renta fija a corto plazo.
- b) Se emiten al descuento por el sistema de subasta competitiva en la que el suscriptor fija el precio que desea pagar.
- c) Los plazos de emisión normales son de 6, 12 y 18 meses, pero también se emiten a tres meses.
- d) El nominal de las Letras es de 1.000 euros.
- e) Los títulos se materializan en forma de anotaciones en cuenta; no se emiten títulos físicos.
- f) Desde el punto de vista fiscal, los intereses que producen no están sujetos a retención, pero sin embargo hay que tener en cuenta que deben incluirse en la declaración del IRPF y Sociedades.

## **2.3. Cálculo del precio a pagar por una letra**

Ya hemos indicado que las Letras se emiten por el sistema de subasta competitiva. Estas peticiones competitivas se ordenan de mayor a menor precio. Al mismo tiempo se anota también la cuantía total que se solicita a cada precio.

A la vista de la cuantía total máxima que el Banco España desea emitir en una subasta y teniendo en cuenta la magnitud de los precios y de las cuantías solicitadas por los postores fija el precio mínimo que está dispuesto a aceptar (es

lo que se llama "cotización marginal") y que como contrapartida representa el tipo máximo que está dispuesto a pagar.

Una vez fijado el precio mínimo, se eliminan las peticiones cuyo precio sea inferior al marginal. Con el resto, se calcula el precio medio ponderado (es lo que se llama "cotización media") de la subasta, utilizando como pesos de ponderación las cuantías solicitadas para cada precio.

Por otra parte, hay que tener en cuenta que existe lo que se conoce como tramo no competitivo, que corresponde a aquellas ofertas que no ofertan precio alguno pero sí cuantías. En estos casos las entidades se conforman con el precio medio ponderado que resulta de la subasta.

### **Caso práctico**

*Supongamos que en una fecha determinada se realizó una subasta de Letras del Tesoro. Para dicha sesión el Tesoro recibió ofertas cuyo precio ofertado y el importe de las solicitudes se muestran en el cuadro adjunto.*

Precios(%)	97,400	97,420	97,450	97,480	97,500
Solicitudes ( miles de euros)	8.500	9.000	12.000	10.500	9.500

*Supongamos que la Dirección General del Tesoro tiene intención de adjudicar un nominal de 50.000 miles de € y que en el tramo no competitivo las peticiones ascienden a: 12.000 miles de €.*

*Con esta información averiguar las peticiones aceptadas, el precio mínimo y las peticiones rechazadas. Así como la cotización media ponderada.*

Una vez ordenadas las peticiones de mayor a menor, colocando en primer lugar las peticiones no competitivas se obtiene un cuadro como el que presentamos a continuación.

	Precios (%)	Solicitudes miles (€)
Peticiones aceptadas	-	12.000
	97,500	9.500
	97,480	10.500
	97,450	12.000
Precio mínimo	97,420	9.000
Peticiones Rechazadas	97,400	8.500

Se puede apreciar que existe un primer grupo de peticiones aceptadas directamente que ascienden a: 44.000, colocándose en primer lugar el importe de las peticiones no competitivas.

Añadiendo el siguiente nos vamos a: 53.000 miles de €. Con esta cantidad añadida superamos la cuantía máxima a subastar. Luego este tramo tiene que ser prorrateado de manera que sólo se tomen 6.000 miles de €. La cotización de esta franja es al 97,420, este precio marca el mínimo al que se aceptan las peticiones. Las peticiones no competitivas se aceptan directamente. Las peticiones realizadas a 97,400 se rechazan.

Para calcular la cotización media calculamos la media ponderada de los diferentes precios de cotización aceptados sin incluir, lógicamente, las peticiones no competitivas.

$$P_m = \frac{97,42 * 6.000 + 97,45 * 12.000 + 97,48 * 10.500 + 97,50 * 9.500}{6.000 + 12.000 + 10.500 + 9.500} = 97,466$$

A la vista de este resultado la adjudicación de las Letras sería como sigue:

- Las peticiones aceptadas se adjudican al precio medio ponderado, cuando el precio ofrecido fuese  $\geq P_m$  y al precio ofrecido cuando  $< P_m$ . Las peticiones no competitivas al  $P_m$ .
- Se rechazan las peticiones cuyo precio ofrecido fuese  $<$  que la cotización marginal fijada. Estos no suscriben Letras en esta subasta.

La fórmula que relaciona el precio a pagar por una letra del Tesoro y el tipo de interés al que se realiza la operación, cuando la duración o plazo de la operación es  $\leq 376$  días es la siguiente:

$$P = \frac{1.000}{1 + \frac{t}{360} i} \quad (1.1)$$

Cuando el plazo es  $> 376$  días hay que aplicar la expresión:

$$P = \frac{1.000}{(1 + i)^{t/360}}$$

Siendo las notaciones:

- P : precio que se paga por una letra
- i : tipo de interés efectivo equivalente
- t : tiempo expresado en días

- Notas: 1º) El precio que se paga por una letra se obtiene a partir de la cotización media (véase epígrafe siguiente)
- 2º) En la mayoría de las emisiones el tiempo corresponde a 364 días.
- 3º) Estas expresiones se aplican también a las emisiones de Bonos y Obligaciones del Estado.

## 2.4. Cálculo del TAE

Para calcular el T.A.E. de este tipo de producto hay que tener en cuenta la normativa dictada por la Dirección General del Tesoro (en adelante D.G.T.). Para el cálculo del TAE hay que tomar el precio medio de la subasta. La fórmula es la misma que la planteada en (1.1) en donde se despejaría el parámetro i que hace ahora de TAE.

Para el cálculo del TAE hay que tomar el precio medio de la subasta. En la fórmula se establece que, cuando la duración o plazo de la operación es  $\leq 376$  días hay que aplicar la siguiente expresión:

$$P = \frac{1.000}{1 + \frac{t}{360}i}$$

Cuando el plazo es  $> 376$  días hay que aplicar la expresión:

$$P = \frac{1.000}{(1+i)^{t/360}}$$

Siendo:

- P: precio que se paga por una letra  
i: tipo de interés efectivo equivalente  
t: tiempo expresado en días

## 2.5. Cálculo del tanto efectivo

Para determinar el tanto efectivo hay que plantear la ecuación de equivalencia financiera entre lo que se paga por la letra y lo que recibe, en términos reales. Esto es, computando lo que realmente se paga por la adquisición de la letra, con todos los gastos, comisiones, etc. y lo que realmente se recibe, incluyendo gastos, comisiones, etc.

### ▪ Punto de vista del emisor

Para el emisor la operación resulta así:



esto es, recibe  $P_a$  euros por cada Letra y abona mil euros a su vencimiento, esto es, en el momento  $t$ . En Letras a 12 meses,  $t=1$  año.

El Banco España establece que para periodos inferiores o iguales a 365 días se aplique la capitalización simple. En este caso la fórmula aplicable es:

$$P_a \left( 1 + \frac{n}{360} i \right) = N$$

en donde:

$P_a$  : es el precio al que se adjudica la letra.

$n$  : número de días hasta el vencimiento de la letra. El BE contempla un día menos porque recibe el importe atribuido en la subasta al día siguiente a la adjudicación. Salvo esta circunstancia,  $n$  sería 365.

$N$  : nominal de la letra.

En el caso del precio marginal la fórmula es análoga.

$$P_m \left( 1 + \frac{n}{360} i \right) = N$$

En la práctica, la rentabilidad de la letra se suele expresar con tres decimales y sin redondear.

Para periodos superiores a los 365 días, como es el caso de las letras a 18 meses, se aplica la capitalización compuesta. En este caso la fórmula es:

$$P_a (1+i)^{n/360} = N$$

#### ▪ ***Punto de vista del inversor***

Se trata aquí de calcular el tanto real de la operación desde el punto de vista del inversor. Este no desembolsa  $P$  en el momento actual para recibir mil euros un año después, sino que normalmente desembolsa más al pagar comisiones y recibe menos, también al pagar comisiones. Dado que el nominal de las letras es de

1.000 euros procede expresar las comisiones en tanto por mil del nominal de la Letra.

- Para la *Ley de capitalización simple* proyectado al final de la operación la equivalencia financiera es:

$$(P + N \cdot C_s) \left( 1 + \frac{t}{365} i_e \right) = N - N \cdot C_a$$

de donde se obtiene  $i_e$  que representa el tanto efectivo de la inversión y que representa la rentabilidad real para el inversor.

$N$  : Representa el nominal de la letra.

$C_s$  : La comisión de suscripción.

$C_a$  : La comisión de amortización.

- Si para el cálculo se utiliza la *Ley de capitalización compuesta* resulta:

$$(P + N \cdot C_s) (1 + i_e)^{t/365} = N - N \cdot C_a$$

de donde se obtiene  $i_e$ .

### **Caso práctico**

*Un particular suscribe una letra del tesoro de 1.000 euros en una subasta en la que el precio mínimo aceptado fué del 94,55% y el precio medio resultante fué del 94,728%. Las letras se amortizarán al cabo de un año (364 días) de la emisión.*

*Se pide:*

*1º) Cálculo del TAE de la emisión.*

*2º) Cálculo de la rentabilidad para el suscriptor sabiendo que abona una comisión de suscripción del 0,325% y una comisión de amortización del 0,35%.*

1º) Para el cálculo del TAE hay que tomar el precio medio de la subasta. Este valor resulta:

$$1.000 \frac{94,728}{100} = 947,280$$

luego el TAE resultante es:

$$947,280 \left( 1 + \frac{364}{360} TAE \right) = 1.000 \rightarrow TAE = 0,055$$

Si calculamos el tanto efectivo para el precio mínimo aceptado el resultado sería:

$$945,500 \left( 1 + \frac{364}{365} i_m \right) = 1.000 \rightarrow i_m = 0,0578$$

2º) Rentabilidad para un suscriptor que compra la letra al precio medio:

$$\begin{array}{ccc} 947,280 + 0,00325 * 1.000 & & 1.000 - 0,0035 * 1.000 \\ \hline 950,530 & & 996,500 \end{array}$$

La ecuación a considerar es:

$$950,530 \left( 1 + \frac{364}{365} i_s \right) = 996,500 \rightarrow i_s = 0,0485$$

Para el tanto efectivo se toman 365 días (no 360 como en el TAE)

### 3. PAGARES DE EMPRESA

Son títulos que emiten las grandes empresas con el fin de obtener recursos a corto plazo. La forma de operar es la siguiente: Si el pagaré se emite por el procedimiento de subasta al descuento, el inversor fija el precio que desea pagar; pero si se emite sin subasta entonces se establece un tipo de interés efectivo inicial.

Una de las razones por las cuales este tipo de títulos no los emiten las empresas pequeñas es porque el riesgo de éstos es más alto y no existe garantía del cumplimiento del pago. Esto se lograría si la emisión de estos títulos estuviera asegurada, en cuyo caso se incrementaría el coste de la emisión.

### **3.1. Consideraciones generales**

Cuando una empresa coloca pagarés en el mercado primario lo puede hacer de diferentes maneras: directamente por la propia empresa, a través de un banco o a través de intermediarios financieros.

En general cuando se trata de una emisión de pagarés de carácter privado, el emisor tiene libertad para elegir el procedimiento de emisión que más le convenga. Es muy normal que se mediante subasta, pero también puede emitir realizando una oferta pública directa a los inversores, o bien una emisión a medida destinada a determinados inversores o mediante un programa de emisión.

En cuanto al tratamiento fiscal cabe señalar que son activos que se emiten al descuento y por consiguiente su rentabilidad tiene carácter implícito y por lo tanto se considera rendimiento de capital mobiliario a efectos del IRPF o IS. Además estos rendimientos están sujetos a la retención a cuenta en su destino. Hacienda contempla los rendimientos como la diferencia entre el valor de reembolso y el de compra.

### **3.2. Cálculo del tipo de interés o del valor de emisión**

Para realizar el cálculo del tanto efectivo hay que distinguir entre si:

#### ***1) La emisión se realiza mediante subasta al descuento.***

En este caso el inversor puede fijar un pago de un porcentaje  $k$  sobre el nominal con lo cual la cuantía a desembolsar asciende a:

$$E = k N$$

y por lo tanto se trata de calcular el tipo de interés efectivo.

Utilizando la *capitalización simple* resulta:

$$E\left(1 + \frac{t}{12}i\right) = N \quad (4)$$

siendo  $t$ , en este caso, el número de meses vista a los que se ha emitido el pagaré, luego

$$i = \left(\frac{N}{E} - 1\right) \frac{12}{t}$$

De esta manera se calcula el tanto efectivo  $i$  al que se realiza la operación. Obsérvese que no se trata del cálculo de la rentabilidad.

## II) No se realiza mediante subasta y se fija un tipo de interés efectivo anual.

En este caso se trata de calcular el efectivo inicial a pagar por el pagaré y se utiliza la fórmula:

$$E = \frac{N}{1 + \frac{t}{12}i}$$

### 3.3. Coste efectivo de la financiación

Se trata, evidentemente, del punto de vista del emisor.

Para calcular el coste efectivo de la operación hay que contemplar las comisiones y los impuestos que le afectan y que básicamente son las siguientes:

- La comisión de apertura  $C_a$ .
- La comisión de mediación  $C_m$ . Es la que recibe la entidad bancaria por la colocación de los pagarés en el mercado.

---

<sup>4</sup> Normalmente el plazo de vencimiento es a tres, seis o doce meses con lo cual es usual utilizar la capitalización simple.

- El impuesto sobre Actos Jurídicos Documentados  $\tau_{AJD}$ . Estos impuestos se abonan en el momento de la emisión.

- a) Utilizando *la capitalización simple* el tanto efectivo de coste para la entidad emisora viene dado por:

$$\left[ E - N(C_a + C_m + \tau_{AJD}) \right] \left( 1 + i_e \frac{t}{12} \right) = N$$

de donde se obtiene el tanto efectivo de coste  $i_e$ .

Obsérvese que el valor  $E - N(C_a + C_m + \tau_{AJD})$  representa el líquido que obtiene la entidad emisora.

- b) Utilizando *la capitalización compuesta* la fórmula a considerar es:

$$\left[ E - N(C_a + C_m + \tau_{AJD}) \right] (1 + i_e)^{t/12} = N$$

de donde se obtiene el tanto efectivo de coste  $i_e$ .

### **Caso práctico**

*Una empresa de acería integral necesita financiación a corto plazo y para ello pone a disposición de los inversores pagarés de 10.000 euros de nominal cada uno.*

*Un banco de la localidad actúa como colocador de los pagarés y llega a un acuerdo con la empresa en que la emisión será a 90 días y la empresa pagará un tipo de interés del 4,5%.*

*Se pide:*

- 1º) Averiguar el efectivo que obtiene la empresa por cada pagaré.*
- 2º) Tanto efectivo de coste al que resulta la operación.*

1º) El tanto efectivo lo obtenemos aplicando la siguiente fórmula:

$$E = \frac{10.000}{1 + 0,045 \frac{90}{360}} = 9.888,75 \text{ €}$$

2º) Cálculo del tanto efectivo de coste.

Para calcular el tanto efectivo de coste se debe utilizar la capitalización compuesta.

$$9.888,75(1+r)^{\frac{90}{360}} = 10.000 \Rightarrow r = 0,0464$$

Nota: En este caso se supone que el tipo de interés del 4,5% acordado con el banco, van incluidos las comisiones y los gastos que hubiere.

## **4. OPERACIONES REPO**

### **4.1. Consideraciones generales**

Cuando se opera con valores del Tesoro y se quiere realizar una adquisición temporal, nos podemos encontrar con dos tipos de operaciones.

- I) Operación simultánea. Consiste en dos operaciones financieras de signo contrario. En realidad una operación es de compra y la otra de venta. Lógicamente para que resulte una operación financiera las fechas han de ser diferentes. Se acuerdan ambas con la misma entidad financiera y se pactan ambos precios en el mismo momento inicial.
- II) Operación repo. Son operaciones de compra-venta de un valor. Se compra el producto con el compromiso de recomprarlo ( pacto de recompra ). De esta manera el inversor que adquiere el producto tiene garantizada su venta y además conoce el precio al que lo va a vender. En este caso se practica una única operación.

## 4.2. Características de las operaciones repo

Los activos que con mayor frecuencia se utilizan para este tipo de operaciones son las Letras del Tesoro. También se utilizan pagarés de empresa y algunos otros valores mobiliarios.

Es una forma de financiación durante un cierto tiempo, pero tiene un coste. Para calcularlo hay que conocer el precio al que se venden los activos financieros y el precio al que se recompran. Para el comprador inicial supone una inversión. La rentabilidad de la operación viene dado por la comparación entre el precio de compra y el precio de venta (recompra).

### Caso práctico

*Un empresario adquiere el 10 de abril de 2012 un repo a una entidad financiera pagando por ello 35.000 €, pero con la condición de devolverlo el 15 de mayo pactando como precio de recompra 35.175 €. Se trata de averiguar la rentabilidad que obtuvo el empresario de la operación repo.*

Para el cálculo de la rentabilidad se utiliza la siguiente ecuación:

$$35.000 \left( 1 + r \frac{60}{360} \right) = 35.175$$

De donde

$$r = \left( \frac{35.175}{35.000} - 1 \right) \frac{360}{60} = 0,06 \rightarrow 6\%$$

Finalizado este tema se deben haber adquirido conocimientos suficientes para:

- Tener capacidad de análisis, de cálculo en la valoración y rentabilidad de títulos de renta fija a corto plazo del Estado como son las letras del Tesoro.
- Tener capacidad para analizar y valorar las emisiones de títulos de renta fija a corto plazo como son los pagarés de empresas.
- En general, ser capaz de comprender cualquier producto financiero de renta fija a corto plazo, tanto si se opera en el mercado primario, como secundario.
- Tener capacidad para diseñar, asesorar, evaluar, etc. cualquier operación financiera de renta fija a corto plazo, entre las que se encuentran las operaciones repos.

## TEMA II

# ACTIVOS DE RENTA FIJA A MEDIO Y LARGO PLAZO

En este tema se debe aprender, entre otras cosas:

- Qué son los activos de renta fija a medio y largo plazo.
- Sus características y clasificación.
- Cómo se valoran estos tipos de títulos.
- Cómo se calcula su precio y su ex-cupón.
- Cómo se calcula la rentabilidad de un título.
- Analizar la sensibilidad de un título.
- Qué son y cómo se utilizan los strips.

Para estudiar y desarrollar todos estos puntos se presenta el siguiente temario:

1. Valoración a medio y largo plazo
2. Bonos y obligaciones del Estado
  - 2.1. Introducción
  - 2.2. Características de los bonos y obligaciones del Estado
3. Obligaciones de empresas privadas
4. Interés nominal e interés real
5. Interés nominal e interés efectivo
6. Valoración de un título a largo plazo
7. *Cotización de un título*
8. Sensibilidad del precio de un título
9. Precio total y precio ex-cupón
10. Cálculo del cupón corrido
11. Cálculo del valor de un título en condiciones del mercado
12. Rentabilidad de un título
13. Principios de Malkiel
14. Bonos segregables o strips

## **1. VALORACION A MEDIO Y LARGO PLAZO**

Cuando se habla de renta fija la primera idea con la que nos quedamos es que el poseedor de un título de renta fija va a recibir, en términos de certeza, tanto los intereses como el nominal invertido en la operación. Por lo tanto su rentabilidad, en cuanto al pago de sus intereses está fijada para todo el horizonte temporal de la emisión. En consecuencia son conocidos previamente ambos conceptos lo cual le permite averiguar la rentabilidad a priori. Esta afirmación como veremos más adelante no es del todo cierta.

En nuestro País los valores de renta fija son los que proporcionan mayor volumen de negociación, tanto en la emisión como en la compraventa. En el mercado primario se realizan las subscripciones y en el mercado secundario las operaciones de compraventa. En el mercado primario nos encontramos con una relación directa emisor-obligacionistas. En el secundario la relación es con terceros y es donde juega un mayor protagonismo la valoración de mercado.

En el mercado nos podemos encontrar con diferentes títulos de los denominados de renta fija. Unos son de carácter público, como son los bonos y obligaciones del Estado y otros son de carácter privado como corresponden a las emisiones de las empresas privadas. En ambos casos son productos de financiación para las entidades y para las empresas pero son productos de inversión para los particulares, entidades e incluso otras empresas.

## **2. BONOS Y OBLIGACIONES DEL ESTADO**

### **2.1. Introducción**

Los bonos y obligaciones emitidos por el Estado y otras Corporaciones Públicas reciben la denominación de Deuda Pública. En nuestro país las emisiones de deuda pública han sido muy elementales desde el punto de vista matemático, puesto que se reducían a una operación simple, esto es, amortización única. El reembolso se realizaba con la emisión de nueva Deuda.

Se efectúan básicamente cinco clases de emisiones

- Bonos del Estado a 3 y 5 años.

- Obligaciones del Estado a 10 y 15 años e incluso 30 años.

A menudo a los títulos de renta fija se les clasifica en función de la imputación de los intereses:

- Intereses implícitos. Se generan cuando se emiten por un valor inferior al nominal y se amortizan por su valor nominal. La diferencia entre el valor nominal y el de emisión corresponde a los intereses implícitos (en otro caso podría tratarse de prima de emisión). Se trata de títulos con intereses acumulados también denominados títulos cupón cero.
- Intereses explícitos. Se emiten por el valor nominal y se pagan intereses periódicamente y se amortizan por el nominal. En este caso se pueden clasificar también en:
  - Interés fijo. Todos los periodos se pagan intereses de la misma cuantía.
  - Interés variable. Cuando se pagan intereses referidos a alguna magnitud de referencia en concreto.

## **2.2. Características de los bonos y obligaciones del Estado**

Las características principales de los bonos y obligaciones del Estado son:

- a) Títulos de renta fija a medio y largo plazo.
- b) Nominal de cada título: 1.000 euros.
- c) Pago periódico de intereses. Tipo de interés fijo. Anual o semestral.
- d) Reembolso por el nominal.
- e) Vencimiento. Normalmente a 3 y 5 años para los bonos y a 10, 15 y 30 años para las obligaciones.
- f) La operativa de la subasta es análoga a la de las Letras del Tesoro.
- g) También se pueden realizar peticiones no competitivas.
- h) Se presentan mediante anotaciones en cuenta.
- i) Desde el punto de vista fiscal los intereses tienen la interpretación de explícitos.

Tanto los bonos como las obligaciones se consideran exentos de riesgo de crédito pero no de riesgo de interés, ya que los títulos de renta fija que se emiten a interés fijo están expuestos al riesgo de tipo de interés y este riesgo es tanto mayor cuanto mayor es el plazo.

### Caso práctico

*El BK acudió a una subasta de Bonos del Tesoro, correspondiente a la emisión de febrero de 2.000 (fecha valor de emisión 1-II) y el banco presenta el siguiente cuadro de licitación:*

	100	250	400	500

*El Banco de España una vez ordenadas las subastas recibidas presenta el siguiente cuadro:*

	2.500	3.500	4.000	5.000	5.500

*En el folleto informativo se indica que la fecha de vencimiento es el 30 de noviembre de 2.005. Se sabe que el primer cupón se compró a un tipo de interés del 3,5% siendo el nominal de cada bono de 1.000 euros y que comienza a devengar intereses el mismo día de la emisión.*

- Si el BE establece adjudicar 12.000 millones de euros en la subasta, se pide:*
- 1º) Averiguar el precio de subasta que oferta el banco BK para cada petición.*
  - 2º) Tipo marginal de la subasta.*
  - 3º) Tipo medio de la subasta.*
  - 4º) Adjudicación otorgada al banco BK.*
  - 5º) Tipo medio de la cartera adjudicada.*

1º) Teniendo en cuenta que la adjudicación va a ser:

2.500 al 99,773%  
 3.500 al 99,555%  
 2.000 al 99,338%  
 2.000 al 99,121%

2º) Para el precio último resulta un tipo marginal del 3,7%.

3º) Para calcular el tipo medio procedemos de la siguiente forma:

$$\frac{2.500 * 99,773 + 3.500 * 99,555 + 4.000 * 99,338 + 2.000 * 99,121}{2.500 + 3.500 + 4.000 + 2.000} = 99,456$$

4º) La adjudicación imputada al banco BK fue:

al marginal le otorgaron:  $\frac{2.000}{5.000} 400 = 160$  al 99,121

250 al 99,338

100 al 99,555

5º) El tipo medio de la cartera adjudicada resulta:

$$\frac{160 * 99,121 + 250 * 99,338 + 100 * 99,555}{160 + 250 + 100} = 99,312\%$$

### 3. OBLIGACIONES DE EMPRESAS PRIVADAS

Se trata de títulos emitidos por empresas privadas para obtener financiación. Son operaciones a largo plazo y presenta mayor juego de diseño que los bonos del Estado. Así nos podemos encontrar con títulos que se emiten con pago periódico de cupones y títulos que se emiten con cupón acumulado o cupón cero como se conocen en la práctica. Prácticamente han caído en desuso los títulos que se amortizan por reducción del nominal o títulos que se amortizan por sorteo debido a que éstos no son tan simples de tratar en sus cálculos.

En lo que sigue, no obstante, los analizaremos aunque sea de forma elemental con el objeto de conocer su metodología operativa.

También en este caso nos podemos encontrar con una clasificación similar a las obligaciones del Estado, en función de la imputación de los intereses. Esto es, en implícitos y/o explícitos. A su vez el tipo de interés que se concede puede ser a interés fijo o variable.

Otra clasificación es en función de valor de emisión:

- Bajo la par. El valor de emisión inferior al nominal del título.
- A la par. El valor de emisión igual al nominal del título.
- Sobre la par. El valor de emisión superior al nominal del título.

#### 4. INTERES NOMINAL E INTERES REAL

Se relacionan mediante la siguiente fórmula:

$$(1+i) = (1+i_r)(1+f)$$

##### Caso práctico

*Las letras del tesoro cotizan en el momento presente a 3,25%. Si la inflación para el presente año se estima en el 2,5% se puede averiguar la rentabilidad real, en términos económicos, que se obtiene de la inversión en letras del tesoro.*

Aplicando la fórmula:

$$(1+0,0325) = (1+i_r)(1+0,025)$$

de donde

$$i_r = \frac{1+0,0325}{1+0,025} - 1 = 0,0073171 \rightarrow 0,7\%$$

¿Qué pasaría si la inflación aumentara al 3%?

Pues según esta teoría los inversores reaccionarían y no invertirían en este tipo de títulos salvo que el tesoro elevara el tipo de interés nominal de este tipo de títulos. En efecto, el tipo de interés nominal que ofertaría sería de:

$$(1+i) = (1+0,0073171)(1+0,03) = 1,0375366$$

luego

$$i = 1,0375366 - 1 = 0,0375366 \rightarrow 3,75\%$$

En este caso la subida de la inflación experimentará una pérdida en el valor de mercado de los títulos adquiridos al 3,5% ya que proporcionan una menor rentabilidad.

### Conclusión:

Si se produce un aumento de la inflación esperada, esta variación repercute en los activos de renta fija con cupón periódico constante, proporcionando una pérdida de valor. Sucede todo lo contrario si la inflación esperada disminuye.

## 5. INTERES NOMINAL E INTERES EFECTIVO

Es frecuente hablar también de rendimiento nominal y rendimiento efectivo. Esta diferencia surge cuando el cupón no es anual. Veámoslo con un ejemplo.

### Caso práctico

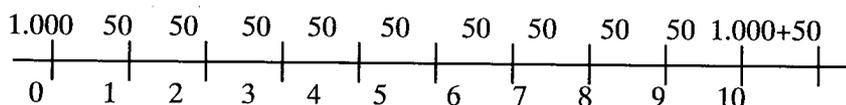
*Sea una obligación del Estado emitido al 5% anual*

*Nominal: 1.000 €*

*Vencimiento dentro de 10 años*

*Se amortiza a la par*

El esquema de la operación es el siguiente:



Cuando el cupón es anual el cálculo del tanto de rendimiento se obtiene con la siguiente fórmula:

$$1.000 = 50 a_{\overline{10}|r} + 1.000 [1+r]^{-10}$$

de donde  $r = 5\% = i$ .

En este caso el tipo de interés de la operación y el rendimiento nominal coinciden y a su vez con el rendimiento efectivo. Esto significa que ambos coinciden cuando el cupón es anual.

Si en el caso anterior el cupón en vez de ser anual es semestral, siendo su cuantía en tal caso de 50 € el planteamiento sería como sigue:

$$1.000 = 25 a_{\overline{20}|r^{(2)}} + 1.000 [1+r^{(2)}]^{-20}$$

de donde  $r^{(2)}=0,025$

Con lo cual

$$r = (1+r^{(2)})^2 - 1 = 0,050625$$

El rendimiento efectivo es en este caso mayor que el nominal. O sea, no coinciden cuando el cupón no es anual.

Para calcular el tanto nominal se puede utilizar la fórmula:

$$1.000 = \sum_{j=1}^{20} \frac{F_j}{\left(1 + \frac{r}{2}\right)^j}$$

siendo  $F_j=25$  salvo el último que sería  $F_{20}=1.025$

El tanto nominal resulta ahora: 0,05.

## 6. VALORACIÓN DE UN TÍTULO A LARGO PLAZO

El método de valoración más sencillo consiste en actualizar todos los flujos de capitales futuros. Normalmente corresponden a los cupones y el capital a reembolsar.

La formulación es:

$$Va = \sum_{j=1}^n \frac{Ci}{(1+r)^j} + \frac{C}{(1+r)^n}$$

siendo

Va : Valor de un título. En lo sucesivo lo indicaremos por P. Precio de cotización.

Ci : Los cupones anuales

C : El nominal del título

Si el tipo de valoración fuera  $r=i$  se cumpliría que:  $Va=C$ .

Si fuera  $r>i$  se cumpliría que:  $Va<C$ . Esto significa que si el tipo de interés del mercado sube el valor del título baja. Esto sucede cuando las futuras emisiones de títulos ofertan cupones más altos. Entonces los inversores invertirán en estos nuevos títulos salvo que el precio a pagar por ellos fuera más bajo y les compensara.

Si  $r>i$  sucede todo lo contrario.

## 7. COTIZACIÓN DE UN TITULO

Cuando, en la práctica, se habla del precio de un título, normalmente se está refiriendo al precio ex-cupón del título. Pero hay que tener en cuenta que en este precio no se están incluyendo los intereses transcurridos desde el pago del último cupón.

A un título de renta fija le corresponde un flujo de capitales futuros. El precio de un título es la suma de los valores actualizados de cada uno de los flujos futuros.

Para calcular el valor actual de cada uno de estos flujos se utiliza el tanto de actualización <sup>(5)</sup>. Para que este cálculo sea correcto todos los valores actualizados se tienen que proyectar a una misma fecha y el resultado corresponde a unidades monetarias de una misma fecha.

La influencia del tanto de actualización es importante. Hay que tener en cuenta que cuanto mayor es este parámetro menor es el valor actualizado de los flujos futuros y por lo tanto el precio de un título.

Cada uno de los flujos de capital representa un capital único, cuyo valor actual se calcula por la fórmula:

$$C_0 = \frac{C_t}{(1+i)^t}$$

En donde  $C_t$  representa un capital (flujo) con vencimiento en  $t$ .

Normalmente los capitales  $C_1, C_2, \dots, C_{n-1}$  representan cupones (intereses), con vencimientos al final de los periodos 1, 2, ...,  $n-1$ , (pospagables) y el capital  $C_n$  el principal del título (nominal del título), con vencimiento al final del periodo  $n$ , más el último cupón.

El precio de un título viene dado por la suma de todos estos capitales futuros actualizados. Normalmente la actualización se realiza a un cierto tipo de interés del mercado que lo indicaremos por  $r$ .

$$P = \sum_{j=1}^n \frac{C_j}{(1+r)^j} \quad (2.1)$$

O bien

$$P = \frac{Ci}{1+r} + \frac{Ci}{(1+i)^2} + \frac{Ci}{(1+i)^3} + \dots + \frac{Ci+C}{(1+i)^n} = \sum_{j=1}^n \frac{Ci}{(1+i)^j} + \frac{C}{(1+i)^n}$$

<sup>5</sup> También denominado tanto de descuento en la práctica comercial. En terminología anglosajona se utilizan los nombres de: discount rate, discount rate of interés, interest rate e incluso yield.

En este caso los pagos de cupones tienen una periodicidad anual.

Teniendo en cuenta que la cuantía de los cupones suelen ser iguales, utilizando la formulación de la matemática financiera, las formulas anteriores se pueden escribir de la forma:

$$P = Ci a_{\overline{n}|r} + C_n V^n \quad (2.2)$$

Y si los cupones fueran semestrales

$$P = Ci^{(2)} a_{\overline{2n}|r^{(2)}} + C_n V^{2n}$$

### Caso práctico

**Se emite un bono <sup>(6)</sup> de nominal 1.000 €, abonándose cupones semestrales a un tanto nominal anual del 5% por un horizonte temporal de 5 años. Averiguar el precio que se pagaría por el título si el tanto nominal anual del mercado es del 6%.**

Los cupones semestrales ascienden a la cuantía de:

$$1.000 \frac{0,05}{2} = 25 \text{ euros}$$

Utilizando un tanto de actualización del 6% nominal anual el precio del bono resulta:

$$P = 25 a_{\overline{10}|0,03} + 1.000 (1 + 0,03)^{-10} = 957,35 \text{ €}$$

Obsérvese que al ser el tanto de valoración (actualización) del bono superior al tipo de interés correspondiente al cupón, el precio del bono resultante es inferior al nominal del bono (1.000 €).

Se obtiene el mismo resultado si se utiliza una hoja de cálculo como Excel. En este caso construimos un cuadro como el que se presenta a continuación:

---

<sup>6</sup> Habitualmente a un título de renta fija se le conoce como bono.

Final de periodo	Flujo de capital	Factor de actualización	Flujo actualizado
t	$C_t$	$V^t$	$C_t * V^t$
1	25	0,97087	24,27
2	25	0,94260	23,56
3	25	0,91514	22,88
4	25	0,88849	22,21
5	25	0,86261	21,56
6	25	0,83748	20,94
7	25	0,81309	20,33
8	25	0,78941	19,74
9	25	0,76642	19,16
10	25	0,74409	18,60
10	1000	0,74409	774,09
Precio título →			957,35

El precio del bono se corresponde con el valor actual (o valor presente o valor en el momento inicial) de los flujos de capital futuros.

## 8. SENSIBILIDAD DEL PRECIO DE UN TÍTULO

Es en los mercados secundarios donde principalmente tienen fluctuaciones las cotizaciones de los títulos de renta fija. Se compran después de emitidos y se venden antes de su amortización. Aquí juega una baza importante la rentabilidad.

Un título de renta fija, en realidad, no es fija prácticamente nunca. Desde luego si se vende antes del vencimiento le influye la variación del tipo de interés. ¿De qué manera?. Por lo que se conoce como riesgo de tipo de interés. Otro riesgo es el de riesgo de reinversión que afecta a la rentabilidad efectiva (TIR). Que se obtiene al final del horizonte temporal de la inversión, porque las cantidades que se van recuperando se reinvierten a un tipo de interés diferente al de la inversión inicial.

- Si el tipo de interés sube le perjudica porque baja la cotización.
- Una bajada les beneficia.

Si visualizamos de nuevo la fórmula (2.1) vemos que en ella aparecen los flujos de capital, el tanto de actualización y los periodos. Una breve observación de la misma nos permite deducir que:

- 1º) El precio de un título es directamente proporcional a la cuantía de los capitales. Por ejemplo, si el cupón aumenta el precio del título aumenta. Luego cuanto mayor sean los intereses proporcionados por un título mayor será su precio.
- 2º) El precio de un título está inversamente relacionado con el tanto de actualización. En efecto, si visualizamos de nuevo la fórmula (2.1) vemos que el tanto de actualización  $r$  se encuentra en el denominador, Por consiguiente a medida que aumentamos el valor de  $r$ , decrece el valor del componente

$$\frac{C_t}{(1+r)^t}$$

El resultado final es que decrece el precio del título. Sucede todo lo contrario si el valor de  $r$  disminuye.

Si comparamos la incidencia conjunta de ambos parámetros, tipo de interés del cupón y tanto de actualización de los flujos de capital vemos que:

- a) Si el tipo de interés otorgado por el título para el cálculo del cupón es menor que el tanto de valoración, el precio del título es inferior al nominal del mismo. En este caso se dice que se vende un título *al descuento*.
- b) Si el tipo de interés del cupón y el tanto de valoración coinciden, el valor del título coincide con el nominal del título. En este caso se dice que se vende el título *a la par*.
- c) Si el tipo de interés otorgado por el título para el cálculo del cupón es mayor que el tanto de valoración, el precio del título es superior al nominal del mismo, o sea se vende sobre la par. En este caso se dice que se vende con prima.

## 9. PRECIO TOTAL Y PRECIO EX-CUPÓN

En la práctica se establece el precio de un título neto de intereses, esto es, sin incorporar el cupón corrido. Así, cuando se adquiere un título en una fecha comprendida entre los vencimientos de dos cupones, el precio de un título se establece añadiendo al precio ex-cupón el importe del cupón corrido. Esto es así porque los cupones se pagan al tenedor del título, luego éste cuando cobra el primer cupón a partir de la adquisición, lo cobra íntegramente. Por lo tanto, el comprador cuando adquiere el título debe pagar un precio que incluye el cupón corrido. Como veremos a continuación corresponde a los intereses devengados desde el pago del último cupón hasta la fecha de la compra.

En consecuencia, el precio final de un título se obtiene de sumar al precio ex-cupón el importe del cupón corrido. Como ya se indicó anteriormente, el importe del cupón depende del nominal del título, del tipo de interés concedido por el emisor y del tiempo transcurrido. Por lo tanto, para un mismo nominal y para un mismo tipo de interés del cupón, el cupón corrido aumenta conforme transcurre el tiempo a partir del vencimiento del último cupón abonado. Luego el precio final de un título aumenta proporcionalmente a partir del vencimiento del último cupón y cae drásticamente en el momento en el que se paga el cupón.

El precio total de un título viene dado como decimos por:

$$\text{Precio total} = \text{Precio ex-cupón} + \text{Cupón corrido}$$

Se puede observar que el precio total va variando conforme se va acercando a la fecha del cobro del cupón. Con el objeto de manejar un valor fijo, los mercados de renta fija muestran las cotizaciones ex-cupón.

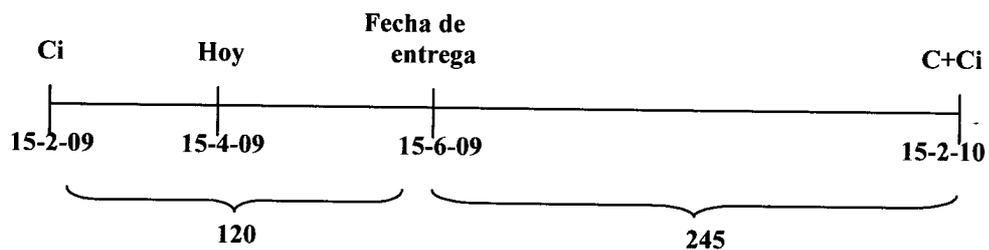
### Caso práctico

*Un inversor acude, en el día de hoy 15 de abril de 2009, a una entidad financiera a comprar bonos del Estado a plazo con entrega el 15 de junio de 2009. Los bonos tienen un cupón al 4,8% de interés anual. El nominal de los bonos es de 1.000 € y su vencimiento el 15 de febrero de 2010.*

*El tipo de interés del mercado en el momento actual, para el plazo de entrega se establece en el 5,2%.*

*En la fecha de entrega de los títulos se establece la liquidación por diferencias. Averiguar el precio ex-cupón y el resultado de la operación según que el tipo de interés del mercado fuese el 5,8% o el 4,2%.*

Representación gráfica de la operación.



Cálculo del precio del título

$$P = \frac{1.000 + 48}{1 + 0,052 \frac{245}{360}} = 1.012,18 \text{ €}$$

Cálculo del cupón corrido

$$CC = 48 \frac{120}{360} = 16 \text{ €}$$

Cálculo del precio ex-cupón

$$1.012,18 - 16 = 996,18 \text{ €}$$

Liquidación por diferencias

- Si el tipo de interés del mercado, en el momento de la liquidación, es del 5,8%.

El precio del título resulta:

$$P = \frac{1.000 + 48}{1 + 0,058 \frac{245}{360}} = 1.008,20 \text{ €}$$

Como se puede observar  $1.008,20 < 1.012,18$

Esto significa que el comprador tiene que entregar al vendedor 3,98 euros pues el comprador pactó pagar el precio de 1.012,18 por la compra del título. Es la ganancia sobre lo contratado.

- Si el tipo de interés del mercado, en el momento de la liquidación, es del 4,2%.

El precio a pagar por el título resulta:

$$P = \frac{1.000 + 48}{1 + 0,042 \frac{245}{360}} = 1.018,88 \text{ €}$$

Como se puede observar  $1.018,88 > 1.012,18$

Esto significa que el vendedor tiene que entregar al comprador 6,70 euros para compensarle del exceso en el precio.

## 10. CALCULO DEL CUPÓN CORRIDO

Es la parte del próximo cupón correspondiente al plazo transcurrido. También se puede decir que el cupón corrido es el interés devengado del próximo cupón. Si una persona adquiere un bono, es la parte del cupón que le deberá entregar al vendedor (con independencia del precio pactado en la operación). En el mercado secundario los títulos cotizan por su precio ex-cupón, expresado en tanto por ciento.

La base de cálculo del cupón corrido depende del país o la normativa que lo regule. En algunos países se utiliza una base 30/360. Se trata de computar el número de días transcurridos desde el último cupón pagado respecto del número

de días computables entre dos pagos sucesivos de cupones. En este caso se imputan 30 días por mes y 360 días por año.

Cuanto mayor sea el tipo de interés concedido para el cupón mayor será el cupón corrido y mayor será el precio del título. Se puede observar que cada vez que se produce un pago de cupón descende drásticamente el precio del título.

### **Caso práctico**

*Se adquirió un título el 15 de abril de 2009 de nominal 1.000 €. El tipo de interés es el 6% nominal anual. Se abonan cupones con periodicidad semestral. Se quiere averiguar el importe de cupón corrido el 15 de julio de 2010.*

Como se puede observar el último cupón abonado se realizó el 15 de abril de 2010. El importe del cupón semestral asciende a:

$$1.000 \cdot \frac{0,06}{2} = 30 \text{ €}$$

El periodo correspondiente a este cupón abarca el siguiente número de días:

$$15+31+30+31+31+30+15=183$$

El número de días transcurridos desde el último pago de cupón semestral es:

$$15+31+30+15=91$$

Y el importe del cupón corrido

$$\frac{91}{183} * 0,03 * 1000 = 14,92\text{€}$$

Obsérvese que al computar el número de días se excluye el primer día y se incluye el último.

Por lo tanto, si se pagó por el título 990 €, el precio ex-cupón resulta:

$$990 - 14,92 = 975,08 \text{ €}$$

Como vemos el precio de compra incluye un cupón corrido de 14,92 €.

No es frecuente que se valore el título en las fechas de vencimiento de los cupones. Cuando esto sucede el precio total de un título y el precio ex-cupón coinciden. En las demás fechas intermedias no coinciden y la diferencia viene dada por el cupón corrido. Por lo tanto se cumple que:

$$P = P_{ex} + Cc$$

## 11. CALCULO DEL VALOR DE UN TITULO EN CONDICIONES DEL MERCADO

Con frecuencia nos encontramos en la necesidad de averiguar el valor que le corresponde a un título que circula por el mercado. Si el título se puede adquirir en el mercado secundario en un momento en el que el tipo de interés del mercado es  $r$ , la fórmula para calcular su valor es la siguiente:

$$P = Ci \cdot a_{\overline{n}|r} + C \cdot (1+r)^{-n}$$

En este caso se ha tenido en cuenta que se trata de un empréstito de cupones periódicos pospagables con reembolso único al final de la operación. Se observará que el tipo de interés  $i$  corresponde al de la emisión del empréstito y por lo tanto es el que se utiliza para el cálculo del importe de los cupones y el tanto  $r$  corresponde al tipo de interés del mercado.

### Caso práctico

*Tenemos una emisión privada de obligaciones a 10 años. Nominal del título 5.000 euros y cupón del 5% anual. La amortización se lleva a cabo de una sola vez al final de los 10 años.*

***Averiguar el precio del título al cabo de los años si el tipo de interés del mercado se mantiene en el 5% anual.***

***Averiguar el precio del título si el tipo de interés del mercado cayó 200 p.b., inmediatamente después de la emisión y se mantuvo en esa magnitud los sucesivos años.***

***Averiguar el precio del título si el tipo de interés del mercado subió 200 p.b., inmediatamente después de la emisión y se mantuvo en esa magnitud los sucesivos años.***

Precio del título cuando el tipo de interés del mercado se mantiene en el 5%.

Para  $t=0$ .

$$P_0 = 250 \cdot a_{\overline{10}|0,05} + 5.000 \cdot (1 + 0,05)^{-10} = 5.000$$

Para  $t=1$ .

$$P_1 = 250 \cdot a_{\overline{9}|0,05} + 5.000 \cdot (1 + 0,05)^{-9} = 5.000$$

Para  $t=2$ .

$$P_2 = 250 \cdot a_{\overline{8}|0,05} + 5.000 \cdot (1 + 0,05)^{-8} = 5.000$$

Y así sucesivamente. Esto significa que el precio se mantiene inalterable.

Precio del título cuando el tipo de interés del mercado cae al 3%.

Para  $t=0$ .

$$P_0 = 250 \cdot a_{\overline{10}|0,03} + 5.000 \cdot (1 + 0,03)^{-10} = 5.853,02$$

Para  $t=1$ .

$$P_1 = 250 \cdot a_{\overline{9}|0,03} + 5.000 \cdot (1 + 0,03)^{-9} = 5.778,61$$

Para  $t=2$ .

$$P_2 = 250 \cdot a_{\overline{8}|0,03} + 5.000 \cdot (1 + 0,03)^{-8} = 5.701,97$$

Y así sucesivamente. Vemos que el precio del título va disminuyendo.

Precio del título cuando el tipo de interés del mercado asciende al 7%.

Para  $t=0$ .

$$P_0 = 250 \cdot a_{\overline{10}|0,07} + 5.000 \cdot (1 + 0,07)^{-10} = 4.297,64$$

Para  $t=1$ .

$$P_1 = 250 \cdot a_{\overline{9}|0,07} + 5.000 \cdot (1 + 0,07)^{-9} = 4.348,48$$

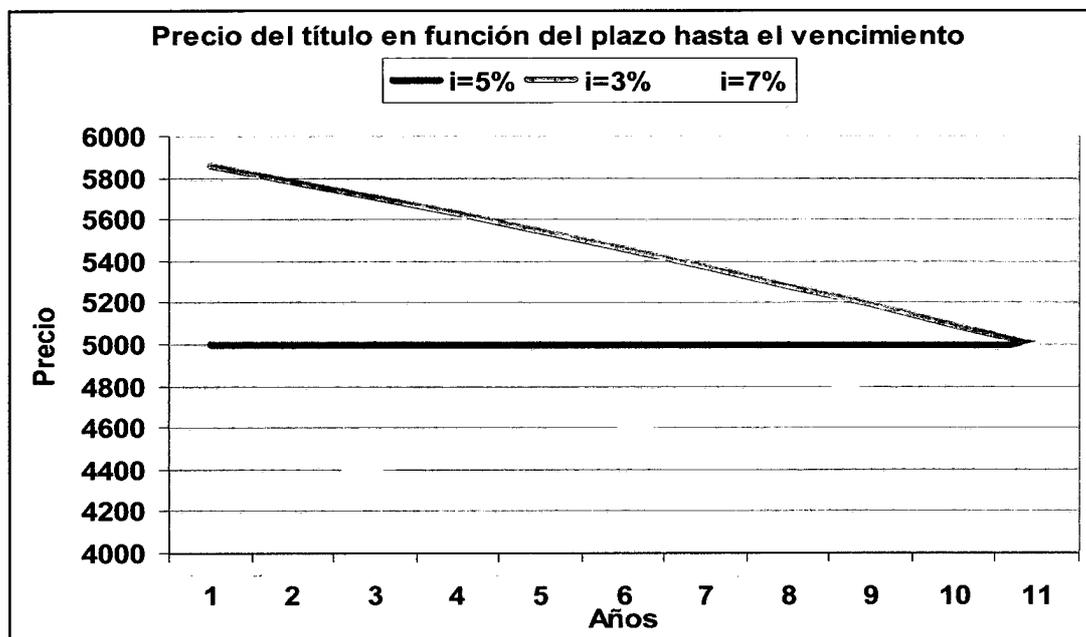
Para  $t=2$ .

$$P_2 = 250 \cdot a_{\overline{8}|0,07} + 5.000 \cdot (1 + 0,07)^{-8} = 4.402,87$$

Y así sucesivamente.

El precio del título va en aumento.

La representación gráfica corresponde a:



Como se puede apreciar cuando el tipo de interés del mercado disminuye el precio del título se sitúa por encima de la par. Si el precio del mercado se mantiene en el nuevo nivel alcanzado el precio de cotización del título va disminuyendo conforme se acerca el momento de la amortización pero esta disminución no es uniforme sino que va disminuyendo más que linealmente. Sucede todo lo contrario cuando el tipo de interés del mercado sube. En el caso anterior se dice que el título se cotiza con prima y en este caso que el título se cotiza con descuento.

## 12. RENTABILIDAD DE UN TITULO

En un mercado de capitales de renta fija el precio de un título viene dado por el valor de mercado al que en ese momento cotiza. Se entiende por rentabilidad al vencimiento de un título, al tanto de rendimiento (de actualización) para el cual el valor actualizado de todos los flujos de capitales futuros se igualan al valor de mercado del título (su precio de cotización del mercado). En cualquier caso esta no es la rentabilidad real de un título, el cual se obtiene cuando se tienen en cuenta los gastos, comisiones, etc. consecuencia de la inversión en títulos. No obstante es la que se utiliza como Tír de la inversión.

La fórmula práctica es:

$$P(r) = \sum_{j=1}^n \frac{F_j}{(1+r)^j} \quad (2.3)$$

En donde  $r$  representa el tanto de rendimiento.

Si se realiza el planteamiento para un tanto de rendimiento nominal anual, con periodicidad semestral, la fórmula se convierte en:

$$P(r) = \sum_{j=1}^n \frac{F_j}{\left(1 + \frac{r}{2}\right)^j}$$

Se puede observar que en este planteamiento el valor a determinar es el tanto nominal anual  $r$ . Dado que no se puede plantear de forma explícita para su determinación podemos proceder de forma iterativa. Por ejemplo, mediante la prueba y el error, utilizando el método de la bisección, el método de Newton, etc. No obstante se puede obtener fácilmente utilizando la función Tir en la hoja de cálculo Excel.

### Caso práctico

*Por un título recién emitido se pagó 984,25 €. El emisor abona un cupón semestral de 25 € por un título de nominal 1.000 €. Si el horizonte temporal de la emisión es de 3 años, averiguar el rendimiento al vencimiento al que resulta la operación.*

A un cupón semestral de 25 € le corresponde un tipo de interés nominal de:

$$\frac{25}{1.000} * 2 = 0,05 \rightarrow 5\%$$

Dado que se pagó por el título un importe inferior a su nominal, sabemos que el tanto de rendimiento es superior al tipo de interés del cupón. Por ello, tanteamos a un tanto del 6%.

La fórmula a utilizar es:

$$P(r\%) = 25 a_{\overline{6}|r} + 1.000 (1+r)^{-6}$$

El resultado del valor actual que se obtiene es:

$$P(3\%) = 25 a_{\overline{6}|0,03} + 1.000 (1+0,03)^{-6} = 972,91$$

Dado que  $972,91 < 984,25$  significa que el 6% de tanto de rendimiento es excesivo.

Podemos aplicar el método iterativo de la bisección que consiste en tomar un tanto medio

$$\frac{0,06 + 0,05}{2} = 0,055 \rightarrow 5,5\%$$

Para este tanto resulta:

$$P(2,75\%) = 25 a_{\overline{6}|0,0275} + 1.000 (1 + 0,0275)^{-6} = 986,34 > 984,25$$

Luego es evidente que el tanto buscado se encuentra entre el 2,75% y el 3%. Claramente más cerca, en tantos anuales, del 5,5% que del 6%. Siguiendo con este método iterativo se encuentra que el resultado buscado es 2,79% semestral.

### 13. PRINCIPIOS DE MALKIEL

#### *1er Principio. Relación entre el precio y la rentabilidad de un título.*

El precio de un título varía en relación inversa respecto a la rentabilidad al vencimiento de un título. Esta relación es de naturaleza no lineal. Esto significa que cambios uniformes en la rentabilidad no supone cambios uniformes en el precio del título.

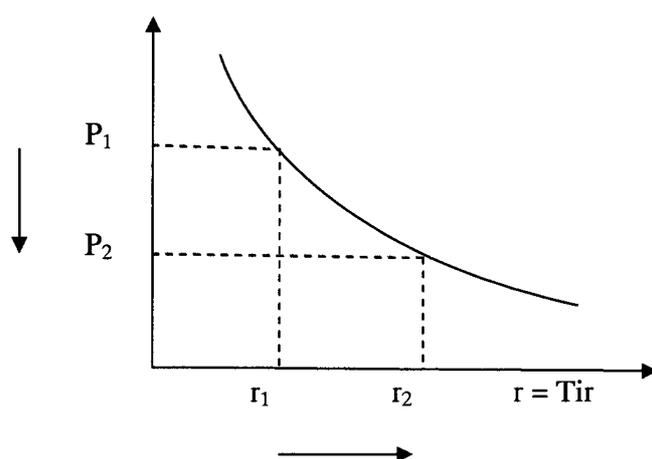
Un análisis detallado de la fórmula

$$P(r) = \sum_{j=1}^n \frac{C_j}{(1+r)^j} + \frac{C_n}{(1+r)^n}$$

nos informa que la curva que relaciona P con r es convexa, visto desde el origen de coordenadas.

De forma gráfica se puede apreciar que para  $r=0$  el precio de un título es simplemente la suma de los cupones más el valor nominal (principal) del título. A medida que aumenta la rentabilidad de un título disminuye el precio del título.

Cuando el tipo de interés del mercado sube, el precio de un título baja y viceversa.



### Caso práctico

*Se considera un bono a tres años en el cual se abona un cupón del 4% efectivo anual. Realizando los cálculos en porcentajes analizamos la evolución del precio del título según que el tipo de interés sea el 3%, 4% o 5%.*

Utilizamos la fórmula:

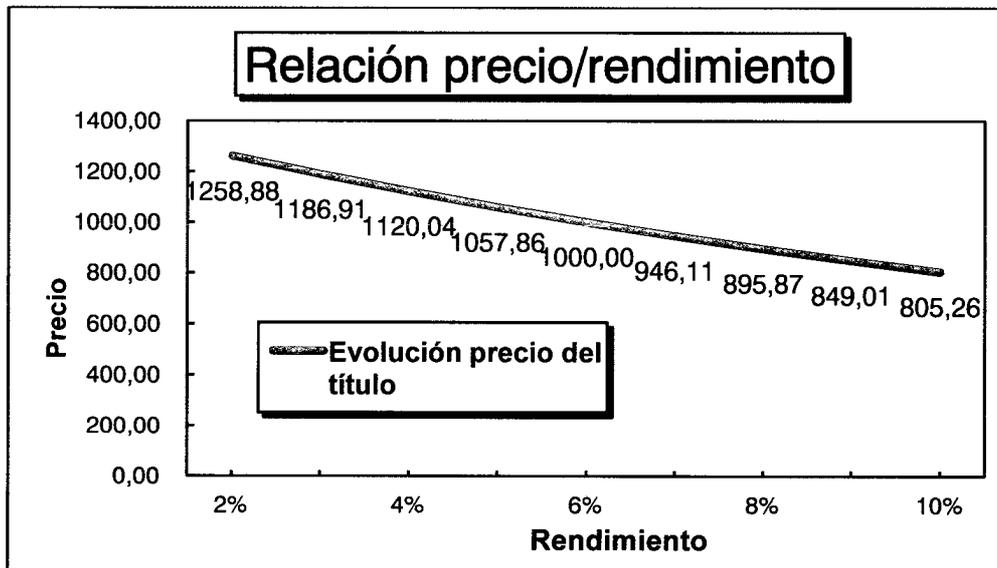
$$P = \sum_{j=1}^3 \frac{Ci}{(1+r)^j} + \frac{C}{(1+r)^3}$$

- Para  $r=3\%$   $P = \frac{4}{(1+0,03)} + \frac{4}{(1+0,03)^2} + \frac{104}{(1+0,03)^3} = 102,829$

- Para  $r=4\%$   $P = \frac{4}{(1+0,04)} + \frac{4}{(1+0,04)^2} + \frac{104}{(1+0,04)^3} = 100$

- Para  $r=5\%$   $P = \frac{4}{(1+0,05)} + \frac{4}{(1+0,05)^2} + \frac{104}{(1+0,05)^3} = 97,277$

Se puede apreciar que a mayor tanto de rendimiento el precio es menor.



La razón de que los inversores se comporten de esta manera es evidente. Supongamos que un cierto título  $T_1$  ofrece un cupón al 5% anual. En el momento presente quedando aún cuatro años para el reembolso del título se emiten nuevos títulos al 6% de interés anual. Es evidente que los inversores adquirirán títulos de esta nueva emisión porque ofrecen un cupón más alto. Está claro que los títulos de la nueva emisión le resultan más rentables al inversor. Para poder competir en el mercado, el título  $T_1$  con los nuevos títulos, en cuanto a rentabilidad, habría que bajar el precio del título en el mercado secundario de manera que junto con los cupones, más bajos, le proporcione al inversor, al menos, la misma rentabilidad.

***2do Principio. Incidencia del importe del cupón en el precio de un título.***

Si dos títulos se diferencian únicamente en el importe del cupón, ante una misma variación en el tipo de interés del mercado, el título que concede menor cupón sufre un mayor cambio relativo en su precio frente al que ofrece un mayor cupón.

**Caso práctico**

**Tomamos dos títulos con vencimiento a 5 años. El título  $T_1$  que concede un cupón del 3% y el título  $T_2$  que concede un cupón del 4%. Averiguar la variación en su precio en términos relativos**

I) Título  $T_1$ 

Tomamos para el análisis tipos de interés del mercado del 4% y del 3%.

$$P(4\%) = \left[ 3\% a_{\overline{5}|0,04} + 100\%(1 + 0,04)^{-5} \right] = 95,548\%$$

$$P(3\%) = \left[ 3\% a_{\overline{5}|0,03} + 100\%(1 + 0,03)^{-5} \right] = 100\%$$

Variación:

$$\frac{100\% - 95,548\%}{95,548\%} = \frac{4,452}{95,548} = 0,0466$$

Obsérvese que la variación en términos absolutos es de 4,452 pero en valor relativo es de 0,0466

II) Título  $T_2$ 

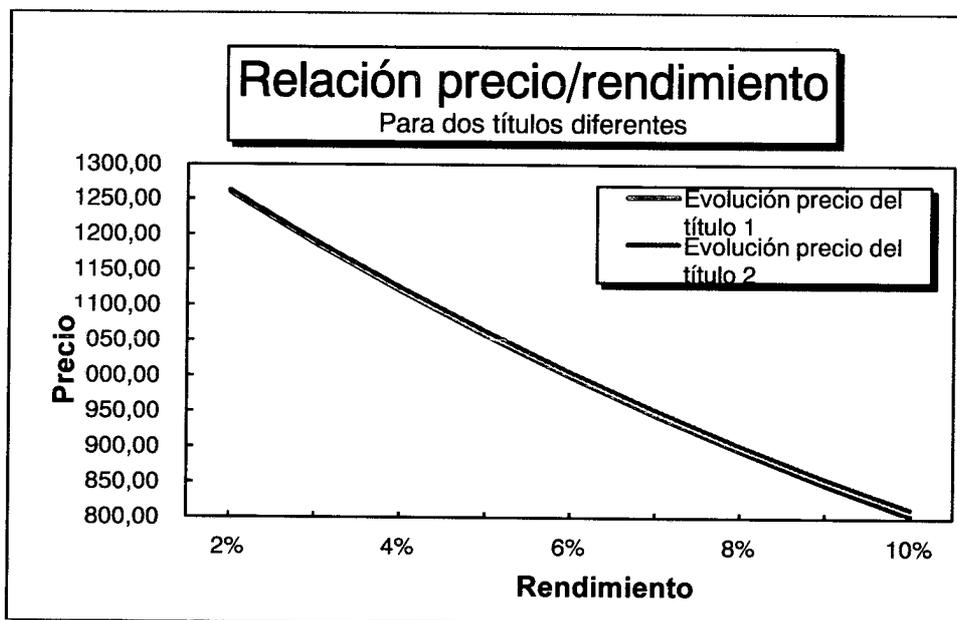
$$P(4\%) = \left[ 4\% a_{\overline{5}|0,04} + 100\%(1 + 0,04)^{-5} \right] = 100\%$$

$$P(3\%) = \left[ 4\% a_{\overline{5}|0,03} + 100\%(1 + 0,03)^{-5} \right] = 104,58\%$$

Variación:

$$\frac{104,58\% - 100\%}{100\%} = \frac{4,58}{100} = 0,0458$$

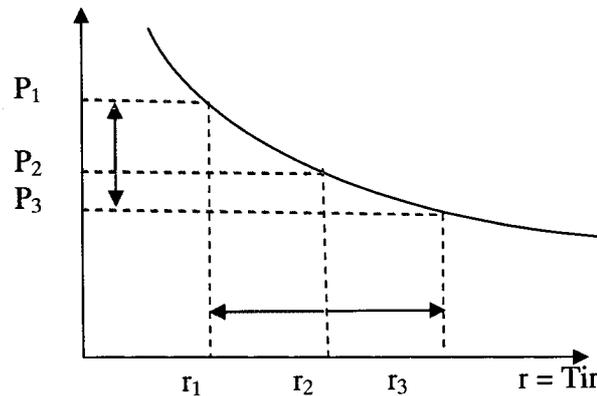
Obsérvese que la variación en términos absolutos es de 4,58 pero en valor relativo es de 0,0458



**3er Principio. La asimetría del sentido de la variación del tipo de interés de mercado.**

Si se produce una misma variación absoluta en el tipo de interés del mercado, el incremento del precio de un título, en términos absolutos, causado por una disminución del Tir es mayor que el decremento del precio causado por un incremento del Tir.

Si consideramos un gráfico a escala se percibe que la pendiente de la curva disminuye a medida que aumenta el tanto de rendimiento.



- Cuando el tipo de interés sube entonces el precio baja luego la variación del precio P es negativo.
- Cuando el tipo de interés baja entonces el precio sube luego la variación del precio P es positivo y mayor que el anterior.

### Caso práctico

*Tomemos en consideración un título con vencimiento a 5 años, cupón al 4%.  
Analicemos la influencia de la variación en el Tir al 5% y al 3%.*

<b>SENSIBILIDAD DE LOS PRECIOS DE UN TITULO ANTE VARIACIONES EN EL RENDIMIENTO</b>			
Rto	Precio	variación	En %
4%	1120,04	1,029	2,908
4,5%	1088,39	1,029	2,886
5%	1057,86	1,029	2,864
5,5%	1028,41	1,028	2,841
6%	1000,00	1,028	2,820
6,5%	972,58	1,028	2,798
7%	946,11	1,028	2,776
7,5%	920,55	1,028	2,755
8%	895,87		

Incrementos iguales en el tanto de rendimiento proporcionan variaciones negativas en los precios de los títulos, que son inferiores a las variaciones positivas en los precios producidos por disminuciones del tanto r.

**4<sup>o</sup> Principio. La variación en el plazo al vencimiento y el precio.**

Para una variación dada en el Tir de un título, a mayor plazo hasta el vencimiento, mayor variación en el precio. Esto significa que, a igualdad del resto de las variables, el título de mayor vencimiento es más sensible a las variaciones de r.

**Caso práctico**

*Se toma un título con cupones al 4% de interés efectivo anual. Consideramos vencimientos diferentes como por ejemplo 5 y 10 años. El Tir a considerar es la cotización al 4%. Vamos cómo repercute en el precio del título una subida en el Tir de 50 p.b.*

Tenemos que calcular el precio del título para los Tir del 4% y del 4,5%. Para un periodo al vencimiento de 5 años.

$$P(4\%) = \left[ 4\% a_{\overline{5}|0,04} + 100\%(1 + 0,04)^{-5} \right] = 100\%$$

$$P(4,5\%) = \left[ 4\% a_{\overline{5}|0,045} + 100\%(1 + 0,045)^{-5} \right] = 93,415\%$$

La variación en el precio es de  $P(4\%) - P(4,5\%) = 6,585\%$

- Hacemos ahora el cálculo para el vencimiento de 10 años.

$$P(4\%) = \left[ 4\% a_{\overline{10}|0,04} + 100\%(1 + 0,04)^{-10} \right] = 100\%$$

$$P(4,5\%) = \left[ 4\% a_{\overline{10}|0,045} + 100\%(1 + 0,045)^{-10} \right] = 88,131\%$$

La variación en el precio es de  $P(4\%) - P(4,5\%) = 11,869\%$

Conclusión: La misma variación en el Tir proporciona una mayor variación en el precio, en aquel título con mayor vencimiento

## 15. BONOS SEGREGABLES O STRIPS<sup>7</sup>

Los strips de un instrumento de deuda son títulos que se obtienen por la segregación (stripping) de los cupones y del principal de manera que se obtienen títulos cupón cero los cuales se pueden negociar de forma separada.

Se trata de un título de renta fija que incluye en sus cláusulas contractuales la posibilidad de segregar (separar) los cupones y el principal. Por esta razón se

<sup>7</sup> Procede de la denominación en inglés "Segregated Trading of Registered Interest and Principal of Securities. Desde 1997 el Tesoro emite bonos y obligaciones segregables.

pueden negociar de forma independiente. Por consiguiente cada flujo de capital es una cuantía separada. La segregación transforma un activo de rendimiento explícito en otros títulos de rendimiento implícito o de cupón cero.

De inicio el Tesoro no emite bono segregables sino completos. Las entidades financieras son las que llevan a cabo la segregación. El proceso de stripping incrementa grandemente la oferta de títulos cupón cero y de esta forma el conjunto de títulos disponibles para muchos más vencimientos. Además se puede proceder a la operación inversa a la segregación, esto es, a la reconstrucción del título original con los títulos segregados.

Fiscalmente tienen algunas ventajas como son:

- Tratamiento más favorable en el impuesto de sociedades.
- El cupón de los bonos segregables no está sujeto a retención. Tampoco tienen retención los rendimientos implícitos de los strips.

Los títulos cupón cero garantizan una rentabilidad efectiva si se mantiene el activo hasta su vencimiento. Evita así el problema de reinversión de los cupones. Esta ventaja la utilizan los inversores institucionales como compañías de seguros, fondos de pensiones, fondos de inversión garantizados, etc.

El proceso contrario a la segregación se le conoce por reconstitución o reversibilidad. Se dice que un flujo de capitales es fungible con otro, cuando se pueden tomar de forma indistinta a la hora de reconstituir un título. Por lo tanto, si dos capitales se consideran fungibles (cupones o nominales) se pueden tomar para reconstituir el título aunque los cupones no pertenezcan originariamente al mismo título. Pero sí tienen que tener la misma cuantía y el mismo vencimiento que el título original (aunque correspondan a diferente título).

Evidentemente un cupón y un nominal no son fungibles aunque tengan el mismo vencimiento. No son fungibles cupones de diferente cuantía. Tampoco son fungibles los nominales segregados salvo que procedan de la misma emisión.

Para calcular el precio de compra de un strip se actualiza el importe del cupón o del principal al tipo cupón cero vigente en el mercado para el plazo correspondiente. Para ello se utiliza la fórmula de descuento racional compuesto, para periodos anuales y tipos anuales.

La fórmula a considerar sería:

$$P_j = \frac{Ci}{(1 + r_j)^j}$$

Y para el principal

$$P_n = \frac{Ci}{(1 + r_n)^n}$$

### Caso práctico

*Un inversor dispone de un título segregable por el que se abonan cupones anuales al 6% y se amortiza dentro de 3 años. El bono se cotiza actualmente en el mercado al 96,80%.*

*Del mercado se ha obtenido la siguiente información:*

Título	Plazo (años)	Precio (%)	Amort a la par
$T_1$	1	94,25%	100
$T_2$	2	88,49%	100
$T_3$	3	82,55%	100

*Analizar si cabe la posibilidad de arbitraje.*

Calculamos los tipos de interés al contado para los diferentes plazos.

$$94,25 = \frac{100}{(1 + r_{01})^1} \rightarrow r_{01} = 6,1\%$$

$$88,49 = \frac{100}{(1 + r_{02})^2} \rightarrow r_{02} = 6,3\%$$

$$82,55 = \frac{100}{(1 + r_{03})^3} \rightarrow r_{03} = 6,6\%$$

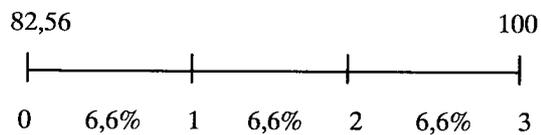
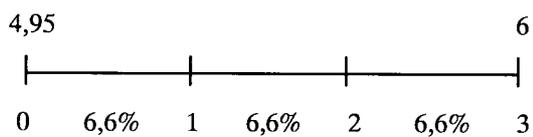
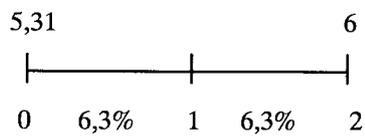
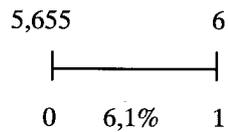
Con estos datos podemos averiguar el precio del título en condiciones del mercado.

$$P = \frac{6}{(1 + 0,061)^1} + \frac{6}{(1 + 0,063)^2} + \frac{6}{(1 + 0,066)^3} + \frac{106}{(1 + 0,066)^3} =$$

$$= 5,655 + 5,31 + 4,95 + 82,56 = 98,475$$

Este bono se puede segregar en cuatro bonos cupón cero, cuyos precios de compra al descuento resultan: 5,655 ; 5,31 ; 4,95 y 82,56.

Gráficamente resulta:



Podríamos vender los cuatro títulos cupón cero a los precios indicados en el gráfico y recibir a la amortización el importe de los cupones y el reembolso del principal.

Pero podría suceder:

- 1º) Que el bono a tres años se cotee en el mercado por encima de 98,475. En este caso el inversor puede obtener un beneficio extra si lo vende en el mercado y a continuación compra 4 strips, por lo que pagaría en total: 98,475.
- 2º) Que el bono a tres años se cotee en el mercado por debajo de 98,475, que es el caso. Entonces el inversor puede vender 4 strips equivalentes a los anteriores obteniendo 98,475 y a continuación compraría un bono a 3 años.

Finalizado este tema se deben haber adquirido conocimientos suficientes para:

- Tener capacidad de análisis, de cálculo en la valoración y rentabilidad de títulos de renta fija a medio y largo plazo del Estado.
- Tener capacidad para calcular el precio total, ex-cupón y el cupón corrido de cualquier producto de renta fija con pago periódico de cupones.
- Tener capacidad de análisis, de cálculo en la valoración y rentabilidad de títulos de renta fija a medio y largo plazo de empresas privadas.
- Tener capacidad de análisis de la sensibilidad de los precios de este tipo de productos ante variaciones de los tipos de interés del mercado, de los plazos al vencimiento, de la periodicidad de los cupones, etc.
- Tener capacidad de análisis de la operativa de los strips.

## TEMA III

# OPERACIONES BANCARIAS PRESTAMOS

En este tema se debe aprender, entre otras cosas:

- Qué son los préstamos bancarios.
- En qué consiste un préstamo personal y cuáles son sus características principales.
- En qué consiste un préstamo hipotecario y cuáles son sus características principales.
- En qué consiste un préstamo vivienda y cuáles son sus características principales.
- En qué consiste una subrogación o novación.

Para estudiar y desarrollar todos estos puntos se presenta el siguiente temario:

1. Introducción
2. Préstamo personal
3. Préstamo hipotecario
  - 3.1. Cancelación anticipada de un préstamo hipotecario
  - 3.2. Clip hipotecario
4. Préstamo vivienda
5. Subrogación o novación de un préstamo

## **1. INTRODUCCION**

En este tema se abordan operaciones relacionadas con los préstamos como pueden ser los personales o los que solicitan empresas como las pymes, y que normalmente estarán referenciados a un cierto parámetro. Los préstamos hipotecarios, con todas sus implicaciones, tanto de gastos como de deducciones fiscales.

Dado que para la toma de una decisión de elección es necesaria la inclusión del impacto fiscal, algunos de los parámetros que determinaremos tendrán la consideración de rendimiento financiero-fiscal.

## **2. PRESTAMO PERSONAL**

Se trata de préstamos con garantía personal y que se destinan habitualmente a la compra o adquisición de bienes y servicios de consumo, entre los más comunes se encuentran: el mejorar una casa, amueblar la casa, comprar un coche, comprar un ordenador, pagarse unos estudios en el extranjero, pagarse un máster, irse de vacaciones, etc.

Como características más representativas de este tipo de préstamos encontramos las siguientes:

- La cuantía no suele ser elevada.
- El cliente no suele comprometer ningún bien en concreto sino que suele responder con todos ellos sin necesidad de firmar ningún tipo de hipoteca.
- Como consecuencia de lo anterior la tramitación es mucho más sencilla y rápida.
- Y por ello el tipo de interés suele ser más caro.

Dado que el prestatario no compromete en concreto ninguno de sus bienes es por lo que las entidades financieras, antes de conceder el préstamo solicitan algunos justificantes de sus ingresos, tales como: nominas, recibos, etc. Y en algunos casos una declaración jurada de su patrimonio.

Durante muchos años este tipo de préstamos se concedían a tipos de interés fijo, pero con el paso de los años y con la variabilidad de los tipos de interés del mercado, ha cambiado la tendencia y hoy en día se conceden los préstamos personales a tipos de interés referenciados a alguna variable de referencia. En estas condiciones el tipo de interés que se paga es variable cada periodo, que puede ser anual, o semestral.

La metodología de la amortización del préstamo, en estas condiciones, es similar a la tradicional pero con la variante que obliga al hecho de que el tipo de interés se cambia al principio de cada periodo.

### Caso práctico

*Una empresa solicita un préstamo por 200.000€ para amortizarlo en 5 años siguiendo el sistema francés, mediante términos anuales. El tipo de interés inicial es del 6%. Para los años sucesivos se tomará de referencia el tipo Euribor más 75 puntos básicos.*

*Se pide:*

- 1º) Plantear el cuadro de amortización teórico tomando el tipo de interés constante inicial.*
- 2º) Si los tipos Euribor para los sucesivos años es: 5,775%; 5,455%; 5,120%; 4,862%, respectivamente, realizar el cuadro de amortización real.*

Inicialmente hacemos los cálculos como para la amortización de un préstamo a tipo fijo, considerando el tipo de interés inicial.  $i_0=6\%$

➤ Para el primer año:

Cálculo del término amortizativo.

$$200.000 = M_1 a_{\overline{5}|0,06} \rightarrow M_1 = \frac{200.000 \cdot 0,06}{1 - (1 + 0,06)^{-5}} = 47.479,28$$

Cálculo de la cuota de amortización.

$$P = A_1 S_{\overline{n}|i} \rightarrow A_1 = P S_{\overline{5}|0,06}^{-1} = 35.479,28$$

Cálculo de la cuota de interés.

$$I_1 = M_1 - A_1 = 47.479,28 - 35.479,28 = 12.000,00$$

Cálculo del total amortizado

$$T_1 = A_1 = 35.479,28$$

Cálculo de la deuda pendiente.

$$D_1 = P - A_1 = 200.000 - 35.479,28 = 164.520,72$$

➤ Para el segundo año:

El término amortizativo permanece constante. Calculamos las cuotas de amortización de los restantes años, utilizando la ley de recurrencia entre las cuotas de amortización en el sistema francés.:

$$A_2 = A_1 * (1 + i_0) = 35.479,28 * (1 + 0,06) = 37.608,04$$

Análogamente:

$$A_3 = 37.608,04 * (1 + 0,06) = 39.864,52$$

$$A_4 = 42.256,3 \quad A_5 = 44.791,77$$

Una vez calculados los términos y las cuotas de amortización se calcula las cuotas de interés simplemente, año por año, por diferencia:

$$I_t = M - A_t$$

Obteniendo los siguientes resultados:

$$I_2 = 9.871,24$$

$$I_3 = 7.614,76$$

$$I_4 = 5.222,89$$

$$I_5 = 2.687,51$$

Para el cálculo de los capitales totales amortizados utilizamos la siguiente ley de recurrencia:

$$T_2 = T_1 + A_2$$

Y así se obtienen los siguientes resultados:

$$T_2 = 73.087,32$$

$$T_3 = 112.951,84$$

$$T_4 = 155.208,23$$

$$T_5 = 200.000,00$$

Este último resultado es de cierre y sirve para comprobar lo correcto de la amortización.

Por último, para el cálculo de la deuda pendiente de cada año, simplemente utilizamos la diferencia:

$$D_2 = P - T_2$$

Y así se obtienen los siguientes resultados:

$$D_1 = 164.520,72$$

$$D_2 = 126.912,68$$

$$D_3 = 87.048,16$$

$$D_4 = 44.791,77$$

$$D_5 = 0$$

Este último resultado confirma la idoneidad de la amortización.

Con todo lo anterior se construye el siguiente cuadro:

		Euribor	$i_t$		
			6,000%		
t	M	$I_t$	$A_t$	$T_t$	$D_t$
0	-	-	-	-	200.000,00
1	47.479,28	12.000,00	35.479,28	35.479,28	164.520,72
2	47.479,28	9.871,24	37.608,04	73.087,32	126.912,68
3	47.479,28	7.614,76	39.864,52	112.951,84	87.048,16
4	47.479,28	5.222,89	42.256,39	155.208,23	44.791,77
5	47.479,28	2.687,51	44.791,77	200.000,00	0,00

Cuando la amortización se tiene que realizar teniendo en cuenta la evolución del tipo de interés, esto es, con un tipo de interés referenciado. La operativa cambia un poco, debido a que cada año hay que utilizar un tipo de interés diferente. Por ello tenemos que tener en cuenta la deuda pendiente, al principio de cada año y financiar esta deuda cada año al nuevo tipo de interés hacia el futuro, como si la operación permaneciese a ese tipo de interés hacia el futuro.

La metodología a seguir sería:

- Calcular el nuevo término amortizativo.
- Calcular la nueva cuota de amortización.
- Por diferencia entre las anteriores calcular las cuotas de interés.
- Calcular el total amortizado y la deuda pendiente como en el cuadro anterior.

De esta forma obtenemos:

Deuda pendiente al principio del segundo año: 164.520,72

Tipo de interés a utilizar:  $i_1 = i_0 + 0,75\% = 5,775\% + 0,75\% = 6,525\%$

Término amortizativo a partir del segundo año:

$$164.520,72 = M_2 a_{\overline{5}|0,06525} \rightarrow M_2 = \frac{164.520,72 \cdot 0,06525}{1 - (1 + 0,06525)^{-5}} = 48.051,35$$

Cálculo de la cuota de amortización.

$$D_1 = A_2 S_{\overline{4}|0,06525} \rightarrow A_2 = D_1 S_{\overline{4}|0,06525}^{-1} = 37.316,37$$

$$A_3 = 37.316,37 * (1 + 0,06525) = 39.751,26$$

$$A_4 = 42.345,03 \quad A_5 = 45.108,05$$

Cuotas de interés:

$$I_2 = M_2 - A_2 = 48.051,35 - 37.316,37 = 10.734,98$$

$$I_3 = 8.300,08$$

$$I_4 = 5.706,31$$

$$I_5 = 2.943,30$$

Total amortizado:

$$T_2 = T_1 + A_2 = 35.479,28 + 37.316,37 = 72.795,65$$

$$T_3 = 112.546,92$$

$$T_4 = 154.891,95$$

$$T_5 = 200.000,00$$

Obsérvese que estos resultados no coinciden con los del apartado anterior.

Deuda pendiente:

$$D_2 = P - T_2 = 200.000,00 - 72.795,65 = 127.204,35$$

$$D_3 = 87.453,08$$

$$D_4 = 45.108,05$$

$$D_5 = 0,00$$

Con todo lo anterior se obtiene el siguiente cuadro:

		Euribor	$i_t$		
		5,775%	6,525%		
t	M	$i_t$	$A_t$	$T_t$	$D_t$
1	-	-	-	35.479,28	164.520,72
2	48.051,35	10.734,98	37.316,37	72.795,65	127.204,35
3	48.051,35	8.300,08	39.751,26	112.546,92	87.453,08
4	48.051,35	5.706,31	42.345,03	154.891,95	45.108,05
5	48.051,35	2.943,30	45.108,05	200.000,00	0,00

Deuda pendiente al principio del tercer año: 127.204,35

Tipo de interés a utilizar:  $i_2 = i_1 + 0,75\% = 5,455\% + 0,75\% = 6,205\%$

Término amortizativo a partir del segundo año:

$$127.204,35 = M_3 a_{\overline{3}|0,06205} \rightarrow M_3 = \frac{127.204,35 \cdot 0,06205}{1 - (1 + 0,06205)^{-3}} = 47.769,00$$

Cálculo de la cuota de amortización.

$$D_2 = A_3 S_{\overline{3}|0,06205} \rightarrow A_3 = D_2 S_{\overline{3}|0,06205}^{-1} = 39.875,97$$

$$A_4 = 39.875,97 * (1 + 0,06205) = 42.350,27$$

$$A_5 = 44.978,11$$

Cuotas de interés:

$$I_3 = M_3 - A_3 = 47.769,00 - 39.875,97 = 7.893,03$$

$$I_4 = 5.418,73$$

$$I_5 = 2.790,89$$

Total amortizado:

$$T_3 = T_2 + A_3 = 72.795,65 + 39.875,97 = 112.671,62$$

$$T_4 = 155.021,89$$

$$T_5 = 200.000,00$$

Deuda pendiente:

$$D_3 = P - T_3 = 200.000,00 - 112.671,62 = 87.328,38$$

$$D_4 = 44.978,11$$

$$D_5 = 0,00$$

Con todo lo anterior se obtiene el siguiente cuadro:

		Euribor			
		$i_t$			
		5,455%		6,205%	
t	M	$i_t$	$A_t$	$T_t$	$D_t$
2	-	-	-	72795,65	127.204,35
3	47769,00	7893,03	39875,97	112671,62	87.328,38
4	47769,00	5418,73	42350,27	155021,89	44.978,11
5	47769,00	2790,89	44978,11	200000,00	0,00

Deuda pendiente al principio del cuarto año: 87.328,38

Tipo de interés a utilizar:  $i_3 = i_2 + 0,75\% = 5,120\% + 0,75\% = 5,870\%$

Término amortizativo a partir del segundo año:

$$87.328,38 = M_4 a_{\overline{2}|0,0587} \rightarrow M_4 = \frac{87.328,38 \cdot 0,0587}{1 - (1 + 0,0587)^{-2}} = 47.545,36$$

Cálculo de la cuota de amortización.

$$D_3 = A_4 S_{2|0,0587}^{-1} \rightarrow A_4 = D_3 S_{2|0,0587}^{-1} = 42.419,19$$

$$A_5 = 42.419,19 * (1 + 0,0587) = 45.051,30$$

Cuotas de interés:

$$I_4 = M_4 - A_4 = 47.545,36 - 42.419,19 = 5.126,18$$

$$I_5 = 2.636,17$$

Total amortizado:

$$T_4 = T_3 + A_4 = 11.2671,62 + 42419,19 = 155.090,81$$

$$T_5 = 200.000,00$$

Deuda pendiente:

$$D_4 = P - T_4 = 200.000,00 - 155.090,81 = 44.909,19$$

$$D_5 = 0,00$$

Con todo lo anterior se obtiene el siguiente cuadro:

		Euribor	$i_t$		
		5,120%	5,870%		
T	M	$I_t$	$A_t$	$T_t$	$D_t$
3	-	-	-	112671,62	87.328,38
4	47545,36	5126,18	42419,19	155090,81	44.909,19
5	47545,36	2636,17	44909,19	200000,00	0,00

Deuda pendiente al principio del quinto año: 44.909,19

Tipo de interés a utilizar:  $i_4 = i_3 + 0,75\% = 4,862\% + 0,75\% = 5,612\%$

Cuota de amortización del quinto año:

$$A_5 = D_4 = 44.909,19$$

Cuotas de interés:

$$I_5 = D_4 * i_4 = 44.909,19 * 0,05612 = 2.520,30$$

Termino amortizativo:

$$M_5 = I_5 + A_5 = 2.520,30 + 44.909,19 = 47.429,50$$

Total amortizado:

$$T_5 = T_4 + A_5 = 155.090,81 + 44.909,19 = 200.000,00$$

Deuda pendiente:

$$D_5 = P - T_5 = 200.000,00 - 200.000,00 = 0,00$$

Con todo lo anterior se obtiene el siguiente cuadro:

		Euribor	$i_t$		
		4,862%	5,612%		
t	M	$I_t$	$A_t$	$T_t$	$D_t$
4	-	-	-	155.090,81	44.909,19
5	47.429,50	2.520,30	44.909,19	200.000,00	0,00

2º) La tabla real se puede realizar de una manera directa de la siguiente manera:

Tomando los valores de las primeras filas de cada una de las tablas anteriores se puede construir un cuadro como el que se presenta a continuación:

Euribor	$i_t$	t	M	$I_t$	$A_t$	$T_t$	$D_t$
	6,000%	0	-	-	-	-	200.000,00
5,775%	6,525%	1	47.479,28	12.000,00	35.479,28	35.479,28	164.520,72
5,455%	6,205%	2	48.051,35	10.734,98	37.316,37	72.795,65	127.204,35
5,120%	5,870%	3	47.769,00	7.893,03	39.875,97	112.671,62	87.328,38
4,862%	5,612%	4	47.545,36	5.126,18	42.419,19	155.090,81	44.909,19
		5	47.429,50	2.520,30	44.909,19	200.000,00	0,00

### 3. PRESTAMO HIPOTECARIO

Los préstamos hipotecarios son unos tipos de préstamos que tienen como garantía asociada una hipoteca normalmente sobre el bien a financiar mediante el préstamo. Por esta razón lo normal es que las entidades lo ofrezcan a un tipo de interés más bajo. Pero esto no significa que la operación sea menos costosa para el prestatario. Para evaluarlo habrá que conocer los gastos adicionales que conlleva la hipoteca y su levantamiento. Por lo tanto a priori no se puede afirmar que resulte un préstamo más económico para el prestatario.

Para ello podemos utilizar el TAE como instrumento para la toma de decisión a la hora de elegir un préstamo. El TAE aparece en la Circular nº 8/90 de 7 setiembre, sobre Transparencia de las operaciones y protección de la clientela; sin embargo, no es representativo del coste efectivo de un préstamo. Esto se debe a las características comerciales que se implican en este tipo de operaciones como son los gastos suplidos (corretajes, tasaciones, gastos notariales, impuestos, etc.) y que según la normativa anterior no se incluye a efectos del cálculo del TAE, por lo que el coste efectivo resulta superior al TAE.

La circular 13/1993 de 21 de diciembre aporta una nueva redacción a la norma octava, apartado 4, letra a de la circular del 90 y señala textualmente "en el cálculo .... O garantías"

La circular nº 5/1994 de 22 de julio (modifica la anterior) señala “el coste ... efectivo”

En las operaciones en las que el tipo de interés es constante el TAE se puede calcular en el momento en el que se formaliza el contrato y se conoce en el momento inicial. En las operaciones a tipo variable esto no es posible. Por ejemplo, si está referenciado al Euribor, se necesita establecer algún tipo de hipótesis respecto a la evolución del tipo referenciado. En la circular anterior se asume el supuesto de que el tipo de referencia inicial permanece constante durante toda la vida del crédito.

### Caso práctico

*Un particular obtiene un préstamo de 200.000€ que se amortiza en 10 años, mediante pagos constantes con periodicidad semestral. El tipo de interés está referenciado al Euribor con vencimiento a un año. Cada año se toma el tipo de interés referenciado del año anterior más 50 puntos básicos. El tipo de interés aplicable el primer año asciende al 6% nominal anual.*

*El préstamo conlleva unos gastos en concepto de comisión inicial a favor de la entidad del 1%. Gastos a terceros por todos los conceptos de 16.000€. En el momento del contrato el tipo de interés de referencia está situado en el 5,7%. Se quiere averiguar el TAE de la operación.*

Cálculo de la semestralidad

$$200.000 = M_1^{(2)} a_{\overline{20}|0,03} \quad \rightarrow \quad M_1^{(2)} = 13.443,14$$

La deuda pendiente al cabo de 1 año sería

$$D_2^{(2)} = 200.000 (1 + 0,03)^2 - M_1^{(2)} s_{\overline{2}|0,03} = 184.890,42$$

En este momento el tanto semestral es  $0,062/2=0,031$

Semestralidad después de 1 año

$$D_2^{(2)} = M_2^{(2)} a_{\overline{18}|0,031} \rightarrow M_2^{(2)} = 13.557,05$$

Para calcular el TAE planteamos:

$$\begin{aligned} 200.000 - 0,01 * 200.000 &= M_1^{(2)} a_{\overline{2}|TAE_1^{(2)}} + M_2^{(2)} {}_2/a_{\overline{18}|TAE_1^{(2)}} = \\ &= 13.443,14 a_{\overline{2}|TAE_1^{(2)}} + 13.567,05 {}_2/a_{\overline{18}|TAE_1^{(2)}} \end{aligned}$$

De donde  $TAE_1^{(2)} = 0,03188868$

$$TAE_1 = (1 + TAE_1^{(2)})^2 - 1 = (1 + 0,03188868)^2 - 1 = 0,064794$$

Supongamos que al cabo de un año el tipo de referencia se sitúa en el 5,1%. El tipo de interés a considerar en el préstamo para el 2º año sería el 5,1%+0,5%=5,6%. El tipo de interés semestral a tomar es el 5,6%/2=2,8%.

La deuda pendiente al principio del tercer año es:

$$D_4^{(2)} = D_2^{(2)} (1 + 0,031)^2 - M_2^{(2)} s_{\overline{2}|0,031} = M_3^{(2)} a_{\overline{16}|0,028}$$

$$168.996,93 = 184.890,42 (1 + 0,031)^2 - 13.557,05 s_{\overline{2}|0,031} = M_3^{(2)} a_{\overline{16}|0,028}$$

De donde

$$M_3^{(2)} = 13.249,12$$

El cálculo del TAE en estos momentos sería

$$200.000 - 0,01 * 200.000 = M_1^{(2)} a_{\overline{2}|TAE_2^{(2)}} + M_2^{(2)} {}_2/a_{\overline{2}|TAE_2^{(2)}} + M_3^{(2)} {}_4/a_{\overline{16}|TAE_2^{(2)}}$$

$$198.000 = 13.443,14 a_{\overline{2}|TAE_2^{(2)}} + 13.567,05 {}_2/a_{\overline{2}|TAE_2^{(2)}} + 13.249,12 {}_4/a_{\overline{16}|TAE_2^{(2)}}$$

De donde  $TAE_2^{(2)} = 0,030022$

$$TAE_2 = (1 + TAE_2^{(2)})^2 - 1 = (1 + 0,030022)^2 - 1 = 0,060945$$

Nota: En un préstamo hipotecario los gastos relacionados con el levantamiento de la hipoteca solo se conocerán al final de la operación.

Hay que comprobar de los gastos suplidos (registro, tasación, notaría, impuestos, seguros, gestión, etc) cuales entran y cuáles no en el cálculo del TAE.

Enfoque desde el punto de vista del prestatario

La problemática que se plantea a la hora de calcular el coste efectivo de un préstamo desde el punto de vista del prestatario plantea diferentes cuestiones a saber:

### **Complemento práctico**

I) Se va a encontrar con una pluralidad de índices de referencia que se utilizan en la práctica bancaria.

Esto crea una cierta confusión entre los prestatarios a la hora de tomar una decisión sobre la elección de un préstamo hipotecario. Dado que el tipo es variable cada índice de referencia va a tener su propia volatilidad y por lo tanto su propia evolución futura.

La circular nº 5/1994, de 22 de julio, señala una serie de índices de referencia que considera oficiales y que recomienda a las entidades financieras su utilización en el caso de operaciones de préstamos hipotecarios.

Si dos préstamos estuvieran referenciados a un mismo índice con el mismo diferencial este elemento no presentaría problema comparativo alguno, pues su evolución futura sería la misma.

II) La casuística de las diferentes fórmulas de aplicación por tramos del tipo de interés.

La práctica bancaria utiliza fórmulas mixtas para aplicar los tipos de interés. Así es frecuente encontrarnos con un tipo de interés fijo durante un cierto plazo inicial, a partir del cual comienza la aplicación del tipo variable.

Además algunas entidades ofertan un tipo de interés fijo bajo el primer año o el primer semestre para elevarlo en el plazo siguiente y un tipo de interés variable más bien alto a continuación.

Pero hay entidades que aplican un tipo de interés fijo normal desde un principio y luego aplican un diferencial más suave en el tramo variable.

Todo lo anterior justifica la dificultad en la elección de un préstamo por parte del prestatario.

III) Las comisiones de cada entidad no coinciden y a menudo no repercuten en la misma intensidad que el tipo de interés, según sea la entidad con lo cual a simple vista no se pueden comparar los préstamos.

Sucede que a menudo cada entidad pretende hacer atractivo su producto a sus clientes destacando por alguno de sus componentes: el tipo de interés, el diferencial, la forma de pago, las comisiones, etc.

### **Caso práctico**

*Un particular quiere pedir un préstamo de 300.000€ para amortizar en 10 años mediante semestralidades constantes.*

*Tiene 3 opciones para solicitar el préstamo: 3 entidades diferentes que le ofrecen las condiciones que se presentan en el cuadro:*

	<i>Entidad A</i>	<i>Entidad B</i>	<i>Entidad C</i>
<i>Tipo fijo del 1<sup>er</sup> año</i>	<i>3%</i>	<i>5%</i>	<i>6%</i>
<i>Resto años variable</i>	<i>Referencia+100p.b.</i>	<i>Referencia+70p.b.</i>	<i>Referencia+40p.b.</i>
<i>Comisiones iniciales</i>	<i>1%</i>	<i>Sin comisiones</i>	<i>1,5%</i>

*1º) Calcular el TAE y elegir la mejor opción.*

2º) Supongamos que al final de los años 1º, 2º, 3º, 4º, 5º, 6º, 7º, 8º y 9º el índice de referencia es el 4,5%, 4,3%, 4,2%, 4%, 3,8%, 3,8%, 3,6%, 3,5%, 3,2%. Calcular el coste efectivo y elegir la mejor opción.

*Nota: En el cálculo del TAE no se consideran los gastos suplidos que corresponden a gastos a abonar a terceros.*

Como se puede observar a partir de los datos anteriores no es posible decidir por la mejor elección conjunta.

1º) Cálculo del TAE

El tipo de interés o mejor los intereses se incluyen en el cálculo del TAE. A posteriori se incluirían todos los intereses que a partir del primer año se obtienen de aplicar el tipo referencial más el diferencial a la deuda pendiente al principio de cada periodo.

Para el cálculo del TAE para cada préstamo planteamos las siguientes ecuaciones

- Préstamo A

$$300.000 = M_1^{A(2)} a_{\overline{20}|0,015} \rightarrow M_1^{A(2)} = 17.473,72$$

$$D_1^{A(2)} = 300.000(1+0,015)^2 - M_1^{A(2)} S_{\overline{2}|0,015} = 273.857,95$$

$$= M_2^{A(2)} a_{\overline{18}|0,02} \rightarrow M_2^{A(2)} = 18.266,90$$

La ecuación para el cálculo del TAE

$$300.000 - 0,01 * 300.000 = M_1^{A(2)} a_{\overline{2}|TAE^{A(2)}} + M_2^{A(2)} a_{\overline{18}|TAE^{A(2)}}$$

De donde

$$TAE_2^{A(2)} = 0,0200521$$

$$TAE^{(A)} = (1 + TAE^{A(2)})^2 - 1 = 0,0405$$

- Préstamo B

$$300.000 = M_1^{B(2)} a_{\overline{20}|0,025} \rightarrow M_1^{B(2)} = 19.244,14$$

$$D_1^{B(2)} = 300.000(1+0,025)^2 - M_1^{B(2)} S_{\overline{2}|0,025} = 276.218,12$$

$$= M_2^{B(2)} a_{\overline{18}|0,0285} \rightarrow M_2^{B(2)} = 19.829,63$$

$$300.000 = M_1^{B(2)} a_{\overline{2}|TAE^{B(2)}} + M_2^{B(2)} a_{\overline{18}|TAE^{B(2)}}$$

De donde

$$TAE_2^{B(2)} = 0,02779362$$

$$TAE^{(B)} = (1 + TAE^{B(2)})^2 - 1 = 0,0564$$

- Préstamo C

$$300.000 = M_1^{C(2)} a_{\overline{20}|0,03} \rightarrow M_1^{C(2)} = 20.164,71$$

$$D_1^{C(2)} = 300.000(1+0,03)^2 - M_1^{C(2)} S_{\overline{2}|0,03} = 277.335,63$$

$$= M_2^{C(2)} a_{\overline{18}|0,03} \rightarrow M_2^{C(2)} = 20.507,22$$

$$300.000 - 0,015 * 300.000 = M_1^{C(2)} a_{\overline{2}|TAE^{C(2)}} + M_2^{C(2)} a_{\overline{18}|TAE^{C(2)}}$$

De donde

$$TAE_2^{C(2)} = 0,03324042$$

$$TAE^{(C)} = (1 + TAE^{C(2)})^2 - 1 = 0,0676$$

	PRÉSTAMO A	PRÉSTAMO B	PRÉSTAMO C
TAE	4,05%	5,636%	6,759%

$$TAE^A < TAE^B < TAE^C$$

Observando los valores de los TAE anteriores es evidente que el prestatario seleccionaría el préstamo de la entidad A.

## 2º) Cálculo del TAE a posteriori

Se puede comprobar que el cálculo a posteriori no modifica realmente la decisión a tomar. En efecto.

Para el primero y segundo años, el término amortizativo semestral y la deuda pendiente están calculados anteriormente.

- Para el tercer año:

Deuda pendiente al principio del tercer año.

$$D_2^{A(2)} = 273.000(1+0,02)^2 - 18.266,901S_{2|0,02} = 248.022,674€$$

Tanto semestral del periodo

$$i_3^{(2)} = \frac{0,045 + 0,01}{2} = 0,0275$$

Término amortizativo semestral

$$248.022,674 = M_3^{A(2)} a_{16|0,0275} \rightarrow M_3^{A(2)} = 19.369,851€$$

- Para el cuarto año:

Deuda pendiente al principio del cuarto año.

$$D_3^{A(2)} = 248.022,674 (1 + 0,0275)^2 - 19.369,815 S_{\overline{2}|0,0275} = 222.579,115 \text{ €}$$

Tanto semestral del periodo

$$i_4^{(2)} = \frac{0,043 + 0,01}{2} = 0,0265$$

Término amortizativo semestral

$$222.579,115 = M_4^{A(2)} a_{\overline{14}|0,0265} \rightarrow M_4^{A(2)} = 19.237 \text{ €}$$

Análogamente calcularíamos los términos amortizativos semestrales correspondientes a los restantes años.

$$M_5^{A(2)} = 19.179,056 \text{ €}$$

$$M_6^{A(2)} = 19.080,330 \text{ €}$$

$$M_7^{A(2)} = 18.999,061 \text{ €}$$

$$M_8^{A(2)} = 18.999,061 \text{ €}$$

$$M_9^{A(2)} = 18.953,248 \text{ €}$$

$$M_{10}^{A(2)} = 18.939,406 \text{ €}$$

El siguiente cuadro muestra los resultados correspondientes a los términos amortizativos semestrales y las deudas pendientes al principio de cada semestrales teniendo en cuenta los tipos euribor de cada año.

	Prestamo A	Prestamo B	Prestamo C
M1(2)	17473,72	19244,14	20164,71
D1(2)	273857,95	276218,12	277335,63
M2(2)	18266,90	19829,63	20507,22
D2(2)	248022,67	251962,50	253698,44
M3(2)	19369,85	19450,58	19357,51
D3(2)	222579,12	225827,99	227092,67
M4(2)	19237,00	19316,54	19223,47

D4(2)	195548,33	198144,54	198992,75
M5(2)	19179,06	19258,11	19165,07
D5(2)	166992,27	168984,51	169480,75
M6(2)	19080,33	19158,61	19065,68
D6(2)	136808,58	138252,67	138469,13
M7(2)	18999,06	19076,74	18983,95
D7(2)	105000,10	105961,32	105979,34
M8(2)	18999,06	19076,74	18983,95
D8(2)	71646,49	72200,51	72110,65
M9(2)	18953,25	19030,64	18937,97
D9(2)	36637,70	36868,07	36769,22
M10(2)	18939,41	19016,72	18924,09
D10(2)	0,00	0,00	0,00

Si de nuevo con todos estos valores volvemos a calcular el TAE los resultados que se obtienen son:

- Préstamo A

$$300.000 - 0,01 * 300.000 = \sum_{j=\frac{1}{2}; \frac{1}{2}}^{10} M_j^{A(2)} (1 + TAE^A)^{-j}$$

$$TAE_2^{A(2)} = 0,02365$$

$$TAE^{(A)} = (1 + TAE^{A(2)})^2 - 1 = 0,04787665$$

- Préstamo B

$$TAE_2^{B(2)} = 0,02515$$

$$TAE^{(B)} = (1 + TAE^{B(2)})^2 - 1 = 0,05093167$$

- Préstamo C

$$TAE_2^{C(2)} = 0,02747$$

$$TAE^{(C)} = (1 + TAE^{C(2)})^2 - 1 = 0,05569448$$

	PRÉSTAMO A	PRÉSTAMO B	PRÉSTAMO C
TAE	4,79%	5,093%	5,57%

$$TAE^A < TAE^B < TAE^C$$

Por lo tanto de nuevo se decide por el préstamo A.

Por último se puede plantear la ecuación del tanto efectivo teniendo en cuenta los gastos suplidos.

### Complemento práctico

En cuanto al tramo de tipo variable, si bien no es predecible su evolución futura y por lo tanto su impacto en el TAE, sin embargo sí es posible obtener alguna información. Por ejemplo, se pueden obtener datos históricos de la evolución de los 6 índices citados en la circular nº 5/1994.

En cuanto al diferencial dado que en el origen se señala la cuantía que se añade al referencial, si este se incluye desde el mismo momento que se conoce, para el cálculo del TAE, la modificación del índice de referencia tendría el mismo impacto en cada uno de los índices. La diferencia sería consecuencia del diferente valor inicial del tipo y de la magnitud del diferencial pero casi nula por su evolución futura.

Por todo ello el TAE puede ser un buen indicador para tomar una decisión sobre la elección del préstamo.

### **Complemento práctico**

La circular nº 5/1994, de 22 de julio señala que "... si se pactara un tipo de interés fijo para cierto periodo inicial, se tendrá en cuenta en el cálculo, pero únicamente durante dicho periodo inicial". En cuanto al tramo de interés variable no es posible pronosticar su evolución futura.

En la misma circular se indica que "el coste o rendimiento efectivo a reflejar en la documentación contractual se ha de calcular bajo el supuesto teórico de que el tipo de referencia inicial permanece constante durante toda la vida del crédito, en el último conocido en el momento de celebración del contrato".

- b) Las comisiones iniciales han de incluirse en el cálculo del TAE.
- c) Los gastos suplidos no se incorporan en el cálculo del TAE. En cualquier caso hay que asegurarse que ninguno de estos gastos por parte del prestatario no son recibidos por el prestamista. No influyen por lo tanto en el cálculo del TAE pero sí en el cálculo del tanto efectivo prestatario.

### **3.1. Cancelación anticipada de un préstamo hipotecario**

Un prestatario puede decidir una cancelación del préstamo. En este caso tiene que evaluar acertadamente los costes que le ocasiona la cancelación y la contratación de la nueva y comprobar si las nuevas condiciones le compensan del cambio. En estos casos el prestatario aprovecha la ocasión para aumentar la cuantía del préstamo con el objeto de hacer frente también a otras necesidades.

#### **Caso práctico**

*Un particular solicitó hace 5 años un préstamo de 80.000 € para amortizarlo en 10 años a un tanto nominal anual del 6% capitalizable mensualmente.*

*Los gastos iniciales que ocasionó el préstamo fueron:*

- a) *Comisión de apertura 1,2% sobre el nominal: mínimo 800 €*
- b) *Comisión de estudio 0,5% sobre el nominal: mínimo 500 €*

- c) *Gastos de notaría 0,4% sobre el nominal*  
 d) *Gastos de gestoría 0,2% sobre el nominal*  
 e) *Impuesto de Actos Jurídicos Documentados 3,7% sobre el nominal.*  
*Amortización por el sistema francés mediante términos mensuales constantes.*  
*Se quiere averiguar:*  
 1º) *TAE y tantos efectivos de la operación.*  
 2º) *En el momento actual se solicita la cancelación anticipada del préstamo.*  
*En este caso el particular tiene que abonar un 1,5% sobre el capital pendiente. Averiguar en estas condiciones los nuevos valores del TAE y de los tantos efectivos.*

Gastos iniciales que corresponden al préstamo.

Apertura	0,012*80.000	960
Estudio	0,005*80.000	500
Notario	0,004*80.000	320
Gestoría	0,002*80.000	160
Impuestos	0,037*80.000	2.960
	<b>TOTAL</b>	<b>4.900</b>

Para calcular el TAE hay que tener en cuenta las comisiones que recibe el banco los cuales se incluyen para el cálculo del TAE.

$$80.000-(960+500)=78.540$$

Cuantía del término mensual.

$$P = M^{(12)} a_{\overline{120}|0,005} \rightarrow M^{(12)} = \frac{80.000}{a_{\overline{120}|0,005}} = 888,164 \text{ €}$$

siendo

$$i^{(12)} = \frac{j^{(12)}}{12} = \frac{0,06}{12} = 0,005$$

Cálculo del TAE

$$78.540 = M^{(12)} a_{\overline{120}|r^{(12)}} \rightarrow r^{(12)} = 0,0534$$

$$TAE = (1 + r^{(12)})^{12} - 1 = 0,066$$

Tanto efectivo para el particular

$$80.000 - 4.900 = M^{(12)} a_{\overline{120}|i_x^{(12)}} \rightarrow r_x^{(12)} = 0,00618$$

$$i_x = (1 + i_x^{(12)})^{12} - 1 =$$

2º) Tanto efectivo

Deuda pendiente en el momento 5

$$D_5 = M^{(12)} a_{\overline{60}|0,005} = 888,164 a_{\overline{60}|0,005} = 45.940,78$$

Importe de la cancelación

$$80.000 - 4.900 = M^{(12)} a_{\overline{60}|i_x^{(12)}} + 46.629,89(1 + i_x^{(12)})^{-60} \rightarrow i_x^{(12)} = 0,01249$$

$$i_x = (1 + i_x^{(12)})^{12} - 1 = 0,16064$$

### **3.2. Clip hipotecario**

Se trata de una operación financiera vinculada a un préstamo hipotecario. En su origen lo que se pretendía con este producto era dar cobertura a los prestatarios ante una previsible variación al alza en el tipo de interés Euribor.

La amortización del préstamo hipotecario es como en el caso tradicional. Lo que es diferente es el contrato adicional que se incorpora al del préstamo hipotecario. Se trata de un contrato complejo y considerado como derivado. En algunos caso denominado swap.

Sin entrar en la metodología del tratamiento del producto clip hipotecario, pues correspondería a otro tema dentro de los derivados no organizados, sí que vamos a exponer su procedimiento y lo desafortunado de su aplicación. El común de los mortales lo había entendido como un seguro de riesgo, por si acaso los tipos de interés subían desorbitadamente. Por ejemplo, si el tipo Euribor estaba en el 5% se podría establecer en el clip un tope del 6% con lo cual el prestatario pagaría el tipo Euribor que resultase pero luego la entidad financiera le devolvería la diferencia desde el 6% hasta el real, con lo cual, a efectos prácticos al prestatario le resultaba la operación al 6%.

Hasta aquí todo más o menos bien. Pero la realidad era otra cosa muy distinta. En el contrato adicional también aparecía una cláusula conocida como "suelo". Esto es, que si el tipo de interés bajaba de un determinado nivel, el cliente pagaba los intereses al tipo Euribor que resultaba realmente pero tenía que pagar después al banco la diferencia hasta la cláusula suelo. Es decir, si el tipo de la cláusula suelo se estableció al 4% y el tipo de interés Euribor había bajado al 2%, el prestatario pagaba los intereses al 2% pero luego el banco le cobraba la diferencia hasta el citado 4%. Esto que a priori es legal, el común de los mortales no lo conocía, no fue informado, la letra pequeña no la había leído y así sucedieron las cosas.

#### **4. PRESTAMO VIVIENDA**

Se trata de préstamos de características similares a los préstamos personales. Normalmente son de cuantía reducida y van destinados a la reforma de la vivienda.

La metodología para su amortización es la misma que la de los préstamos personales y normalmente se conceden a un tipo de interés fijo, variable o mixto.

##### **Caso práctico**

*Un ex alumno de actuarial desea trasladarse a Madrid por motivos de trabajo y quiere analizar la opción compra o la opción alquiler de un piso.*

###### *a) Compra vivienda*

*Precio compra 350.000€ para un piso de 65m<sup>2</sup>.*

*Impuesto sobre el valor añadido: 7%.*

*Impuesto Actos Jurídicos Documentados: 1%.*

*Existe deducción por compra primera vivienda en el IRPF del 10% con un límite de 10.000€. Valor catastral el 60%.*

*Gastos de formalización de la compra 0,7% precio.*

*Pide un préstamo hipotecario a 20 años por el 100%.*

*Tipo de interés de la operación:  $i=5\%$ .*

*Comisión bancaria por el préstamo 0,25%*

*Impuesto Actos Jurídicos Documentados por tratarse de préstamo hipotecario 0,8%.*

*Gastos tasación, verificación registral, notaría 1,2%.*

###### *b) El alquiler del piso le supondría 20.000€ al año.*

*- Para simplificar consideraremos que se puede deducir el 10% del término con el límite de 10.000€*

*- IBI de la vivienda 0,5%*

*- Mantenimiento vivienda 0,22%*

*Estos dos últimos puntos se espera que crezcan al 2% de inflación anual.*

*Para la actualización utilizamos el tipo de interés de los bonos del Estado a 10 años 4,75%.*

**Transcurridos 15 años el actuario vuelve a Bilbao y en consecuencia vende el piso y cancela el préstamo.**

**El piso se revaloriza un 1,1% anual.**

**Comisión de cancelación anticipada bancaria 0,9%.**

**Los gastos de cancelación le suponen: 0,5% (notario, registro...)**

**Impuesto Actos jurídicos Documentados 1,1%.**

**IRPF por venta: 28%.**

**Gastos iniciales**

- Impuesto sobre el valor añadido

$$IVA=0,07*350.000=24.500 \text{ €}$$

- Impuesto sobre Actos Jurídicos Documentados

$$IAJD=0,01*350.000= 3.500 \text{ €}$$

- Gastos de formalización de la compra

$$GFC=0,007*350.000= 2.450 \text{ €}$$

Coste inicial piso

Precio piso + IVA + IAJD + Gtos de formalización compra

$$350.000+24.500+3.500+2.450 = 380.450 \text{ €}$$

- Ingresos netos obtenidos por el préstamo

• Comisión bancaria

$$C_b = 350.000 * 0,0025 = 875 \text{ €}$$

• Impuesto sobre Actos Jurídicos Documentados

Consideramos como base imponible el importe del préstamo

$$\tau_{IAJD} = 350.000 * 0,008 = 2.800 \text{ €}$$

- Otros gastos

$$G = 350.000 * 0,012 = 4.200 \text{ €}$$

$$\text{Ingresos Netos} = 350.00 - 875 - 2.800 - 4.200 = 342.125 \text{ €}$$

$$\text{Desembolso neto inicial} = 380.450 - 342.125 = 38.325 \text{ €}$$

#### Flujos de capital durante la actividad

- Término del préstamo

$$P = M a_{\overline{20}|0,05} \rightarrow M = \frac{350.000}{12,46221} = 28.084,91 \text{ €}$$

- Deducción del IRPF  $10.000 * 0,10 = 1.000 \text{ €}$

$$\text{Término neto} \quad 28.084,91 - 1.000 = 27.084,91 \text{ €}$$

Valor actualizado de los términos netos.

$$27.084,91 a_{\overline{15}|0,0475} = 285.943,635 \text{ €}$$

Valor actual cuotas IBI

IBI del primer año. Valor catastral por  $\tau$

$$350.000 * 0,6 * 0,005 = 1.050 \text{ €}$$

$$A(1.050; 1,02)_{\overline{15}|0,0475} = 12.563,61 \text{ €}$$

Valor actual mantenimiento de vivienda

$$A(350.000 * 0,0022; 1,02)_{\overline{15}|0,0475} = 9.213,32 \text{ €}$$

Valor actual total

$$285.943,635 + 12.563,61 + 9.213,32 = 307.720,564 \text{ €}$$

Ingresos netos procedentes de la venta del piso

La vivienda se ha revalorizado un 1,1% al año luego el precio de venta asciende a:

$$350.000 * 1,011^{15} = 412.415,88 \text{ €}$$

-Impuesto del IRPF

La base imponible la obtenemos de la diferencia del precio de venta bruto de la vivienda y el bruto de compra.

$$BI = 412.415,88 - 350.000 = 62.415,88 \text{ €}$$

Cuota impositiva

$$62.415,88 * 0,28 = 17.476,45 \text{ €}$$

Ingresos netos venta vivienda

$$412.415,88 - 17.476,45 = 394.939,43 \text{ €}$$

- Gastos finales

Deuda pendiente del préstamo

$$D_{15} = M * a_{\overline{15}|0,05} = 28.084,91 * 4,3294766 = 121.592,96$$

Comisión bancaria por cancelación anticipada del préstamo

$$Com = 0,009 * D_{15} = 1.094,34$$

Impuesto de cancelación de hipoteca

$$IAJD=350.000*0,011=3.850 \text{ €}$$

Gastos de cancelación (registro, notaría, etc.)

$$G_c = 350.000 * 0,005 = 1.750 \text{ €}$$

Desembolso final

$$121.592,96+1.094,34+3.850+1.750=128.287,30 \text{ €}$$

Ingreso neto del piso actualizado

$$394.939,43-128.287,30= 266.652,15 \text{ €}$$

Valor equivalente actualizado

$$266.652,15 (1+0,0475)^{-15} = 132.933,56 \text{ €}$$

Valor actual por todos los conceptos

$$38.325+307.720,66-132.933,56=213.112,01\text{€}$$

Valor actual de los pagos de alquiler creciendo cada año en un 2%

$$A(20.000;1,02)_{15|0,0475} = 20.000 * 11,96534 = 239.306,91 \text{ €}$$

Esto significa que el valor actual de los pagos por alquiler supera a los de la compra y venta del piso.

Nota: Otro procedimiento consistiría en averiguar el coste anualizado equivalente para el primer año, en el caso de la compra y venta del piso y compararlo con el precio de alquiler del primer año.

## 5. SUBROGACION O NOVACION DE UN PRESTAMO

Cuando se habla de subrogación de un préstamo entendemos que la operación se está cambiando de banco. En éste se acordarán nuevas condiciones de amortización del préstamo aunque en general lo que se negocia es un nuevo tipo de interés.

Hay que tener en cuenta que si se cambia de banco hay que firmar una nueva escritura y por consiguiente con nuevos gastos añadidos. A menudo la entidad financiera con el objeto de captar clientes asume estos costes.

Llegado a este punto también hay que tener presente si, en el caso de hipotecas, se trata de un préstamo o crédito hipotecario. Si se trata de un crédito hipotecario, el prestatario no podría acogerse a la ley y en consecuencia, algunas entidades no aceptan un simple cambio de entidad sino que exigen la anulación de la hipoteca anterior y la creación de una nueva hipoteca. Esto como es obvio encarece notablemente la operación.

Es notorio que actualmente con la bajada de los tipos de interés es atractivo para muchos prestatarios acogerse a una subrogación.

También es importante distinguir entre subrogación y novación. En este caso no se necesita cambiar de banco, con lo cual el prestatario se ahorra todos los trámites pertinentes. Simplemente se tiene que negociar las nuevas condiciones con la entidad bancaria que le concedió el préstamo.

### Caso práctico

*Un particular pidió, hace 5 años un préstamo de 100.000 € a un interés del 6% anual capitalizable mensualmente, para ser amortizado en 15 años. En el momento actual otro banco le ofrece subrogarse en el préstamo anterior. La información que se obtiene es que los gastos totales de la subrogación se elevan al 1,25% del saldo de la deuda. El tanto nominal que le ofrece el nuevo banco asciende al 5% anual capitalizable mensualmente. Se quiere averiguar si le interesa la subrogación.*

Término amortizativo en el préstamo inicial.

$$P = M_1^{(12)} a_{\overline{15 \cdot 12}|i^{(12)}} \rightarrow M_1^{(12)} = \frac{100.000}{a_{\overline{180}|0,005}} = 843,86 \text{ €}$$

siendo

$$i^{(12)} = \frac{j^{(12)}}{12} = \frac{0,06}{12} = 0,005$$

La deuda pendiente aceptada en el momento 5 asciende a:

$$D_5(1+g) = M_1^{(12)} a_{\overline{10 \cdot 12}|i^{(12)}} (1+0,0125) = 843,86 a_{\overline{120}|0,005} 1,0125 = 76.959,21 \text{ €}$$

El término del nuevo préstamo resulta:

$$M_2^{(12)} = \frac{76.959,21}{a_{\overline{120}|i^{(12)}}} = \frac{76.959,21}{94,2813502} = 816,27 \text{ €}$$

siendo

$$i^{(12)} = \frac{0,05}{12} = 0,004167$$

como  $M_2^{(12)} < M_1^{(12)}$  le interesa subrogarse.

Finalizado este tema se deben haber adquirido conocimientos suficientes para:

- Tener capacidad de interpretación, planteamiento, desarrollo, y cálculo de las operaciones de préstamo personal.
  
- Tener capacidad de interpretación, planteamiento, desarrollo, y cálculo de las operaciones de préstamo hipotecario, siendo especialmente relevante, en este tipo de operación el análisis del impacto fiscal.
  
- Tener capacidad de interpretación, planteamiento, desarrollo, y cálculo de las operaciones de préstamo vivienda, siendo especialmente relevante, en este caso su vinculación con la cuenta vivienda.
  
- Tener capacidad de análisis y cálculo del tipo de coste efectivo al que resulta cada una de las operaciones de préstamo, señaladas en los apartados anteriores.

## TEMA IV

# OTROS TIPOS DE OPERACIONES BANCARIAS EMPRÉSTITOS-OBLIGACIONES

En este tema se debe aprender, entre otras cosas:

- Qué son las obligaciones convertibles y las canjeables y cómo se opera con ellas.
- Cómo se utilizan las obligaciones bonificadas y cómo resultan.
- Cómo se diseña una emisión de obligaciones indicadas.
- Cómo se diseña una emisión de empréstitos con participación en beneficios.
- En qué consisten las cédulas, bonos y participaciones hipotecarias.
- Qué son las participaciones preferentes.
- Qué son las aportaciones financieras subordinadas.

Para estudiar y desarrollar todos estos puntos se presenta el siguiente temario:

1. Introducción.
2. Obligaciones convertibles y canjeables
3. Obligaciones bonificadas
4. Empréstitos indicados
5. Empréstitos con cláusula de participación en beneficios
6. Cédulas, bonos o participaciones hipotecarias
7. Otros tipos de emisiones
  - 7.1. Participaciones preferentes
  - 7.2. Aportaciones financieras subordinadas

## **1. INTRODUCCION**

En este tema se abordan operaciones relacionadas con bonos y obligaciones con ciertas características comerciales o especiales, como pueden ser: los empréstitos convertibles o canjeables, los empréstitos bonificados, los empréstitos indiciados, con participación en beneficios, etc.

También se abordan otros tipos de productos algo más controvertidos como son: los clips hipotecarios, los preferentes, etc.

Dado que para la toma de una decisión de elección de productos financieros es necesaria la inclusión del impacto fiscal, algunos de los parámetros que determinaremos tendrán la consideración de rendimiento financiero-fiscal.

## **2. OBLIGACIONES CONVERTIBLES Y CANJEABLES**

Las obligaciones o bonos convertibles son títulos que incorporan la opción de conversión en acciones. El tenedor del título tiene la opción de cambiar la obligación por acciones de la propia empresa, pero de una nueva emisión.

Las condiciones las establece el emisor y están estipuladas en las características iniciales de la emisión.

La opción que lleva incorporada este tipo de emisión encarece el título y por lo tanto resulta una rentabilidad menor para el inversor. Esto es debido a que supone una opción para el inversor y por lo tanto puede elegir si le conviene o no.

La conversión implica una ampliación de capital por parte del emisor, con dilución de las reservas menor frente a una ampliación de capital.

Ventajas para el emisor:

- Menos coste financiero, el tipo de interés suele ser menor que el de las ordinarias debido a la opción aparejada.
- Aumento de capital puesto que se transforman en acciones.
- Menos a pagar, precio de conversión superior al de cotización.

Ventajas para el suscriptor:

- Título similar al de renta fija pero con la posibilidad (opción) de pasar a renta variable.
- Menor riesgo puesto que en caso de impagos éstos cobran antes que los accionistas.
- En caso de que la acción tienda a subir, la posibilidad de un mayor beneficio.
- Puede tener más liquidez si la acción cotiza en el mercado secundario.

Los títulos canjeables son similares a los convertibles pero en este caso se canjean los títulos por acciones ya existentes en cartera. Por esta razón en este caso no se realiza ampliación de capital por parte del emisor.

### **Caso práctico**

*Una empresa eléctrica de ámbito local, cuyas acciones cotizan en bolsa, emite un empréstito de las siguientes características:*

- a) Número de títulos emitidos:  $N=8.000$*
- b) Nominal de cada título:  $C=100$  euros*
- c) Duración de la operación:  $n=5$  años*
- d) Cupón anual pospagable:  $C_i=5,5$  euros*
- e) Términos amortizativos comerciales constantes*
- f) Los gastos de gestión sobre las cantidades totales a administrar ascienden a:  $g=0,6\%$ .*

*Del folleto explicativo de la emisión se anotan otras características a tener en cuenta como son:*

- g) La emisión se realiza con prima de emisión del 2% del nominal.*
- h) Los gastos iniciales, en su conjunto, ascienden al 0,5% del capital emitido a cargo del emisor.*

*Así mismo, en el folleto explicativo se indica que los títulos serán convertibles en la proporción de 3 a 1 (tres acciones de la empresa por cada título). También se indica que en el momento de la conversión los títulos se valorarán por el nominal mientras que las acciones se valorarán por el precio medio de los dos*

*últimos meses, pero con una coetilla que establece una rebaja adicional del 10% en su precio.*

*Teniendo en cuenta que la conversión puede llevarse a cabo al final del primer o segundo año de la vida del empréstito, se pide averiguar:*

- 1º) Tanto efectivo que pueden obtener los obligacionistas sin tener en cuenta la opción de convertibilidad.*
- 2º) Tanto efectivo o coste de la operación para el emisor.*
- 3º) Averiguar el valor mínimo a contemplar para un título convertible dentro de 4 años, si el tipo de interés del mercado para el tipo de emisiones simples (no convertibles), en este momento, es del 5,85%,*
- 4º) Para qué precio de las acciones interesa la conversión. Dígase en este caso, el beneficio por acción si el precio de una de éstas fuera de 34,65 euros.*

1º) Tanto efectivo para los obligacionistas

Estructura del término amortizativo.

$$M = (N_t^{(c)} Ci + N_t C)(1 + g)$$

Normalizando

$$\frac{M}{1 + g} = N_t^{(c)} Ci + N_t C$$

se convierte en

$$M' = N_t^{(c)} Ci + N_t C$$

Equivalencia financiera en el origen

$$NC = M' a_{\overline{n}|i} = \frac{M}{1 + g} a_{\overline{n}|i}$$

despejando

$$M = NC(1 + g) a_{\overline{n}|i}^{-1} = 8.000 * 100(1 + 0,006) a_{\overline{5}|0,055}^{-1} = 188.465,2$$

El término que reciben los obligacionista

$$M^0 = \frac{M}{1+g} = \frac{188.465,2}{1+0,006} = 187.341,15$$

El tanto efectivo se obtiene de:

$$NE = M^0 a_{\overline{n}|i_0}$$

Siendo  $E=100(1-0,02)=98$  €

$$8.000 * 98 = 784.000 = 187.341,15 a_{\overline{5}|i_0}$$

de donde

$$a_{\overline{n}|i_0} = 4,184878778$$

por iteración se obtiene:

$$i_0=0,06240158 \rightarrow 6,24\%$$

Rendimiento que obtiene el obligacionista.

2º) Tanto efectivo para el emisor

Se obtiene a partir de la siguiente ecuación.

$$NE - G_{i,e} = M^e a_{\overline{n}|i_e}$$

$$8.000 * 100 * 0,98 - 8.000 * 100 * 0,005 = 188.465,2 a_{\overline{5}|i_e}$$

de donde

$$a_{\overline{5}|i_e} = 4,138695$$

por iteración se obtiene:

$$i_e=0,066519$$

3º) Valor mínimo para un título que se amortizará dentro de 4 años.

El valor mínimo que se consideraría para un título que se amortizara dentro de 4 años, es el que resulta de valorar dicho título al tipo de interés del mercado vigente en esos momentos. Luego, en estas condiciones, el valor de un título viene dado por:

$$P(i_1) = C i a_{\overline{4}|i_1} + C(1+i_1)^{-4}$$

8

$$= 5,5 a_{\overline{4}|0,0585} + 100(1+0,0585)^{-4} = 98,78$$

4º) Precio de las acciones para que interese su conversión. Beneficio si fuese 34,65 €.

Como la conversión es de tres a uno, quiere decir que nos dan tres acciones de la empresa por cada título. Como el nominal de un título es de 100 euros, significa que interesa la conversión siempre y cuando el precio de la acción sea superior a:

$$\frac{100}{3} = 33,333...euros$$

No obstante, en el folleto se indica que se aplicará, en caso de conversión una rebaja del 10%, en el precio de la acción, con lo cual, sería interesante la conversión siempre y cuando el precio de la acción sea superior a:

$$P_{min} (1+0,10) = \frac{100}{3}$$

luego

$$P_{min} = \frac{100}{3 * 1,1} = 30,3030...$$

<sup>8</sup> Obsérvese que se calcula el valor en el momento cero y no en el momento 4 que sería:

$$v_4(i_1) = \frac{v_4(i_1)}{N_5}$$

Como se puede observar, si el precio de la acción fuera de 29,5 euros no interesaría la conversión.

Para calcular el beneficio por acción, si el precio de cada una de ellas fuera 34,65, teniendo en cuenta la rebaja del 10%, el precio a pagar por una acción se queda en:

$$34,65 \cdot 0,9 = 31,185 \text{ euros}$$

es decir, se produce una rebaja de

$$34,65 - 31,185 = 3,465 \text{ euros}$$

que sí interesa la conversión pues si se vendiera la acción después de la conversión se obtendría un beneficio por acción de

$$34,65 - 33,3 = 1,35 \text{ euros} \quad (9)$$

### **Caso práctico**

*Una empresa emite títulos canjeables por acciones el 20 de mayo de X0, cuyas características más representativas son:*

- a) Nominal de cada título : 10.000 €*
- b) Cupón anual pospagable : 600 €*
- c) Amortización de una sola vez al tercer año*

*La empresa establece que el primer canje se puede realizar al cabo de un año con un 5% de descuento. Del mismo modo, el segundo canje se puede realizar en el segundo año con un 2% de descuento.*

*A efectos de canje, para los títulos se tomará su valor de cotización después de la entrega del cupón. A efectos del canje de las acciones, se tomará el valor medio de sus cotizaciones a lo largo de los 2 últimos meses.*

---

<sup>9</sup> Suponiendo que los precios se mantengan y que la venta no afecte al precio de la acción. (efecto dilución).

*Un inversor adquiere 150 títulos en el momento inicial, sabiendo que el valor medio de las acciones en bolsa es de 12,20 € y 13,50 € respectivamente. Además se sabe que el tipo de interés de mercado para los bonos es el 5,5% y 5,25% respectivamente. Se quiere averiguar la rentabilidad que obtiene un inversor según acuda al canje de las acciones:*

*1º) En la primera opción.*

*2º) En la segunda opción.*

*3º) Se tiene conocimiento que en el momento del primer canje, el inversor tuvo oportunidad de vender los títulos en el mercado secundario a una cotización del 107%. Averiguar si le hubiese resultado mejor que el canje.*

El inversor paga en el momento de la compra:

$$150 \cdot 10.000 = 1.500.000 \text{ €}$$

El valor de un título en el primer canje, recordando que están pendientes dos periodos y que el tanto de valoración es el 5,5%, nos viene dado por la siguiente expresión:

$$v_1 = Ci a_{\overline{2}|r_1} + C(1+r_1)^{-2} = 600 a_{\overline{2}|0,055} + 10.000(1+0,055)^{-2} = 10.092,3$$

Teniendo en cuenta que el valor de la acción es de 12,20, al aplicarle el descuento resulta

$$12,20 \cdot (1-0,05) = 11,59$$

El número de acciones que podemos obtener en el primer canje es:

$$\frac{150 \cdot 10.092,3}{11,59} = 130.616$$

y queda un resto de:  $150 \cdot 10.092,3 - 11,59 \cdot 130.616 = 7,96 \text{ €}$

La rentabilidad obtenida, viene dada por:

$$1.500.000 = 150 \cdot 600(1+r_2)^{-1} + \frac{1.220 \cdot 1.306 + 7,96}{(1+r_2)} \Rightarrow r_2 = 12,23\%$$

2º) Rentabilidad del inversor si se produce el canje en la segunda opción.

Si se realiza en el segundo canje, quedaría pendiente un periodo y el tanto de valoración sería el 5,25%, luego el valor del título resulta:

$$v_2 = (10.000 + 600)(1 + 0,0525)^{-1} = 10.071,26 \text{ €}$$

El valor de las acciones, en este caso es de 13,50 €, pero al aplicarle el descuento su valor será:  $13,50 \cdot (1 - 0,02) = 13,23 \text{ €}$ . De este modo, el número de acciones que se pueden adquirir asciende a:

$$\frac{150 \cdot 10.071,26}{13,23} = 114.187$$

Y tendría que aportar  $13,23 \cdot 114.187 - 150 \cdot 10.071,26 = 5,01 \text{ €}$

En este caso, la rentabilidad que se obtiene es de:

$$1.500.000 = 150 \cdot 600 a_{\overline{2}|r} + \frac{114.187 \cdot 13,50 - 5,01}{(1+r)^2} \Rightarrow r = 7,335$$

3º) Vender o canjear en la primera opción?

Se trata de comparar la rentabilidad que se obtendría en el momento del primer canje (ya calculada) con la que se obtendría con la venta

$$1.500.000 = 150 \cdot 600(1+r)^{-1} + 150 \cdot 10.000 \cdot 1,07(1+r)^{-1} \Rightarrow r = 0,13$$

En este caso le hubiera resultado mejor vender los títulos.

### 3. OBLIGACIONES BONIFICADAS

Una sociedad emisora, normalmente una constructora, tiene la posibilidad de acogerse a este tipo de emisiones que presentan alguna ventaja fiscal frente a otras emisiones de empresas privadas.

#### Complemento práctico

Audasa<sup>10</sup> lanzó una emisión de bonos a 10 años al 6% de interés nominal el 27/05/2011 de 500€ con las siguientes ventajas fiscales: retención del 1,2% y una deducción del 24% en el IRPF.<sup>11</sup>

Ahora bien, hay que tener en cuenta que aunque la rentabilidad es atractiva, se trató de una emisión de liquidez baja, de plazo bastante elevado y además hay que tener en cuenta que no dispone de “rating”. Esta emisión se realiza con el objeto de cubrir la amortización de otra emisión realizada en 2001 y cuyo vencimiento es ahora.

Según folleto explicativo de las obligaciones, la rentabilidad financiero-fiscal de la emisión fue del 7,68%.

Pero ¿cuál es el beneficio que experimenta el inversor en cuanto a la reducción de impuestos? Si se compara el 24% de privilegio fiscal y el 19% en concepto de tributación de rentas, la reducción de impuestos sería del 5%. ¿Según esta interpretación la rentabilidad financiero-fiscal sería 6,23%?

En cuanto al riesgo. Si hubiere que analizar el riesgo inversor además de analizar a Audasa habría que analizar ENA (empresa también dedicada a la gestión de infraestructuras) pues controla el 100% de Audasa y además se presenta como garante solidario de la emisión.

Riesgos posibles:

---

<sup>10</sup> Autopistas del Atlántico, filial de Itínere.

<sup>11</sup> Se acoge a la ley de 10 de mayo de 1972 sobre construcción, conservación y explotación de autopistas en régimen de concesión, que establece un régimen fiscal preferente para todas las compañías del sector.

Riesgo de impago. Este riesgo existe sobre todo si la empresa entra en pérdidas.

Riesgo de mercado. Estas obligaciones se negocian en el mercado AIAF de renta fija privada. Los expertos opinan que la liquidez será muy baja.

Riesgo de crédito. Hay que tener en cuenta que ni las obligaciones, ni Audasa ni ENA tienen asignadas calificaciones crediticias.

### **Caso práctico**

*Un particular dispone de 7.441 € para invertir. Solicita nuestro consejo a la hora de elegir una inversión a 10 años, ante un cupón acumulado (cupón cero) o una obligación bonificada.*

*a) Características del cupón acumulado.*

*- Valor nominal:  $N=1.000€$*

*- Se adquiere al precio del mercado, al descuento, al tipo de interés anual del 3%.*

*- Se tributa como rendimiento implícito. Para simplificar consideremos que la liquidación coincide con la declaración del IRPF. Tipo marginal 28%.*

*b) Características de la obligación bonificada.*

*- Valor nominal:  $N=1.000€$*

*- Cupón semestral del 3% nominal anual.*

*- El cupón está sujeto a retención del 28% con una bonificación del 30%.*

*Se trata de elegir la mejor inversión.*

Para llevar a cabo la decisión utilizaremos el tanto efectivo de rendimiento.

I) Análisis del cupón acumulado

- Valor de adquisición del cupón acumulado

$$\text{Precio} = 1.000(1 + 0,03)^{-10} = 744,09€$$

- El número de títulos a adquirir es:

$$\frac{7.441}{744,09} = 10 \text{ títulos}$$

- El montante al cabo de los 10 años

$$7.441(1 + 0,03)^{10} = 10.000\text{€}$$

- Rendimiento bruto al cabo de los tres años.

$$10.000 - 7.441 = 2.559\text{€}$$

- Importe del impuesto

$$2.559 * 0,28 = 716,24\text{€}$$

- Rendimiento neto en términos absolutos

$$2.559 - 716,24 = 1.842,76\text{€}$$

O bien el montante neto

$$10.000 - 716,24 = 9.283,76\text{€}$$

- El tanto de rendimiento neto (o financiero-fiscal) en términos relativos se obtiene de la siguiente ecuación

$$7.441(1 + r_s)^{10} = 9.283,76$$

$$r_s = \left( \frac{9.283,76}{7.441} \right)^{\frac{1}{10}} - 1 = 0,02237 \Rightarrow 2,237\%$$

## II) Análisis de la obligación bonificada

En este caso

Abona cupones semestrales de cuantía

$$1.000 * 0,015 = 15€$$

Al cabo del año recibe bruto:  $15 * 2 = 30€$

y neto:

$$30 (1 - 0,28 * 0,7) = 24,12 €$$

Luego el tanto de rendimiento neto anual resulta

$$\frac{24,12}{1.000} = 0,02412 \Rightarrow 2,412\%$$

Por lo tanto, resulta más rentable la obligación bonificada.

#### **4. EMPRESTITOS INDICIADOS**

Se trata de empréstitos en los que se persigue que el inversor no vea mermadas el valor de los flujos de capitales a recibir a cambio de la inversión realizada en obligaciones privadas.

Los índices de referencia pueden ser: IPC, índices de bolsa, tipos de interés, etc.

##### **Caso práctico**

*Una empresa emite un empréstito de las siguientes características:*

- a) Número de títulos:  $N=10.000$*
- b) Nominal de cada título:  $C=1.000 €$*
- c) Número de periodos:  $n=5$*
- d) Cupón anual pospagable:  $C_i=40 €$*
- e) Términos amortizativos constantes*

*Con el objeto de mantener el poder adquisitivo de los cupones para los obligacionistas, la emisión se realiza estableciendo una indicación, de los intereses, a los tantos de inflación.*

*La inflación correspondiente a los 5 periodos de la operación fueron los siguientes:*

$$f_1=2,6\%, f_2=2,8\%, f_3=2,5\%, f_4=3,2\%, f_5=3\%$$

*Se quiere averiguar:*

- 1º) La cuantía de los términos amortizativos indicados y su descomposición en intereses y amortización.*
- 2º) Rentabilidad media anual de la operación.*

1º) Cuantía de los términos amortizativos.

Seguindo el método ordinario se obtiene el siguiente cuadro de amortización del empréstito.

t	M <sub>t</sub>	I <sub>t</sub>	A <sub>t</sub>	D <sub>t</sub>
0	-	-	-	10.000.000
1	2.246.000	400.000	1.846.000	8.154.000
2	2.246.160	326.160	1.920.000	6.234.000
3	2.246.360	249.360	1.997.000	4.237.000
4	2.246.480	169.480	2.077.000	2.160.000
5	2.246.400	86.400	2.160.000	0

Obtenido a partir del plan de reembolso del número de títulos.

$$N_1 = N \mathbf{s}_{n|i}^{-1} = 1.846,27$$

$$N_2 = 1.920,12 \quad N_3 = 1.996,93 \quad N_4 = 2.076,8 \quad N_5 = 2.159,88$$

Siendo los valores prácticos:

$$N_1 = 1.846 \quad N_2 = 1.920 \quad N_3 = 1.997 \quad N_4 = 2.077 \quad N_5 = 2.160$$

Puesto que los cupones están indicados a la inflación de cada año, los intereses que abona el emisor ascienden a:

$$I_1^f = I_1(1 + f_1) = 400.000(1 + 0,026) = 410.400$$

$$I_2^f = I_2(1 + f_1)(1 + f_2) = 326.160(1 + 0,026)(1 + 0,028) = 344.010,08$$

$$I_3^f = I_3(1 + f_1)(1 + f_2)(1 + f_3) = 249.360(1 + 0,026)(1 + 0,028)(1 + 0,025) = 269.582,15$$

$$I_4^f = I_4(1 + f_1)(1 + f_2)(1 + f_3)(1 + f_4) = \\ = 169.480(1 + 0,026)(1 + 0,028)(1 + 0,025)(1 + 0,032) = 189.087,36$$

$$I_5^f = I_5(1 + f_1)(1 + f_2)(1 + f_3)(1 + f_4)(1 + f_5) = \\ = 86.400(1 + 0,026)(1 + 0,028)(1 + 0,025)(1 + 0,032)(1 + 0,03) = 99.287,6$$

Con estos nuevos datos se construye un nuevo cuadro que es el siguiente:

t	$I_t^f$	$A_t$	$M_t^f$
0	-	-	-
1	410.400,00	1.846.000,00	2.256.400,00
2	344.010,08	1.920.000,00	2.264.010,08
3	269.582,15	1.997.000,00	2.266.582,15
4	189.087,36	2.077.000,00	2.266.087,36
5	99.287,60	2.160.000,00	2.259.287,60

2º) Para calcular la rentabilidad media anual planteamos la siguiente ecuación:

$$NC = \sum_{j=1}^5 M_j * (1 + r)^{-j} \rightarrow r = 4,26\%$$

## **5. EMPRESTITOS CON CLAUSULA DE PARTICIPACION EN BENEFICIOS**

### **5.1. Consideraciones generales**

Se trata de una modalidad en la que proporciona a los obligacionistas el atractivo de poder tomar parte en los beneficios futuros de la empresa. Es evidente que juega una baza importante el conocimiento previo que se tenga de la empresa así como de las expectativas futuras que se tengan de los resultados futuros que pudiera obtener la misma.

En esta modalidad de empréstito el obligacionista recibe el cupón y el reembolso del título a su vencimiento, al igual que en los empréstitos convencionales, pero además tienen la posibilidad de participar en los beneficios que pudiera obtener la empresa.

No se trata, en realidad, de una fórmula nueva puesto que las compañías aseguradoras utilizan este criterio cuando ofrecen a sus clientes productos en los que se incorpora una cláusula de participación en los beneficios de la compañía.

En la práctica, magnitudes tales como el tipo de interés, la evolución salarial, la rentabilidad, el IPC marcan la pauta de la salud de una economía nacional. Esta última magnitud se toma habitualmente de referencia para el mantenimiento del poder adquisitivo. La participación de las obligaciones en los beneficios de una empresa se determinan habitualmente en función del beneficio neto, aunque también existen otras fórmulas, las cuales presentan fluctuaciones, casi siempre, del mismo sentido a las variaciones en el Índice de Precios al Consumo.

Las condiciones de la participación en beneficios se establece en las condiciones iniciales del contrato. En dichas condiciones se especifica, no sólo la fórmula de cálculo sino también el momento en el que se comienza a percibir los beneficios. Normalmente será desde el comienzo de la operación, esto es, desde el primer año, pero teóricamente es posible establecerlo también después de un periodo de carencia.

## 5.2. Preparación de algunas fórmulas de participación

Consideraremos, en lo que sigue, que el emisor ofrece una participación en tanto por ciento o en tanto por uno, de los beneficios netos de la empresa en un determinado ejercicio económico, el cual lo referenciamos a un periodo anual. Esta participación lo indicaremos por  $k$  cuando es constante, esto es, el mismo todos los años, con independencia del nivel de beneficios obtenido, o por  $k_t$  cuando es variable y en este caso dependiente del año de negocio.

Indicando por  $B_t$  el beneficio neto obtenido por el emisor resulta que el beneficio que se le imputa a los obligacionistas ascendería a:

$$B'_t = K \cdot B_t$$

Esta es la cuantía que habría que repartir entre los obligacionistas. Ahora bien, puesto que lo que subyace en este modelo es la idea de asignar a cada obligacionista una cuantía que haga que la emisión le resulte atractiva y logrando a su vez que la rentabilidad, para cada uno de ellos, sea bastante similar hay que pensar en una fórmula que asigne una cuantía de los beneficios anuales lo más nivelado posible. Salvo, claro está, que la diferencia sea debida a la variación de resultados del emisor, en cuyo ámbito no participamos aunque teóricamente podríamos introducir algún tipo de restricción para equilibrar de alguna manera los resultados de cada ejercicio.

En consecuencia, puesto que lo que se pretende es que una parte de los beneficios del emisor se asigne a un empréstito, que los mismos sean repartidos entre los títulos que permanecen en circulación al principio de un cierto periodo  $t$  y que este reparto sea lo más nivelado posible hay que pensar en un factor de reparto anual de dichos beneficios.

En un empréstito de reembolso por sorteo de los títulos el criterio más natural es el que depende directamente del número de títulos en circulación. O lo que es lo mismo, del plan de reembolso de dicho empréstito. De esta forma el factor  $f_t$  a considerar se obtiene mediante la relación:

$$f_t = \frac{N_t^{(c)}}{N}$$

y por consiguiente, la parte de los beneficios netos del emisor atribuible al empréstito globalmente, al principio del año t-ésimo resulta:

$$B_t'' = f_t * B_t' \quad t=1,2,\dots,n$$

De esta cuantía, corresponde a cada título:

$$b_t'' = \frac{B_t''}{N_t^{(c)}} = \frac{f_t * k * B_t'}{N_t^{(c)}} = \frac{k * B_t'}{N}$$

Fórmula de cálculo muy simple de asignación de la cuantía correspondiente a un título en circulación al principio de un periodo t cualquiera en función de los resultados del ejercicio del emisor.

#### **Casos particulares.**

Como se señaló anteriormente es posible restringir teóricamente el reparto de los beneficios. Planteamos a continuación algunos criterios que se podrían utilizar.

##### **a) Reparto de una cuantía uniforme de los beneficios.**

En este caso se trata de establecer la siguiente condición:

$$B_1 = B_2 = \dots = B_n = B$$

Por ejemplo, calculando la cuantía resultante para el primer año y manteniendo a continuación la cuantía para los restantes periodos.

En estas condiciones la cuantía atribuible, a cada título en los sucesivos periodos resulta:

$$b_1 = b_2 = \dots = b = \frac{k * B}{N}$$

**b) Reparto de una cuantía creciente de los beneficios.**

Un criterio frecuente de incremento progresivo en el reparto de los beneficios, siguiendo además las pautas del IPC es el que crece siguiendo un "ritmo" en progresión geométrica. Esta ley se caracteriza por el cumplimiento de la siguiente fórmula:

$$B_{t+} = B_t (1 + q)$$

en donde por  $q$  queremos indicar la razón de crecimiento anual de los beneficios a repartir.

La cuantía que resulta para cada título, según el momento de reembolso se obtiene al operar en la siguiente fórmula:

$$b_t = \frac{k * B_{t-1}(1+q)}{N} = b_{t-1}(1+q)$$

y puesto que se comprueba que se mantiene la ley entre los beneficios imputables a cada título, es fácil averiguar la cuantía futura imputable a cada título.

$$b_t = b_1(1+q)^{t-1}$$

**Caso práctico**

*Una empresa tiene previsto emitir un empréstito comercial de las siguientes características:*

- a) Número de títulos:  $N=12.000$*
  - b) Nominal de cada título:  $C=1.000 \text{ €}$*
  - c) Cupón anual periódico pospagable:  $Ci=50 \text{ €}$*
  - d) Duración de la operación:  $n=5$*
  - e) Amortización de los títulos siguiendo la siguiente ley:  $N_t = N_{t-1} + 0,1 * N_1$*
  - f) Se espera que los beneficios de la empresa asciendan a: 8.000.000; 8.500.000 ; 9.000.000; 9.500.000 y 10.000.000 respectivamente.*
- Se quiere averiguar:*

- 1º) *El importe de los términos amortizativos que tendría que abonar el emisor teniendo en cuenta que el 5% de sus beneficios anuales se destina a los obligacionistas.*
- 2º) *El tanto de rendimiento medio al que le resulta la emisión para el conjunto de los obligacionistas.*

1º) Términos amortizativos que abona el emisor.

De los beneficios de la empresa, las cuantías que se atribuyen al empréstito son:

$$0,05 * 8.000.000 = 400.000$$

$$0,05 * 8.500.000 = 425.000$$

$$0,05 * 9.000.000 = 450.000$$

$$0,05 * 9.500.000 = 475.000$$

$$0,05 * 10.000.000 = 500.000$$

Para calcular lo que de estas cuantías corresponden a los títulos en circulación hay que calcular los títulos que se amortizan en cada sorteo.

Teniendo en cuenta que los títulos que se amortizan cada año cumplen la siguiente ley:

$$N_t = N_{t-1} + 0,1 * N_1$$

Se puede escribir

$$N = \sum_{j=1}^n N_j = \frac{N_1 + N_5}{2} * 5 = \frac{N_1 + N_1 + 4 * 0,1 * N_1}{2} * 5 = 6N_1$$

y por lo tanto

$$N_1 = \frac{N}{6} = \frac{12.000}{6} = 2.000$$

$$N_2 = 2.200, N_3 = 2.400, N_4 = 2.600, N_5 = 2.800$$

Luego el beneficio imputable al empréstito cada año asciende a:

$$B_1 = \frac{12.000}{12.000} 400.000 = 400.000$$

$$B_2 = \frac{12.000 - 2.000}{12.000} 425.000 = 354.166,67$$

$$B_3 = \frac{12.000 - 2.000 - 2.200}{12.000} 450.000 = 292.500$$

$$B_4 = \frac{5.400}{12.000} 475.000 = 213.750$$

$$B_5 = \frac{2.800}{12.000} 500.000 = 116.666,67$$

A cada título le corresponde:

$$b_1 = \frac{B_1}{12.000} = \frac{400.000}{12.000} = 33,33$$

$$b_2 = \frac{B_2}{10.000} = \frac{354.166,67}{10.000} = 35,42$$

$$b_3 = \frac{B_3}{7.800} = \frac{292.500}{7.800} = 37,5$$

$$b_4 = \frac{B_4}{5.400} = \frac{213.750}{5.400} = 39,58$$

$$b_5 = \frac{B_5}{2.800} = \frac{116.666,67}{2.800} = 41,67$$

Para averiguar la cuantía de los términos amortizativos hay que sumar todas las cantidades que abona el emisor. Estos son: Intereses + amortización + participación en beneficios.

$$M_1 = NCi + N_1C + B_1 = 12.000 * 50 + 2.000 * 1.000 + 400.000 = 3.000.000$$

$$M_2 = N_2^{(c)}Ci + N_2C + B_2 = 10.000 * 50 + 2.200 * 1.000 + 354.166,67 = 3.054.166,67$$

$$M_3 = N_3^{(c)}Ci + N_3C + B_3 = 7.800 * 50 + 2.400 * 1.000 + 292.500 = 3.082.500$$

$$M_4 = N_4^{(c)}Ci + N_4C + B_4 = 5.400 * 50 + 2.600 * 1.000 + 213.750 = 3.083.750$$

$$M_5 = N_5^{(c)}Ci + N_5C + B_5 = 2.800 * 50 + 2.800 * 1.000 + 116.666,67 = 3.056.666,67$$

2º) Tanto de rendimiento medio para el conjunto de los obligacionistas.

Para calcular el tanto de rendimiento medio para los obligacionistas, comparamos lo realmente invertido por ellos y los términos amortizativos que previsiblemente van a recibir:

$$NC = \sum_{j=1}^n M_j (1+i_m)^{-j}$$

$$12.000 * 1.000 = 3.000.000 (1+i_m)^{-1} + 3.054.166,67 (1+i_m)^{-2} + \dots + 3.056.666,67 (1+i_m)^{-5}$$

de donde,

$$i_m = 0,08597 \rightarrow 8,6\%$$

## 6. CEDULAS, BONOS Y PARTICIPACIONES HIPOTECARIAS

En general son títulos que dan derecho a recibir intereses y a la devolución del principal ligados a un conjunto de préstamos hipotecarios. Forman parte de una gran familia de títulos hipotecarios que según la garantía que lleven asociado se pueden clasificar en cédulas, bonos, participaciones, etc.

Las **cédulas hipotecarias** implican a la totalidad de la cartera de préstamos hipotecarios constituidos por el emisor. Existen algunas limitaciones a su emisión. Por ejemplo, que el volumen máximo de cédulas que se pueden emitir no puede superar el 90% del valor que representa el total no amortizado de los préstamos que permanecen en cartera y que se consideran aptos para la cobertura. No suelen ser emisiones a muy largo plazo, como máximo 5 años. Se trata de productos, en general, muy líquidos.

Los **bonos hipotecarios** son similares a los anteriores pero afectan solamente a ciertos préstamos hipotecarios. Existe una diferencia importante con las cédulas y es que en caso de impago los bonos tienen prelación frente a las cédulas. Hay que tener en cuenta también que el tipo de interés que se ofrece en estos bonos y el plazo al que se emiten no pueden superar el tiempo de vencimiento de los préstamos que les sirven de garantía. La duración de las emisiones suelen ser similares a los de las cédulas.

En cuanto a las **participaciones hipotecarias**, en principio, para emitir este tipo de participaciones, el producto requiere del correspondiente rating. Lo cual es obligatorio. Esta emisión representa una cesión de todo o parte de la cartera de préstamos hipotecarios que le sirve de garantía. Estos títulos son nominativos. El tipo de interés y el plazo al vencimiento deben ser inferiores al del crédito participativo que le sirve de garantía.

### Caso práctico

*Una entidad financiera emite cédulas hipotecarias de las siguientes características:*

- a) Nominal de cada título:  $C=1.000€$*
- b) Número de títulos:  $N=10.000$*

c) *Emisión a la par libre de gastos para el inversor.*

d) *Cupón semestral:  $Ci^{(2)}=25\text{€}$*

e) *Vencimiento a los 5 años.*

*La entidad se reserva el derecho del reembolso anticipado de los títulos.*

*Un empresario adquiere, en el momento inicial 1.500 títulos, por su valor nominal, pagando una comisión del 0,5% sobre el nominal.*

*Al cabo de un año y 3 meses vende el 20% de los títulos, en un momento en el que la cotización ex-cupón era del 101,5%.*

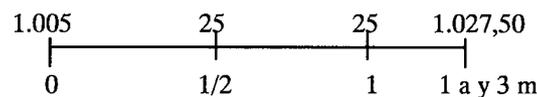
1º) *Se quiere averiguar la rentabilidad, que obtuvo el empresario, de la venta de estos títulos.*

2º) *Un año y 4 meses más tarde vende otro 20 % cuando el tipo de interés del mercado estaba situado en el 4% nominal anual. Averiguar el precio de venta y la rentabilidad que obtiene a estos títulos.*

3º) *A los 3 años de la emisión, cuando el tipo de interés del mercado está situado en el 3,5% para este tipo de productos, la entidad decide amortizar los títulos anticipadamente por su nominal. Cómo afecta esta decisión al empresario?*

1º) Rentabilidad del empresario.

Si al cabo de un año y tres meses vende el 20% de los títulos, la operación gráficamente resulta:



Como se conoce el precio ex-cupón calculamos el cupón corrido.

$$Cc = 25 * \frac{90}{180} = 12,5$$

Luego el precio total es:

$$P = 1015 + 12,5 = 1027,5$$

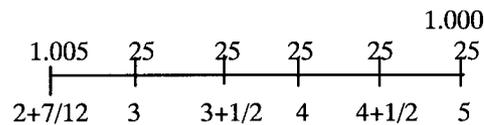
La rentabilidad obtenida fue de:

$$1.005 = 25 a_{\overline{2} | r_1^{(2)}} + \frac{1.027,5}{(1+r_1^{(2)})^{2,5}} \rightarrow r_1^{(2)} = 0,0288$$

Luego el tanto anual resulta:  $r_1 = (1+r_1^{(2)})^2 - 1 = 0,0584 \rightarrow 5,84\%$

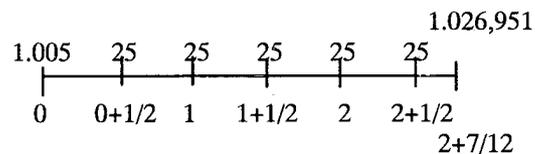
2º) Precio de venta de los títulos a los dos años y 7 meses.

El precio de venta del 20% de los títulos un año y cuatro meses más tarde, esto es, a los dos años y 7 meses es:



$$P = \left[ 25 a_{\overline{5} | 0,02} + \frac{1.000}{(1+0,02)^5} \right] (1+0,02)^{1/6} = 1.026,951$$

La rentabilidad que proporciona este resultado es:



$$1.005 = 25 a_{\overline{5} | r_2^{(2)}} + \frac{1.026,951}{(1+r_2^{(2)})^{5+1/6}} \rightarrow r_2^{(2)} = 0,0281$$

Luego el tanto anual resulta:  $r_2 = (1+r_2^{(2)})^2 - 1 = 0,057 \rightarrow 5,7\%$

3º) A los 3 años de la emisión se amortiza anticipadamente.

Nota: Al ser el tipo de interés del mercado menor que el tipo de interés del cupón, saldrá un precio del título superior al nominal, luego amortizarlo por el nominal supone una posición perjudicial para el inversor y lógicamente beneficiosa para el emisor.

En efecto, el precio resulta:

$$P = \left[ 25 a_{\overline{4}|0,0175} + \frac{1.000}{(1+0,0175)^4} \right] = 1.042,37$$

Con lo cual el inversor deja de ganar por título: 42,36 € .

## 7. OTRO TIPO DE EMISIONES

### 7.1. Participaciones preferentes

Existe una gran variedad de emisiones en el mercado, dependiendo siempre de los objetivos del emisor. Así las participaciones preferentes representan un producto financiero, en cierto modo complejo, pues relaciona características de productos de renta fija y de acciones.

Son productos que, en general, ofrecen tipos de interés más altos que los depósitos a plazo fijo, pero conlleva un grado de riesgo alto, como indicaremos a continuación.

Se trata de un producto cuyo vencimiento tiene carácter perpetuo, dado que no presentan en la documentación, fecha de vencimiento. Aquí estriba su riesgo, en que si el inversor desea rescatar lo invertido, tiene que ponerlo a la venta y, no tiene garantizado el nominal invertido sino que dependerá de lo que le ofrezcan en el mercado secundario.

Por otra parte, también contempla otro tipo de riesgo y es que si el emisor quiebra, el inversor no recupera el capital invertido. Además si la entidad emisora no

obtiene beneficios, el emisor no cobrará intereses. No obstante su principal riesgo es su falta de liquidez.

### **Complemento práctico**

A finales del año 2011 se dieron muchas órdenes de venta y muy pocas de compra, con lo cual no fue posible recuperar lo invertido, En esta época algunos bancos comenzaron a ofertar el canje de las preferentes por acciones.

### **7.2. Aportaciones financieras subordinadas**

Se trata de productos, hasta cierto punto complejos y, que requieren de una clara explicación para que el inversor sea consciente de su riesgo y rentabilidad.

Son productos de alta rentabilidad si lo compramos con los depósitos a plazo pero no garantizan que se recupere el principal invertido. Aquí radica el riesgo de este tipo de producto.

Así, si la situación económica empeora, las posibilidades de que en el mercado secundario se recupere el capital invertido son escasos. Hay que tener en cuenta que estos productos no tienen fecha de vencimiento y por lo tanto no está garantizado la recuperación del capital por su principal.

### **Complemento práctico**

Lo que en general se conoce como deuda subordinada, tiene menor orden de prelación que las emisiones senior y superior al de los recursos propios.

Tienen derecho previo a los accionistas y tenedores de participaciones preferentes, pero después del resto de los acreedores.

Es un procedimiento de financiación muy utilizado por las entidades de crédito. Esto es debido a que bajo ciertas condiciones pueden computar en el cálculo del coeficiente de solvencia obligatorio fijado por el Acuerdo de Capital (Basilea I).

Según el tipo de emisión: senior o subordinada el default<sup>12</sup> es diferente.

La deuda senior tiene preferencia en el orden de prelación si la entidad se tiene que liquidar en caso de default.

Cuanto menor es la prioridad en el pago peor es la calificación crediticia y mayor será la rentabilidad que ofrezca el emisor. Se dice que la probabilidad de recuperar la inversión es menor a medida que disminuye la “seniority” de la deuda.

---

<sup>12</sup> Impago o insolvencia.

Finalizado este tema se deben haber adquirido conocimientos suficientes para:

- Tener capacidad de interpretación, planteamiento, desarrollo, y cálculo de las emisiones de empréstitos, en general.
- Tener capacidad de análisis, interpretación y evaluación de los empréstitos convertibles y canjeables.
- Tener capacidad de análisis, interpretación y evaluación de los empréstitos que incluyen algún tipo de bonificación y su análisis comparativo respecto a otro tipo de emisión sin bonificación.
- Tener capacidad de análisis, diseño y evaluación de los empréstitos indiciados.
- Tener capacidad de análisis, diseño y evaluación de los empréstitos que proporcionen la posibilidad de participación en los beneficios de la entidad emisora.
- Tener capacidad de análisis e interpretación de las emisiones de cédulas, bonos y participaciones hipotecarias, con especial atención a los requisitos a cumplir.
- Tener capacidad de análisis de las participaciones preferentes y de otros tipos de emisiones análogas que por su especial enfoque requiera de un adecuado asesoramiento.

## TEMA V

# OPERACIONES BURSATILES

En este tema se debe aprender, entre otras cosas:

- A conocer y analizar las diferentes operaciones bursátiles.
- A saber en qué consiste y qué efectos producen las cotizaciones bursátiles.
- A saber en qué consiste y cómo se calculan los derechos de suscripción.
- A determinar cómo repercute el pago de los dividendos en el precio de las acciones.
- A analizar y comprender los efectos de una ampliación de capital.
- A tener la capacidad para distinguir y entender las valoraciones según que se consideren los efectos económicos o no entre las antiguas y las nuevas acciones.
- A analizar y comprender los efectos de una reducción de capital.

Para estudiar y desarrollar todos estos puntos se presenta el siguiente temario:

1. Introducción
2. Operaciones al contado
  - 2.1. Operaciones al contado
  - 2.2. Operaciones al contado a crédito
3. Ampliaciones de capital
  - 3.1. Introducción
  - 3.2. Derecho de suscripción preferente
  - 3.3. Ampliación única inmediata
  - 3.4. Ampliación a la par
  - 3.5. Operación blanca
4. Reducción de capital
5. Stock split

## 1. INTRODUCCION

Las operaciones de bolsa se realizan a través de los Mediadores de Bolsa. Son los que casan lo que los compradores quieren comprar y lo que los vendedores quieren vender.

## 2. OPERACIONES AL CONTADO

### 2.1. Operaciones al contado

Consisten en un intercambio simultáneo de una cierta cantidad de dinero por unos valores. Dado que la operación se lleva a cabo a través de mediadores, el dinero y los títulos los reciben ellos que son los que se ocupan de intercambiar.

Estas operaciones sirven para invertir dinero por un lado y para captar recursos financieros por otro, pero también se utilizan con fines especulativos.

Se pueden estudiar este tipo de operaciones bajo dos puntos de vista distintos:

#### *a) Punto de vista del comprador*

El importe de la compra en bolsa se puede indicar, de forma clásica, como sigue:

$$EO = N E = N C \frac{c}{100}$$

siendo

EO : efectivo de la operación

N : número de acciones

- E : efectivo de una acción  
 C : nominal de la acción  
 c : cotización o tipo de cambio de una acción.

Teniendo en cuenta los gastos y comisiones la fórmula anterior se modifica de la siguiente manera:

$$EO_c = N E (1 + g_c + g_b) + G = N C \frac{c}{100} (1 + g_c + g_b) + G$$

siendo

- $EO_c$  : efectivo de la operación para el comprador  
 $g_c$  : gastos de corretaje a pagar al mediador  
 $g_b$  : comisiones bancarias que cobra el banco porque normalmente el inversor acude a una entidad financiera a contratar la operación.  
 G : gastos fijos que se derivan de la operación tales como gastos de la póliza.

Si lo que se conoce es el efectivo de la operación se puede calcular el tipo de cambio efectivo al que le resulta la operación al comprador y que lo representamos por  $c_c$ .

$$EO_c = N C \frac{c_c}{100} \rightarrow c_c = \frac{EO_c}{N C} 100$$

**b) Punto de vista del vendedor**

Desde el punto de vista del vendedor el planteamiento sería el siguiente:

$$EO_v = N E (1 - g_c - g_b) - G = N C \frac{c}{100} (1 - g_c - g_b) - G$$

siendo

$EO_v$  : Efectivo de la operación para el vendedor.

También aquí se puede calcular el tipo de cambio para el vendedor, que lo representamos por  $c_v$ , si se conoce el efectivo de la venta

$$EO_v = N C \frac{c_v}{100} \rightarrow c_v = \frac{EO_v}{N C} 100$$

### Caso práctico

*Un inversor adquiere 100 acciones de nominal 12 € en el momento en el que las acciones cotizan al 110%. Tenemos información de que los gastos de corretaje ascienden a 0,2%, la comisión bancaria al 0,15% y la póliza 5 €. Se quiere averiguar:*

*1º) Importe efectivo de la compra.*

*2º) Cambio efectivo al que le resulta la operación al inversor.*

1º) Importe efectivo

$$EO_c = 100 * 12 \frac{110}{100} (1 + 0,002 + 0,0015) + 5 = 1.329,62€$$

2º) Cambio efectivo

$$C_c = \frac{1.329,62}{100 * 12} 100 = 110,80\%$$

## 2.2. Operaciones al contado con crédito

Se trata de una operación al contado pero en este caso el inversor solicita un crédito, a corto plazo, para hacer frente a la inversión.

Esta operación la realiza el inversor porque su expectativa es que los títulos van a subir, esto es, su expectativa es alcista. Sin embargo, el vendedor tiene como expectativa que el valor de los títulos va a bajar.

Las sociedades de valores y las entidades de crédito tales como bancos, cajas de ahorros son los que pueden otorgar créditos de valores y efectivo para culminar estas operaciones. Hay que tener en cuenta que este tipo de operaciones no se pueden realizar con cualquier acción sino únicamente con aquellas autorizadas por la Sociedad Rectora de la Bolsa.<sup>13</sup>

Para el caso de compra de títulos el comprador se puede quedar con los títulos devolviendo el crédito o bien puede vender los títulos que compró con el crédito<sup>14</sup>.

A la hora de analizar la rentabilidad de la operación el inversor tendrá que tener en cuenta los intereses del crédito, los gastos que ocasionó la operación tales como corretaje, importe de la póliza, etc.

Un cálculo habitual en este tipo de operación es el de averiguar qué parte abona al principio de la inversión y qué parte toma a crédito. Para ello designemos por  $E_o$  y  $E_n$  el efectivo al principio y al final de la operación,  $c_o$  y  $c_n$  los tipos de cambio al inicio y al final de la operación y  $k$  la aportación propia. De esta manera se puede plantear la siguiente expresión:

$$N E_o = N C \frac{c_o}{100} = k N E_o + (1-k) N E_o$$

<sup>13</sup> Se trata de los valores que componen el Ibex-35.

<sup>14</sup> Un comprador a crédito suele operar parcialmente al descubierto.

donde, la última parte de la expresión corresponde a la parte tomada a crédito.

En el caso de que el inversor, al final de la operación, se quede con los títulos tendrá que abonar el importe de los mismos en base a la cotización de ese momento, es decir,  $NE_n$ .

Ahora bien, para averiguar el resultado obtenido de la operación hay que conocer lo que ha invertido en la misma y lo desglosamos de la siguiente manera:

a) Pago correspondiente al principio.

- Aportación inicial:  $k N E_o$
- Gastos de corretaje:  $g_c N E_o$
- Gastos fijos de la póliza:  $G$

b) Pagos correspondientes al préstamo.

- Devolución del principal :  $(1-k) N E_o$
- Intereses del préstamo :  $(1-k) N E_o i \frac{n}{365}$
- Gastos de apertura :  $g_a (1-k) N E_o$

Representando por  $g_a$  la comisión de apertura.

El efectivo de la compra asciende a:

$$EO_c = N E_o \left[ 1 + g_c + (1-k) \left( g_a + i \frac{n}{365} \right) \right] + G$$

El tipo de cambio para el inversor resulta de la ecuación:

$$EO_c = N C \frac{c_c}{100} \rightarrow c_c = \frac{EO_c}{N C} 100$$

El efectivo de la venta viene dado por

$$EO_v = N E_n (1 - g_v) - G$$

Siendo  $g_v$  la comisión de venta.

El beneficio o pérdida para el inversor resulta de la diferencia entre lo que obtiene de la venta de las acciones al final y el efectivo de la operación al principio y lo representamos por  $B_r$ , viene dado por

$$B_r = EO_v - EO_c$$

Obsérvese que el tipo de cambio de la venta resulta:

$$EO_v = N C \frac{c_v}{100} \rightarrow c_v = \frac{EO_v}{N C} 100$$

### **Caso práctico**

*Un inversor está dispuesto a adquirir 1.200 acciones de una empresa. Su valor nominal es de 10 € y la cotización actual es del 80%. Se informa que tendrá unos gastos de corretaje del 0,5% y unos gastos fijos de 25 €.*

*No disponiendo del capital necesario solicita un préstamo y lo obtiene por un importe del 60% de la compra. Adquiere el compromiso de devolverlo al final de la operación, esto es, a los 60 días aplicando un tipo de interés efectivo del 5%. Los gastos de apertura ascienden al 0,75%. Se quiere averiguar a cuánto asciende el coste efectivo y el tipo de cambio de la compra.*

Importe de la compra de las acciones

$$N E_o = 1.200 * 10 \frac{80}{100} = 9.600 \text{ €}$$

El efectivo de la compra

$$\begin{aligned} EO_c &= N C \frac{c_o}{100} \left[ 1 + g_c + (1 - k) \left( g_a + i \frac{n}{365} \right) \right] + G = \\ &= 9.600 \left[ 1 + 0,005 + 0,60 \left( 0,0075 + 0,05 \frac{60}{365} \right) \right] + 25 = 9.763,54 \text{ €} \end{aligned}$$

El tipo de cambio de la compra asciende a

$$c_c = \frac{EO_c}{N C} 100 = \frac{9.763,54}{1.200 * 10} 100 = 81,36\%$$

### Caso práctico

*Transcurridos los 60 días la cotización de los títulos se sitúa en el 85%. Se da orden de venta y el mediador cobra una comisión de 0,5% y los gastos fijos ascienden a 30 €, averiguar el beneficio real obtenido.*

El efectivo de la venta

$$EO_v = N E_n (1 - g_v) - G = 1.200 * 10 \frac{85}{100} (1 - 0,005) - 30 = 10.119 \text{ €}$$

luego, el beneficio real obtenido

$$B_r = EO_v - EO_c = 10.119 - 9.763,54 = 355,46 \text{ €}$$

### **3. AMPLIACIÓN DE CAPITAL**

#### **3.1. Introducción**

Básicamente una ampliación de capital consiste en la emisión de nuevas acciones para ofrecérselas a los accionistas de la entidad aumentando de esta manera los fondos propios de la empresa.

Normalmente las acciones nuevas se emiten a un precio inferior a las que están circulando por el mercado, o sea, al de su cotización, con el objeto de que la suscripción resulte más atractiva. Pero una vez colocadas en el mercado se producirá un efecto de dilución al igualarse el precio de todas las acciones con lo cual las acciones antiguas perderán parte de su valor. Es por esto que los accionistas obtienen una compensación por vender los derechos de suscripción. Teóricamente esta compensación debería ser igual a la disminución que se producirá en el precio de las acciones antiguas.

Una ampliación de capital se puede realizar de dos formas:

a) Incrementando el patrimonio social.

Se aumenta el activo al aportar dinero a cambio de acciones.

b) Variando la composición del patrimonio.

Se puede operar de diferentes maneras:

a) Capitalizando las reservas modificando el concepto del pasivo.

b) Mediante la conversión de obligaciones en acciones.

c) Transformando cuentas acreedoras en fondos propios.

Cuando se realiza una ampliación de capital hay que calcular el valor teórico de cotización del título después de realizada la ampliación y además el valor de los derechos de suscripción.

Se establece otra clasificación de las ampliaciones de capital:

- a) Según el momento en el que se realizan. Pueden ser inmediatas y diferidas.
  1. Inmediatas.  
Se llevan a cabo en el momento en el que se toma la decisión de ampliación.
  2. Diferidas.  
La ampliación se lleva a cabo en el futuro.
- b) Según el número de ampliaciones a llevar a cabo: únicas y múltiples.
  1. Únicas.  
Solo se realiza una ampliación.
  2. Múltiples.  
Se realizan varias ampliaciones. Se pueden realizar de forma simultánea o sucesiva en el tiempo.

### **3.2. Derecho de suscripción preferente**

Es la posibilidad de acceso del suscriptor a la ampliación de capital. El derecho es un valor negociable<sup>15</sup> en bolsa, tiene carácter temporal el cual coincide con la duración de la ampliación.

Los accionistas pueden actuar de diferentes maneras:

---

<sup>15</sup> Tiene su propio mercado.

- a) Acudir a la ampliación de capital y suscribir las nuevas acciones que le correspondan. De esta manera mantienen la participación que tenían en la sociedad antes de la ampliación.
- b) Podrían comprar más derechos y así suscribir más acciones, con lo cual aumentarían su participación en la empresa.
- c) Podrían vender parte de sus derechos y suscribir el resto de las acciones nuevas que le correspondan. De esta manera no supone un desembolso para el accionista. Esta estrategia se denomina como operación blanca.
- d) También puede optar por no acudir a la ampliación de capital y en este caso vendería todos los derechos de suscripción. En este caso la participación que tenía en la empresa se ve reducida pero se ve compensado por los ingresos que obtiene.

Para calcular el nuevo precio de una acción se utiliza la siguiente expresión

$$P_a^* = \frac{N_a P_a + N_n P_n}{N_a + N_n}$$

siendo

$P_a^*$  : cotización teórica después de la ampliación de las acciones antiguas

$P_a$  : cotización antes de la ampliación de las acciones antiguas

$N_a$  : número de acciones antiguas antes de la ampliación

$P_n$  : valor de emisión de las nuevas acciones<sup>16</sup>

$N_n$  : número de acciones nuevas a suscribir.

El valor del derecho de suscripción se obtiene mediante la diferencia:

$$D_s = P_a - P_a^*$$

---

<sup>16</sup> Entendemos que es el efectivo.

Cuando los derechos de suscripción comienzan a cotizar, estos tienen mercados diferentes a las acciones sin derechos.<sup>17</sup> No obstante los mercados no son independientes.

Obsérvese que entre el derecho y la acción a la que corresponde existe una cierta relación, en caso contrario si la cotización se alejara del que resulta del cálculo teórico en base al precio de la antigua acción, los inversores comprarían derechos vendiendo acciones antiguas o al contrario.

### 3.3. Ampliación única inmediata

El valor de la empresa antes de la ampliación resulta:  $N_a * P_a$

El valor de las acciones nuevas asciende a:  $N_n * P_n$

Luego, el valor teórico de la empresa después de la ampliación debería ser:

$$N_a * P_a^* + N_n * P_n^* \quad 18$$

siendo,

$P_n^*$  : precio de cotización de las nuevas acciones después de la ampliación.

Normalmente, después de realizada la ampliación, tanto los títulos antiguos como los nuevos suelen tener cotizaciones iguales. Sin embargo, existen algunos casos en los que los títulos nuevos pueden tener alguna minoración durante un periodo de tiempo. Por ejemplo, que no tengan derecho a percibir todo o parte de los próximos dividendos a repartir. En este caso existen dos tipos de cotizaciones, una para las antiguas y otra para las nuevas hasta que se igualen.

<sup>17</sup> A las acciones sin derechos también se les conoce como ex-cupón.

<sup>18</sup> Obsérvese que en este apartado y siguientes denotaremos el precio de cotización por  $P$  simplificando la notación  $C \frac{c}{100}$ .

Representando por  $R_n = P_a^* - P_n^*$  el valor de las minoraciones de los derechos de las nuevas acciones respecto a las antiguas, el valor de la empresa se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$P_a^* N_a + P_n^* N_n = P_a^* N_a + (P_a^* - R_n) N_n = P_a^* (N_a + N_n) - R_n N_n$$

Como el valor de la empresa en el mercado debe cumplir la siguiente igualdad:

$$P_a N_a + P_n N_n = P_a^* N_a + P_n^* N_n = P_a^* (N_a + N_n) - R_n N_n$$

La nueva cotización de las acciones antiguas resulta:

$$P_a^* = \frac{P_a N_a + (P_n + R_n) N_n}{N_a + N_n} = \frac{P_a + (P_n + R_n) \frac{N_n}{N_a}}{1 + \frac{N_n}{N_a}} = \frac{P_a + (P_n + R_n) \alpha}{1 + \alpha}$$

Denotando por  $\alpha$  a la proporción del número de títulos nuevos y las antiguas  $\frac{N_n}{N_a}$ .

Por otra parte, como hemos indicado anteriormente, el valor del derecho de suscripción será la diferencia entre el precio antiguo y el nuevo, de las acciones antiguas:

$$D_s = P_a - P_a^* = P_a - \frac{P_a + (P_n + R_n) \alpha}{1 + \alpha} = [P_a - (P_n + R_n)] \frac{\alpha}{1 + \alpha} \quad 19$$

El coeficiente de ajuste (h), nos permite obtener la nueva cotización conocida la antigua. Este coeficiente será:

<sup>19</sup> Obsérvese que esta fórmula se presenta en función de datos iniciales.

$$h = \frac{P_a^*}{P_a} = \frac{P_a + (P_n + R_n)\alpha}{P_a(1+\alpha)} = \frac{1}{1+\alpha} + \frac{P_n + R_n}{P_a} \frac{\alpha}{1+\alpha} \quad 20$$

Como se puede apreciar en las últimas ecuaciones que hemos presentado,  $R_n$  juega el mismo papel que una prima de emisión. Si las nuevas acciones que se emiten tienen los mismos derechos que las acciones antiguas, entonces  $R_n=0$ .

### Caso práctico

*Las acciones de la empresa Z tienen un valor nominal de 10 euros, y actualmente cotizan en bolsa al 140%. La empresa Z decide realizar una ampliación de capital en la proporción de un título nuevo por cada 5 antiguos, y al 125%.*

- 1º) Si existe igualdad de derechos de todos los títulos después de la ampliación, calcular los valores teóricos de cotización después de la ampliación, el coeficiente de ajuste, y el derecho de suscripción.*
- 2º) Suponiendo que las nuevas acciones no participan en el reparto de los dividendos del 5% de nominal dentro de 6 meses, calcular los factores del punto anterior.*

1º) La proporción del número de títulos en que se realiza la ampliación,  $\alpha$ , será:

$$\alpha = \frac{N_n}{N_a} = \frac{1}{5} = 0,20$$

Para este caso, tenemos que  $R_n=0$ , por lo tanto, las formulas descritas anteriormente se reducirían. Normalmente, la cotización de los títulos vendrá dada en enteros, esto es, en el valor porcentual.

Valor teórico de las acciones después de la ampliación:

<sup>20</sup> Cuando se conoce este coeficiente el precio de cotización después de la ampliación, se obtiene simplemente de multiplicar el precio de las antiguas acciones por este coeficiente.

$$P_a^* = \frac{P_a + P_n \alpha}{1 + \alpha} = \frac{140 + 125 * 0,20}{1 + 0,20} = 137,5\%$$

Coefficiente de ajuste:

$$h = \frac{1}{1 + \alpha} + \frac{P_n}{P_a} \cdot \frac{\alpha}{1 + \alpha} = \frac{1}{1 + 0,20} + \frac{125}{140} \cdot \frac{0,20}{1 + 0,20} = 0,9821$$

Derecho de suscripción:

$$D_s = (P_a - P_n) \frac{\alpha}{1 + \alpha} = (140 - 125) \frac{0,20}{1 + 0,20} = 2,5\%$$

Obsérvese que:

$$D_s = P_a - P_a^* = 140 - 137,5 = 2,5\%$$

Obsérvese también que todos los resultados anteriores los hemos obtenido en porcentajes.

Dado que el valor de los derechos normalmente viene dado en unidades monetarias, para saber a cuánto asciende el derecho de suscripción de estas acciones de 10 euros de valor nominal, deberemos operar de la siguiente manera

$$\frac{2,5}{100} * 10 = 0,25 \text{ €}$$

2º) En este caso, los dividendos que percibirán las acciones antiguas transcurridos los 6 meses serán:

$$10 \times 0,05 = 0,5 \text{ euros}$$

Si lo ponemos en valores porcentuales, el valor sería de 5, y este será el valor de  $R_n$ , esto es, el valor de las minoraciones de los derechos de las nuevas acciones respecto a las antiguas.

El valor teórico después de la ampliación es:

$$P_a^* = \frac{P_a + (P_n + R_n)\alpha}{1 + \alpha} = \frac{140 + (125 + 5)0,20}{1 + 0,20} = 138,33$$

El coeficiente de ajuste será:

$$h = \frac{1}{1 + 0,20} + \frac{(125 + 5)}{140} \frac{0,20}{1 + 0,20} = 0,9881$$

El derecho de suscripción por su parte vendrá determinado por:

$$D_s = P_a - P_a^* = 140 - 138,33 = 1,67$$

Que en unidades monetarias representa: 0,167 euros.

A continuación analizaremos dos casos particulares que nos podemos encontrar en las ampliaciones únicas e inmediatas. Estos casos serán el de las ampliaciones a la par, y las ampliaciones con cargo a reservas

### 3.4. Ampliación a la par

Recordemos que nos encontramos en el ámbito de las ampliaciones únicas inmediatas y recordemos también que el precio de emisión de las acciones nuevas  $P_n$  coincide con el nominal  $C$  de las acciones.

Las fórmulas anteriores son válidas para este caso con la diferencia de que en el lugar del precio de emisión hay que tomar el valor a la par. En este caso 100 en porcentaje.

#### Caso práctico

*Las acciones de una empresa de nominal 10€ cotizan en bolsa al 145%. El empresario decide realizar una ampliación de capital a la par, esto es por el nominal, entregando un título nuevo por cada 4 antiguos. Se trata de averiguar:*

- 1º) *Valor teórico de las acciones antiguas después de la ampliación.*
- 2º) *Valor del derecho de suscripción.*

Dado que en el enunciado no se menciona nada al respecto consideraremos que se produce a igualdad de derechos.

1º) Para calcular el valor teórico de la cotización de las acciones antiguas acudimos a la expresión

$$P_a^* = \frac{P_a + C \alpha}{1 + \alpha} = \frac{145 + 100 * 0,25}{1 + 0,25} = 136 \%$$

siendo

$$\alpha = \frac{1}{4} = 0,25$$

En unidades monetarias resulta:  $P_a^* = 13,6 \text{ €}$

2º) Para calcular el derecho de suscripción acudimos a la fórmula

$$D_s = P_a - P_a^* = (P_a - C) \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

Sustituyendo valores resulta:

$$D_s = 145\% - 136\% = 9 \%$$

Si lo pasamos a euros resulta:

$$D_s = \frac{9}{100} 10 = 0,9\text{€}$$

Nota: Obsérvese que el coeficiente de ajuste resulta:

$$h = \frac{1}{1 + \alpha} + \frac{C}{P_a} \frac{\alpha}{1 + \alpha} = \frac{1}{1,25} + \frac{100}{145} \frac{0,25}{1,25} = 0,9379$$

Esto es:

$$\frac{136}{145} = 0,9379$$

### Caso práctico

Una empresa eléctrica está representada por 280.000 títulos de 8 € nominales y que cotiza en Bolsa actualmente al 229,2%, pretende llevar a cabo una ampliación a la par entregando un título nuevo por cinco antiguos. Sabiendo que se va a entregar próximamente un dividendo del 2% del nominal pero que las nuevas no participan del mismo se quiere averiguar:

- 1º) Valor teórico de la cotización de las acciones antiguas después de la ampliación
- 2º) Valor del derecho de suscripción.

1º) Para calcular el valor teórico de cotización acudimos a la fórmula:

$$P_a^* = \frac{P_a + (C + R_n) \alpha}{1 + \alpha} = \frac{229,2 + (100 + 2) * 0,2}{1,2} = 208$$

siendo

$$\alpha = \frac{1}{5} = 0,2$$

Obsérvese que en porcentaje el dividendo es 2 y en euros es:

$$d = 0,02 * 8 = 0,16 \text{ €}$$

2º) Para calcular el derecho de suscripción acudimos a la fórmula

$$D_s = P_a - P_a^* = 229,2\% - 208\% = 21,2 \% \text{ ó } 16,96 \text{ €}$$

Obsérvese que se obtiene el mismo resultado utilizando la fórmula

$$D_s = [P_a - (C + R_n)] \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

Nota: El coeficiente de ajuste que resulta es:

$$k = \frac{1}{1 + \alpha} + \frac{C + R_n}{P_a} \frac{\alpha}{1 + \alpha} = \frac{1}{1,2} + \frac{102}{229,2} \frac{0,2}{1,2} = 0,9075$$

### 3.5. Operación Blanca

Consiste en que un accionista vende parte de sus derechos de suscripción preferente y con el capital obtenido compra acciones a suscribir con el resto de los derechos que le quedan. Es decir, compra acciones nuevas con la venta de parte de sus derechos.

En ausencia de comisiones, gastos, etc. los ingresos por la venta de derechos y los gastos por la venta de las acciones nuevas nos permiten escribir:

$$(N'_a - N'_d) * \alpha * P_n = N'_d * D_s$$

siendo<sup>21</sup>

$N'_a$  : Número de acciones antiguas que posee el accionista y que coincide con el número de derechos de suscripción.

$N'_s$  : Número de derechos de suscripción que se utilizan para suscribir acciones.

$N'_n$  : Número de acciones nuevas a suscribir por el accionista

$N'_d$  : Número de derechos que se venden.

$\alpha$  : Proporción entre el número de acciones antiguas exigidas y el número de acciones nuevas a suscribir.

$D_s$  : Valor teórico del derecho de suscripción.

$P_n$  : Precio de emisión de las nuevas acciones.

La ecuación anterior indica que lo que se obtiene por la venta de derechos es lo que se utiliza para la compra de acciones nuevas. Aquí la incógnita es:  $N'_d$ .

<sup>21</sup> Con la "prima" indicamos que nos estamos refiriendo a un accionista.

Como se puede observar:

$$N'_a = N'_d + N'_s$$

El número de acciones que se suscriben resulta:

$$N'_n = N'_s * \alpha$$

#### 4. REDUCCION DE CAPITAL

Se presenta cuando una empresa decide disminuir el capital social de una empresa. Las razones pueden ser varias:

- La empresa va bien y decide reembolsar una parte de su capital.

Normalmente la empresa considera que tiene recursos suficientes para su actividad y decide reducir su capital adquiriendo acciones propias para amortizarlas.<sup>22</sup>

- La empresa se encuentra en una mala situación.

En este caso el patrimonio neto de la empresa representa un capital inferior al capital social<sup>23</sup> por lo que es conveniente ajustar los fondos propios y mejorar sus ratios.

Una sociedad emprende una reducción de capital cuando las cotizaciones de sus acciones caen por debajo de un cierto límite considerado como aceptable. Esta

---

<sup>22</sup> La empresa presenta una oferta pública de compra a todos los accionistas.

<sup>23</sup> No obstante sucede que esta operación de reducción suele ir acompañada de una ampliación para obtener nuevos recursos y así poder garantizar su futuro. Es lo que se conoce como operación acordeón.

situación no representa una buena imagen para la empresa y por consiguiente una buena medida consiste en plantear una reducción de capital con el objeto de lograr que la cotización de sus acciones alcancen un nivel considerado aceptable.

Como ya se indicó, cuando la empresa va mal es conveniente reducir el capital con el objeto de adecuar la estructura financiera a la situación de la empresa. Se pueden tomar el siguiente tipo de medidas:

- a) Reducir el nominal de las acciones pero manteniendo el número de acciones en circulación.
- b) Amortizar un determinado número de acciones.

Ante esta situación la sociedad se encontrará con un dilema:

- a) Una vez fijado el nivel de cotización aceptable, determinar el número de títulos que deberán permanecer en circulación o bien.
- b) Una vez fijado el número de títulos a permanecer en circulación determinar la cotización de las acciones después de la reducción.

Para este apartado elegiremos las siguientes notaciones:

$P_a$  : Precio de cotización de las acciones antiguas antes de la reducción.

$P_a^*$ : Precio de cotización de las acciones antiguas después de la reducción.

$N_a$  : Número de acciones antiguas antes de la reducción.

$N_r$  : Número de acciones que se reducen.

$N_c$  : Número de acciones que permanecen en circulación.

Recordemos que el valor de la empresa antes de la reducción viene dado por:

$$N_a P_a$$

El valor de la empresa después de la reducción vendrá dado por:

$$P_a^*(N_a - N_r) = P_a^* N_c$$

Si, como es normal, el ajuste no supone merma de capital de la empresa, debe cumplirse que:

$$N_a P_a = P_a^* N_c$$

Por lo tanto, para las dos situaciones anteriormente planteadas tenemos:

a) Se fija el número de títulos en que se reducen las acciones de la empresa, luego conocido  $N_r$ , el valor teórico de la nueva cotización resulta:

$$P_a^* = P_a \frac{N_a}{N_a - N_r} = \frac{P_a}{1 - \gamma}$$

Nótese que en este caso la proporción  $\gamma$  representa la relación entre el número de títulos que se reducen y los antiguos.

b) Se fija el nivel de cotización esperado. En este caso el número de títulos a reducir viene dado por:

$$N_r = \left(1 - \frac{P_a}{P_a^*}\right) N_a = \frac{P_a^* - P_a}{P_a^*} N_a$$

quedando en circulación después de la reducción

$$N_c = N_a \frac{P_a}{P_a^*}$$

### **Caso práctico**

*Se considera una empresa constituida por 200.000 títulos de 10€ de nominal cada uno, que cotiza actualmente en bolsa al 70%. El empresario desea reducir el número de títulos con el objeto de provocar una subida en la cotización de sus acciones.*

*Si decide lograr que la cotización alcance la par. Averiguar el número de títulos en los que tendría que reducir el número actual que están en circulación.*

Para averiguar el número de títulos en los que hay que reducir los actualmente existentes acudimos a la fórmula:

$$N_r = \frac{P_a^* - P_a}{P_a^*} N_a = \frac{100 - 70}{100} 200.000 = 60.000 \text{ acciones}$$

y, quedarían en circulación

$$200.000 - 60.000 = 140.000 \text{ acciones}$$

## 5. STOCK SPLIT

Consiste en el desdoblamiento<sup>24</sup> de las acciones de una entidad cotizada<sup>25</sup>. La decisión la toma la entidad que emite las acciones. Normalmente esta decisión depende del comportamiento del precio de cotización de sus acciones en bolsa. Por ejemplo, cuando su cotización está muy alta, es aconsejable desdoblar el número de acciones en circulación. Cuando se realiza esta operación el valor total de capitalización de la empresa permanece inalterable. Para ello se ajusta el valor nominal de cada acción a la proporción del aumento de las acciones.

En principio una empresa que lleva a cabo un Split muestra que su situación es muy solvente y con buenas expectativas.

Lo que se persigue con un Split es:

- Que los accionistas van incrementado el número de acciones.
- Mayor facilidad de entrada de inversores. Títulos más baratos.
- Se amplía la demanda luego se aumenta la liquidez.
- Se amplía la base de accionistas con lo cual se forma una barrera ante la posibilidad de una acción hostil.

---

<sup>24</sup> Split.

<sup>25</sup> Stock. Para simplificar se utiliza Split solamente.

El Split no tiene mayores implicaciones financieras. No afecta a los beneficios del emisor, ni al endeudamiento.

La práctica muestra que después de un Split el valor bursátil de la empresa crece. Los splits normalmente se realizan en época de bonanza económica. Por ejemplo, a finales de los 90, se realizaron muchos splits precisamente cuando el Ibex-35 tuvo un incremento importante.

Más tarde se dieron otros casos de splits: Faes, Cleops, Mapfre, Catalana, Guipuzcoano, Iberdrola, etc.

### **Complemento práctico**

El día 27 de febrero de 2007, el banco Sabadell comunicó un Split en la proporción de 4x1 cuando su número de acciones era de 306.003.420. El valor de cotización de cada acción en ese momento era de 36,89 €, luego su valor bursátil ascendía a: 11.288 millones de euros.

Proceso del Split.

$$\text{Nº de acciones nuevas} = 306.003.420 * 4 = 1.224.013.680$$

El precio nominal, que en la fecha era de 0,50 €, al dividir por 4 pasó a ser de 0,125 €. El valor bursátil no cambiaría si las cosas sucediesen según lo establecido.

Ejemplo: un accionista que poseía una acción de 6 €, con el Split tiene derecho a 4 acciones nuevas de valor: 1,5 €.

**Caso práctico**

*Un inversor realiza las siguientes operaciones:*

- a) El 30 de abril compra 1.200 acciones de una empresa a 6 euros pagando una comisión de 0,6% sobre el efectivo de la operación.*
- b) El 1 de junio cobra un dividendo de 0,3 euros/acción.*
- c) El 30 de septiembre se realiza una ampliación de capital de la empresa. Vende los derechos de suscripción a 0,9 euros/acción.*
- d) El 30 de octubre se lleva a cabo un Split de tres acciones nuevas por una antigua, reduciendo el valor de las acciones a 2 euros.*
- e) El 30 de noviembre vende las acciones a 3 euros pagando una comisión de 0,8% sobre el efectivo de la operación.*

*Los dividendos están sometidos a la retención del 20%. Los derechos no están sometidos a retención abonándose los ingresos de forma diferida al igual que las plusvalías, seis meses más tarde. Tipo marginal 32%.*

*Analizar la rentabilidad de la operación.*

- a) Compra de acciones (30 de abril)

Importe compra:	$1.200 \cdot 6 = 7.200$
Comisiones:	$0,006 \cdot 7.200 = 43,2$
Total:	7.243,2

- b) Cobro de dividendos (1 de junio)

Importe total:	$1.200 \cdot 0,3 = 360$
Retención:	$-360 \cdot 0,2 = -72$
Total:	288

- c) Venta derechos de suscripción (30 de septiembre)

$$\text{Importe de la venta: } 1.200 \cdot 0,9 = 1.080$$

d) Venta de las acciones (30 de noviembre)

Importe de la venta:	3.600*3	=	10.800
Comisiones:	-0,008*10.800	=	-86,4
Total:			<u>10.713,6</u>

Ingresos brutos en términos absolutos:

$$-7.243,2+288+1.080+10.713,6=4.838,4$$

Rentabilidad:

$$\frac{4.838,4}{7.243,2} = 0,668 \rightarrow 66,8\%$$

Anualizando la operación:

$$r = \frac{4.838,4}{7.243,2} * \frac{360}{214} = 1,1237 \rightarrow -112,37\%$$

siendo

$$=FECHA(2012;11;30)-FECHA(2012;4;30)=214$$

La rentabilidad financiero fiscal se obtiene incorporando la declaración del IRPF 6 meses más tarde.

Finalizado este tema se deben haber adquirido conocimientos suficientes para saber:

- Qué son y en qué consisten las diferentes operaciones bursátiles.
- Qué son y en qué consisten las operaciones al contado.
- Qué son y en qué consisten las operaciones con crédito al comprador.
- En qué consisten las operaciones de ampliación de capital y cómo se determinan.
- En qué consisten las operaciones blancas y cómo se determinan.
- En qué consisten las operaciones de reducción de capital y cuáles son las razones para ponerlo en práctica.
- En qué consiste un Split y cuáles son las razones para llevarlo a la práctica.

