

Solución guía al ejercicio sobre Estimación EE2

Considera el siguiente Modelo de Ecuaciones Simultáneas

$$\begin{aligned}y_{1t} &= \beta_{12}y_{2t} + \gamma_{11}x_{1t} + u_{1t} \\y_{2t} &= \beta_{21}y_{1t} + \gamma_{22}x_{2t} + \gamma_{23}x_{3t} + u_{2t}\end{aligned}$$

donde y_1, y_2 son variables endógenas, y x_1, x_2 y x_3 son las variables exógenas independientes de los términos de error u_{1t}, u_{2t} . Los errores estructurales satisfacen $u_{it} \sim iid(0, \sigma_i^2)$, $E(u_{1t}u_{2t}) = \sigma_{12} \forall t$ y $E(u_{1t}u_{2s}) = 0 \forall t \neq s$.

Dada la siguiente información muestral de productos cruzados de las variables del modelo utilizando 36 observaciones,

	y_1	y_2	x_1	x_2	x_3
y_1	100	0	10	0	-10
y_2	0	100	-10	-10	0
x_1	10	-10	10	0	0
x_2	0	-10	0	10	0
x_3	-10	0	0	0	10

1. Estima la Forma Reducida del Modelo por MCO. ¿Ganarías en algo si estimas por MCG? ¿Por qué?.

Las estimaciones MCO de los coeficientes de la primera ecuación son: (1, 0, -1) tal que la ecuación estimada quedaría:

$$\hat{y}_{1t} = x_{1t} - x_{3t}$$

Las estimaciones MCO de los coeficientes de la segunda ecuación son: (-1,-1, 0) tal que la ecuación estimada quedaría:

$$\hat{y}_{2t} = -x_{1t} - x_{2t}$$

No se ganaría nada estimando por MCG porque es un sistema de ecuaciones aparentemente no relacionadas con los mismos valores de las variables explicativas para cada ecuación. En este caso MCO=MCG.

2. Obtén una estimación de las matrices de varianzas y covarianzas de los coeficientes de la Forma Reducida. Contrasta la significatividad de estos coeficientes.

La estimación de la matriz de varianzas y covarianzas de los coeficientes de la forma reducida de ambas ecuaciones coinciden y es la siguiente:

$$V(\widehat{\pi_j^{MCO}}) = \hat{\sigma}_j^2 (X'X)^{-1} = 2,22 \begin{pmatrix} 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{pmatrix} \quad j = 1, 2$$

Utilizando un estadístico t de significatividad individual concluimos:

Para la primera ecuación son variables significativas x_1 y x_3 al 5% de significación, es decir sus coeficientes son significativamente distintos de cero, no siendo significativa la variable x_2 .

Para la segunda ecuación son variables significativas x_1 y x_2 al 5% de significación, es decir sus coeficientes son significativamente distintos de cero, no siendo significativa la variable x_3 .

3. Estima cada una de las ecuaciones estructurales por un método de Información Limitada (MCI y/o MC2E). ¿Qué ocurre si estimas la primera ecuación por MCI? ¿Y la segunda?

Las estimaciones de los coeficientes de la primera ecuación estructural por MC2E son $(0, 1)$ y los de la segunda ecuación estructural por MC2E son $(-1, -1, 0)$. Estas últimas coinciden con MCI ya que la ecuación está exactamente identificada. Si estimamos la primera ecuación al estar sobreidentificada obtenemos por MCI varias estimaciones distintas para un mismo coeficiente, ya que no imponemos las restricciones no lineales en los coeficientes de la forma reducida al estimar por MCO estos.

4. Contrasta la hipótesis nula $H_0 : \beta_{12} = 0$. ¿Implica esta hipótesis que el modelo sea recursivo?

Utilizando un estadístico t de significatividad individual usando las realizaciones del estimador de β_{12} por MC2E, $\hat{\beta}_{12} = 0$ y una estimación de la varianza de $\hat{\beta}_{12}$, $\widehat{var}(\hat{\beta}_{12})$, obtenemos

$$t = \frac{0}{\widehat{var}(\hat{\beta}_{12})} = 0.$$

Dado que ese valor muestral del estadístico es menor que 1,96 que es el valor crítico en la $N(0,1)$ al 5% de significación, no se rechaza la $H_0 : \beta_{12} = 0$.

No, para que sea recursivo el modelo además $\sigma_{12} = 0$.

5. Contrasta la hipótesis nula $H_0 : \gamma_{22} = 0, \gamma_{23} = 0$. ¿Qué implica esa hipótesis en cuanto a la identificación de los parámetros de las ecuaciones estructurales?

Para realizar este contraste como es una hipótesis conjunta de dos restricciones, se necesita utilizar el estadístico más general F de restricciones lineales. El valor muestral del estadístico es $F = 3$ que es menor que el valor crítico $\chi^2(2)_{0,05} = 5,991$, por lo que no se rechaza la hipótesis nula al 5% de significación.

Esta hipótesis implica que la primera ecuación no estaría identificada.

6. Utilizando la información muestral anterior, y las estimaciones previas de los coeficientes por información limitada, estima los parámetros estructurales por MC3E. ¿Qué se gana en este caso?

En este caso coinciden las estimaciones MC2E con las de MC3E, pero esto no es algo que necesariamente haya de ocurrir porque una ecuación está sobreidentificada. Se ganaría en eficiencia asintótica.