

# Actividad A5.1.

## Cambio de escala.

### Alquiler de sombrillas

a. Para estimar el modelo (1) se pincha:

Modelo -- Mínimos cuadrados ordinarios

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	22,1467	40,7666	0,5433	0,5933
P	-0,610208	3,30474	-0,1846	0,8555
T	11,7892	2,07824	5,673	1,81e-05 ***

Media de la vble. dep.	381,3409	D.T. de la vble. dep.	60,52005
Suma de cuad. residuos	7803,175	D.T. de la regresión	20,26557
R-cuadrado	0,898550	R-cuadrado corregido	0,887871
F(2, 19)	84,14186	Valor p (de F)	3,63e-10
Log-verosimilitud	-95,80033	Criterio de Akaike	197,6007
Criterio de Schwarz	200,8738	Crit. de Hannan-Quinn	198,3717
rho	0,152127	Durbin-Watson	1,616248

La función de regresión muestral es:

$$\hat{S}_t = 22,1467 - 0,610208 P_t + 11,7892 T_t \quad t = 1, 2, \dots, 22$$

$$SCR = 7803,175 \quad R^2 = 0,89855$$

$\hat{\beta}_1$ : se estima que el número de sombrillas alquiladas cuando el alquiler es gratuito y hay 0° Celsius de temperatura es de 22,1467 sombrillas.

$\hat{\beta}_2$  : se estima que si el precio aumenta en un euro, manteniéndose constante la temperatura, el número de sombrillas alquiladas disminuye en 0,61 unidades.

$\hat{\beta}_3$  : se estima que si la temperatura aumenta en 1° Celsius, manteniéndose constante el precio, el número de sombrillas alquiladas aumenta en 11,7892 unidades.

b. Para estimar el modelo (1) con la variable precio medida en dólares, primero hay que generar esta nueva variable:

PD: precio medido en dólares.

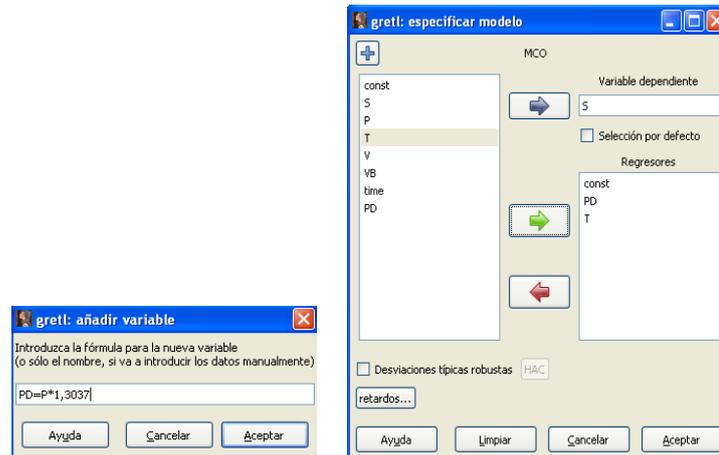
En el menú principal de Gretl se pincha

Añadir -- Definir nueva variable

En la ventana de diálogo que aparece se escribe la fórmula de conversión del precio en euros a dólares. Un vez generada esta variable, para estimar el modelo se pincha

Modelo -- Mínimos cuadrados ordinarios

En la ventana de diálogo que aparece se elige la variable dependiente ( $S$ ), y las variables explicativas, precio en dólares ( $PD$ ) y temperatura en grados Celsius ( $T$ ).



Modelo 2: MCO, usando las observaciones 2012-04-30:2012-09-24 (T = 22)  
 Variable dependiente: S

	Coefficiente	Desv. Tipica	Estadístico t	Valor p
const	22,1467	40,7666	0,5433	0,5933
PD	-0,468059	2,53489	-0,1846	0,8555
T	11,7892	2,07824	5,673	1,81e-05 ***

Media de la vble. dep.	381,3409	D.T. de la vble. dep.	60,52005
Suma de cuad. residuos	7803,175	D.T. de la regresión	20,26557
R-cuadrado	0,898550	R-cuadrado corregido	0,887871
F(2, 19)	84,14186	Valor p (de F)	3,63e-10
Log-verosimilitud	-95,80033	Criterio de Akaike	197,6007
Criterio de Schwarz	200,8738	Crit. de Hannan-Quinn	198,3717
rho	0,152127	Durbin-Watson	1,616248

La función de regresión muestral es:

$$\hat{S}_t = 22,1467 - 0,468059 PD_t + 11,7892 T_t \quad t = 1, 2, \dots, 22$$

$$SCR = 7803,175 \quad R^2 = 0,89855$$

c. Para estimar el modelo (1) con la variable temperatura medida en grados Fahrenheit, primero hay que generar esta nueva variable:

TF: temperatura en grados Fahrenheit.

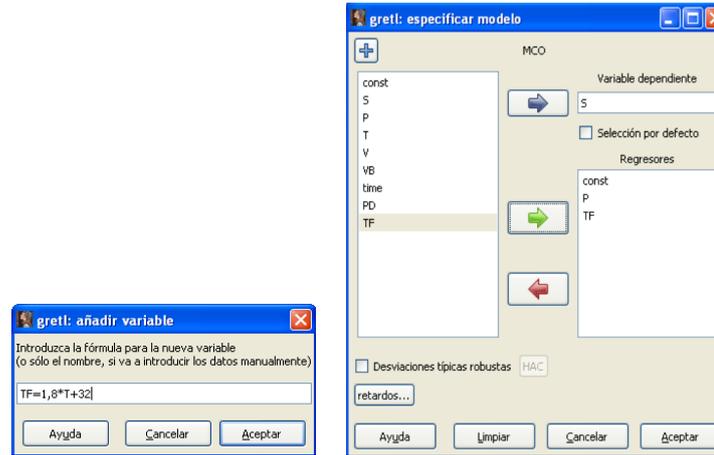
En el menú principal de Gretl se pincha

**Añadir -- Definir nueva variable**

En la ventana de diálogo que aparece se escribe la fórmula de conversión de la variable temperatura de grados Celsius a grados Fahrenheit. Un vez generada esta variable, para estimar el modelo se pincha

**Modelo -- Mínimos cuadrados ordinarios**

En la ventana de diálogo que aparece se elige la variable dependiente (*S*), y las variables explicativas, precio en euros (*P*) y temperatura en grados Fahrenheit (*TF*).



gretl: modelo 3

Modelo 3: MCO, usando las observaciones 2012-04-30:2012-09-24 (T = 22)  
Variable dependiente: S

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p	
const	-187,440	76,7408	-2,443	0,0245	**
P	-0,610208	3,30474	-0,1846	0,8555	
TF	6,54958	1,15458	5,673	1,81e-05	***

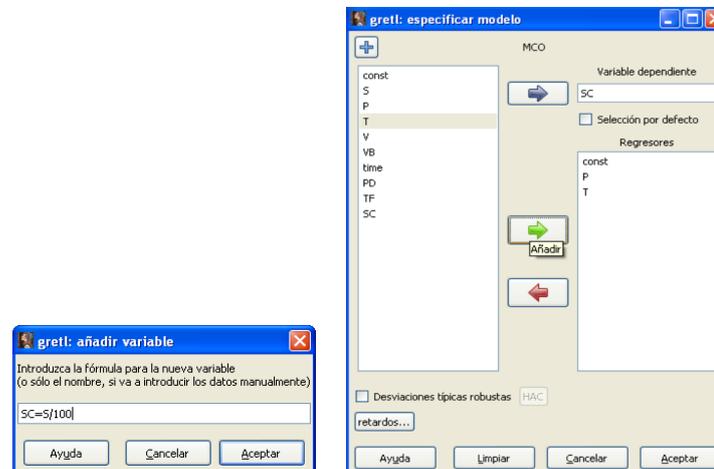
Media de la vble. dep.	381,3409	D.T. de la vble. dep.	60,52005
Suma de cuad. residuos	7803,175	D.T. de la regresión	20,26557
R-cuadrado	0,898550	R-cuadrado corregido	0,887871
F(2, 19)	84,14186	Valor p (de F)	3,63e-10
Log-verosimilitud	-95,80033	Criterio de Akaike	197,6007
Criterio de Schwarz	200,6738	Crit. de Hannan-Quinn	198,3717
rho	0,152127	Durbin-Watson	1,616248

La función de regresión muestral es:

$$\hat{S}_t = -187,440 - 0,610208 P_t + 6,54958 TF_t \quad t = 1, 2, \dots, 22$$

$$SCR = 7803,175 \quad R^2 = 0,89855$$

d. Transformamos la variable número de sombrillas alquiladas a centenas (*SC*) y estimamos el modelo utilizando como regresores el precio en euros (*P*) y la temperatura en grados Celsius (*T*).



gretl: modelo 4

Modelo 4: MCO, usando las observaciones 2012-04-30:2012-09-24 (T = 22)  
Variable dependiente: SC

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	0,221467	0,407666	0,5433	0,5933
P	-0,00610208	0,0330474	-0,1846	0,8555
T	0,117892	0,0207824	5,673	1,81e-05 ***

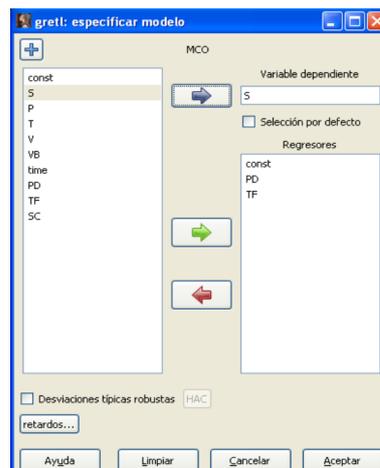
Media de la vble. dep.	3,813409	D.T. de la vble. dep.	0,605200
Suma de cuad. residuos	0,780317	D.T. de la regresión	0,202656
R-cuadrado	0,898550	R-cuadrado corregido	0,887871
F(2, 19)	84,14186	Valor p (de F)	3,63e-10
Log-verosimilitud	5,513418	Criterio de Akaike	-5,026836
Criterio de Schwarz	-1,753708	Crit. de Hannan-Quinn	-4,255785
rho	0,152127	Durbin-Watson	1,616248

La función de regresión muestral es:

$$\widehat{SC}_t = 0,221467 - 0,00610208 P_t + 0,117892 T_t \quad t = 1, 2, \dots, 22$$

$$SCR = 0,7803175 \quad R^2 = 0,89855$$

e. Estimamos el modelo eligiendo como variable dependiente la variable número de sombrillas alquiladas ( $S$ ) y como regresores el precio en dólares ( $PD$ ) y la temperatura en grados Fahrenheit ( $TF$ ).



gretl: modelo 5

Modelo 5: MCO, usando las observaciones 2012-04-30:2012-09-24 (T = 22)  
Variable dependiente: S

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	-187,440	76,7408	-2,443	0,0245 **
PD	-0,468059	2,53489	-0,1846	0,8555
TF	6,54958	1,15458	5,673	1,81e-05 ***

Media de la vble. dep.	381,3409	D.T. de la vble. dep.	60,52005
Suma de cuad. residuos	7803,175	D.T. de la regresión	20,26557
R-cuadrado	0,898550	R-cuadrado corregido	0,887871
F(2, 19)	84,14186	Valor p (de F)	3,63e-10
Log-verosimilitud	-95,80033	Criterio de Akaike	197,6007
Criterio de Schwarz	200,8738	Crit. de Hannan-Quinn	198,3717
rho	0,152127	Durbin-Watson	1,616248

La función de regresión muestral es:

$$\hat{S}_t = -187,44 - 0,468059 PD_t + 6,54958 TF_t \quad t = 1, 2, \dots, 22$$

$$SCR = 0,7803175 \quad R^2 = 0,89855$$

f. Conclusiones.

### A. Coeficientes.

En el apartado b. se ha modificado las unidades de medida del regresor  $P$  multiplicándolo por 1,3037:

- Sólo se modifica la estimación del coeficiente  $\beta_2$  que acompaña a los precios; los demás permanecen iguales.
- Como para pasar de precios de euros a dólares hemos multiplicado por 1,3037, la estimación del coeficiente  $\beta_2$  queda dividida por 1,3037. Así, en el modelo con los precios en euros  $\hat{\beta}_2 = -0,610208$  y en el modelo con los precios en dólares  $\hat{\beta}_2 = -0,610208/1,3037 = -0,468059$ .

Ahora bien, la información que proporcionan ambos coeficientes sobre como varía el número de sombrillas alquiladas cuando varía el precio es la misma.

En el apartado c. se ha modificado las unidades de medida del regresor  $T$  multiplicándole por 1,8 y sumándole 32.

- Como en el caso anterior, se modifica la estimación del coeficiente  $\beta_3$  que acompaña a la temperatura porque estamos modificando sus unidades y además cambia también la estimación del término independiente  $\beta_1$ . La estimación del coeficiente que acompaña a los precios no varía.
- Nótese, que para pasar de grados Celsius a grados Fahrenheit hemos multiplicado los grados Celsius por 1,8 y luego hemos sumado 32.

El coeficiente estimado para la temperatura en grados Fahrenheit se ve afectado por el factor de multiplicación de forma que en el modelo con los datos originales  $\hat{\beta}_3 = 11,7892$  y en el modelo con la temperatura en grados Fahrenheit  $\hat{\beta}_3 = 11,7892/1,8 = 6,54958$ .

La constante que se añade a la variable temperatura para pasar a grados Fahrenheit afecta a la estimación del término independiente porque se produce un cambio en el nivel de la variable.

Ahora bien, la información que proporcionan los coeficientes es la misma.

En el apartado d. se ha modificado las unidades de la variable dependiente dividiéndola por 100.

Como se puede observar las estimaciones de todos los coeficientes del modelo cambian, pasando a estar divididas por 100.

La información que proporcionan los coeficientes es la misma.

En el apartado e. se han modificado las unidades de los dos regresores por lo que cambia la estimación de todos los coeficientes del modelo.

### B. Coeficiente de determinación.

El coeficiente de determinación es siempre el mismo. Independientemente de las unidades en que estén medidos tanto la variable dependiente como los regresores, el 89,855 % de la variabilidad del número de sombrillas alquiladas en la muestra están explicado por la variación del precio y de la temperatura.

**C.** Suma de cuadrados de los residuos.

La suma de cuadrados de los residuos depende de las unidades de medida de la variable dependiente, por eso, sólo cambia cuando se modifican las unidades de medida de la variable dependiente en el apartado d.

Cuando medimos el número de sombrillas alquiladas en centenas, dividimos a la variable original entre 100.

$$SCR = \sum (Y_t - \hat{Y}_t)^2$$

Por lo que la suma de cuadrados de los residuos en el apartado d. está dividida por  $100^2 = 10000$ . Así, pasa de ser 7803,175 en el modelo estimado en unidades a ser 0,7803175 en el modelo estimado con centenas.

# Actividad A5.2.

## Función de producción Cobb-Douglas.

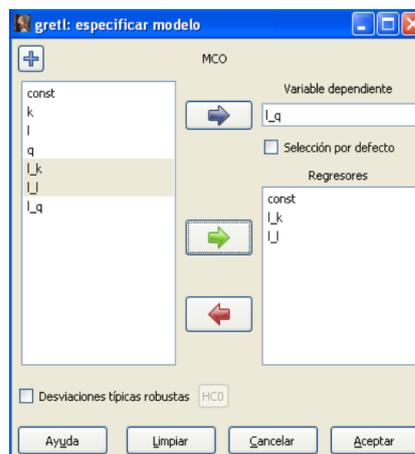
Para estimar el modelo (2), es preciso transformar las variables a logaritmos. Para ello se seleccionan las tres variables, capital, trabajo y producción, y se pincha

Añadir -- Logaritmos de las variables seleccionadas

Una vez transformadas las variables, en la ventana de diálogo que aparece al pinchar

Modelo -- Mínimos cuadrados ordinarios

se elige la variable dependiente  $l_q$ , y los regresores,  $l_k$  y  $l_l$ .



Modelo 1: MCO, usando las observaciones 1-33  
Variable dependiente: l\_q

	Coefficiente	Desv. Típica	Estadístico t	Valor p
const	-0,128673	0,546132	-0,2356	0,8153
l_k	0,487731	0,703872	0,6929	0,4937
l_l	0,558992	0,816438	0,6847	0,4988
Media de la vble. dep.	2,999473	D.T. de la vble. dep.	0,375902	
Suma de cuad. residuos	1,409389	D.T. de la regresión	0,216748	
R-cuadrado	0,688303	R-cuadrado corregido	0,667523	
F(2, 30)	33,12368	Valor p (de F)	2,55e-08	
Log-verosimilitud	5,205330	Criterio de Akaike	-4,410660	
Criterio de Schwarz	0,078862	Crit. de Hannan-Quinn	-2,900072	

La función de regresión muestral es:

$$\widehat{l_q}_i = -0,128673 + 0,487731 l_k_i + 0,558992 l_l_i \quad i = 1, 2, \dots, 33.$$

Como el modelo (2) es un modelo doble-logarítmico, los coeficientes que acompañan a las variables explicativas tienen la interpretación de elasticidades.

$\hat{\beta}_2 = 0,487731$ : si el factor capital aumenta un 1% manteniendo el factor trabajo constante, se estima que la producción aumenta un 0,487731%.

$\hat{\beta}_3 = 0,558992$ : si el factor trabajo aumenta un 1% manteniendo el factor capital constante, se estima que la producción aumenta un 0,558992%.

Una forma de estimar el modelo (2) sujeto a la restricción de rendimientos constantes a escala por Mínimos Cuadrados Restringidos es la siguiente:

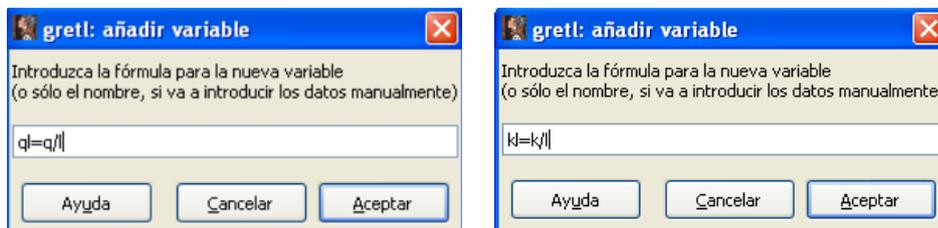
1 paso. Sustituir la restricción en el modelo (2), derivando el modelo restringido:

$$\begin{aligned}\ln q_i &= \beta_1 + \beta_2 \ln k_i + (1 - \beta_2) \ln l_i + u_i \\ \ln q_i - \ln l_i &= \beta_1 + \beta_2 (\ln k_i - \ln l_i) + u_i \\ \ln(q/l)_i &= \beta_1 + \beta_2 \ln(k/l)_i + u_i \quad (3)\end{aligned}$$

2 paso. Estimar el modelo restringido (3) por MCO.

Para estimar el modelo restringido (3) por MCO, hemos de obtener la nueva variable dependiente  $\ln(q/l)_i$  y el nuevo regresor  $\ln(k/l)_i$ . Para ello en el menú principal de Gretl se pincha

Añadir -- Definir nueva variable

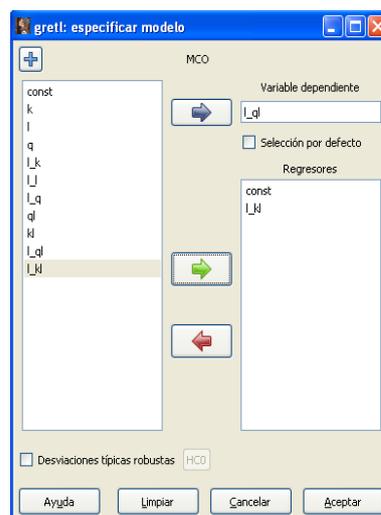


Después se obtienen los logaritmos de estas variables, seleccionándolas y pinchando Añadir -- Logaritmos de las variables seleccionadas.

Una vez transformadas las variables, en la ventana de diálogo que aparece al pinchar

Modelo -- Mínimos cuadrados ordinarios

se elige la variable dependiente  $l\_ql$ , y el regresor,  $l\_kl$ .



The screenshot shows the gretl software interface with the following output:

```

gretl: modelo 3
-----
Archivo  Editar  Contrastes  Guardar  Gráficos  Análisis  LaTeX
-----
Modelo 3: MCO, usando las observaciones 1-33
Variable dependiente: l_ql

-----
                Coeficiente   Desv. Típica   Estadístico t   Valor p
-----
const           0,0200979         0,0529262         0,3797         0,7067
l_kl            0,601598           0,559268         1,076         0,2904

Media de la vble. dep. -0,020438   D.T. de la vble. dep.  0,214013
Suma de cuad. residuos 1,412909   D.T. de la regresión  0,213489
R-cuadrado        0,035983       R-cuadrado corregido  0,004886
F(1, 31)         1,157107       Valor p (de F)        0,290367
Log-verosimilitud 5,164169       Criterio de Akaike    -6,328338
Criterio de Schwarz -3,335323     Crit. de Hannan-Quinn -5,321279

```

La estimación del modelo restringido por MCO es:

$$\ln(\widehat{q/l})_i = 0,0200979 + 0,601598 \ln(k/l)_i \quad i = 1, 2, \dots, 33$$

La estimación del modelo (2) por Mínimos Cuadrados Restringidos es:

$$\widehat{\ln q}_i = 0,0200979 + 0,601598 \ln k_i + 0,398402 \ln l_i \quad i = 1, 2, \dots, 33$$