8. Representación y Simplificación de funciones mediante mapas de Karnaugh

Los Mapas de Karnaugh son otra forma de representar una función canónica y nos permite su simplificación de una manera gráfica y sencilla. Estos mapas son unas cuadrículas que deben completarse siguiendo las siguientes normas:

- Tabla que contiene en sus ejes las variables de entrada de forma que cada fila o columna toma un valor diferente para esas variables de entrada. Por lo tanto, cada cuadro de la cuadricula, corresponde a una combinación de las variables de entrada.
- El orden de las variables elegido en los ejes debe cumplir que sean *adyacentes*, es decir, que de una cada fila a las de al lado y de cada columna a las de al lado, *sólo haya un cambio en una de las variables*. Por lo tanto, los cuadros que estén contiguos en vertical y horizontal serán adyacentes.

Supongamos una función con 4 variables de entrada $y_3y_2y_1y_0$. El mapa correspondiente, sería el mostrado en la Tabla 15.

y_3y_2 \ y_1y_0	00	01	11	10
00	0000	0001	0011	0010
01	0100	0101	0111	0110
11	1100	1101	1111	1110
10	1000	1001	1011	1010

Combinación de entrada correspondiente a este cuadro

Tabla 1

Puesto que cada cuadrado de la Tabla 15 representa una combinación de entrada, se pueden trasladar los valores de la tabla de verdad a cada cuadro tal y como se ha indicado en la Tabal 16 a partir de la función $F\left(y_3y_2y_1y_0\right) = \sum\left(2,3,6,7,8,9\right)$

y_3y_2 \ y_1y_0	00	01	11	10
00	0000 0	0001 0	0011 1	0010 1
01	0100 0	0101 0	0111 1	0110 1
11	1100 0	1101 0	1111 0	1110 0
10	1000 1	1001 1	1011 0	1010 0

Tabla 2

Una vez se dispone del mapa de Karnaught completado, el siguiente paso en proceder con la simplificación de la función. Para ello, los pasos a seguir son los siguientes:

- Si se va a desarrollar la función como Suma de Productos (minterm) basta con anotar los 1s. Si por el contrario se va a desarrollar como Producto de Sumas (maxterm) batará con anotar los 0s.
- Realizar grupos de 2^n cuadros adyacentes con los 1s o los 0s. Dependiendo del valor de n, se simplificarán n variables.
- Todos los 1s o los 0s deben estar en algún grupo.
- El número de grupos debe ser el menor posible.
- En cada grupo, las variables que aparecen complementadas y sin complementar simultáneamente, se simplifican.
- Cada grupo será un operando de la función simplificada.
- Si hemos representado la función con minterms, es decir se han utilizado los 1s en el mapa de Karnaugt, una vez eliminadas las variables simplificables de cada grupo, el operando se completa aplicando: $\begin{matrix} 0 = \overline{x} \\ 1 = x \end{matrix}$
- Si hemos representado la función con maxterms $\begin{matrix} 1 = \overline{x} \\ 0 = x \end{matrix}$

La simplificación de las funciones mediante mapas de Karnaugh no es mas que un método visual y rápido de simplificación. No debe olvidarse que dicho procedimiento visual está basado en el álgebra de Boole.

Siguiendo con el ejemplo anterior, las agrupaciones correspondientes se representa en la Tabla 17.

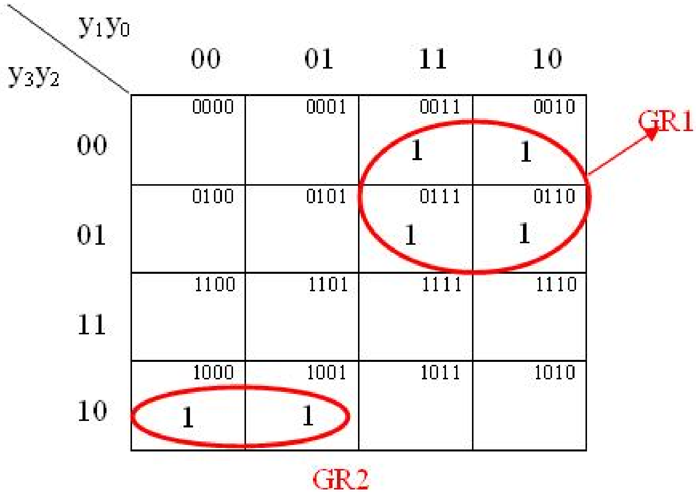

Tabla 3

En el GR1, la variable y_0 y la y_2, aparecen complementada y sin complementar, por lo tanto se simplificarán. Para las dos variables que quedan, su valor es $1=y_1$ y $0=y_3$. Por lo tanto, de este grupo el operando que queda es: $\overline{y_3}y_1$

Si aplicásemos el álgebra de Boole a los minterms que componen este grupo, llegaríamos al mismo resultado.

En le GR2, la variable y_0 aparece complementada y sin complementar por lo tanto será la única a simplificar y el operando que queda a partir de este grupo es: $y_3\overline{y_2}\,\overline{y_1}$

La función simplificada será:

$$F\left(y_3y_2y_1y_0\right)=\sum\left(2,3,6,7,8,9\right)=y_3\overline{y_2}\,\overline{y_1}+\overline{y_3}y_1$$

Si la función a representar mediante un mapa de Karnaugt es de 5 variables, se requerirán dos cuadrículas. Una de ellas representará a la quinta variable complementada y sin complementar, tal y como puede observarse en el siguiente ejemplo:

$$F\left(y_4y_3y_2y_1y_0\right)=\sum\left(0,2,8,14,15,17,19,21,23,24,30,31\right)$$

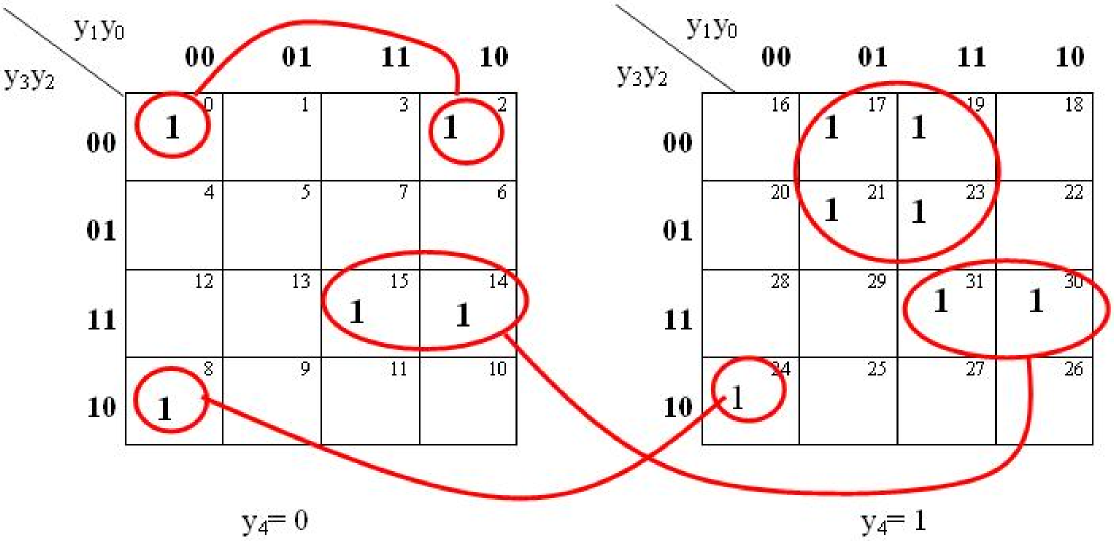

Tabla 4

Las agrupaciones se deben hacer teniendo en cuenta las dos cuadrículas, para ello, la regla es la siguiente: se coloca una cuadricula encima de la otra y los cuadros que queden solapados contienen variables adyacentes. Así pues, las agrupaciones serían las marcadas y quedarían cuatro operandos:

$$F\left(y_3y_3y_2y_1y_0\right)=\overline{y}_4\overline{y}_3\overline{y}_2\overline{y}_0+y_3\overline{y}_2\overline{y}_1\overline{y}_0+y_4\overline{y}_3y_0+y_3y_2y_1$$

Si la función a representar mediante un mapa de Karnaugt es de 6 variables, se requerirán cuatro cuadrículas que completan una cuadricula mayor. En esta *supercuadricula*, las filas y columnas serán adyacentes tal y como puede observarse en el siguiente ejemplo:

$$F\left(y_5y_4y_3y_2y_1y_0\right)=\sum\left(0,18,19,22,23,32,41,45,48,50,51,54,55,57,61\right)$$

Las agrupaciones hay que hacerlas teniendo en cuenta las cuatro cuadrículas. para ello, la regla es la siguiente: se colocan las cuatro cuadriculas apiladas y los cuadros que queden solapados contienen variables adyacentes. Así pues, las agrupaciones serían las marcadas y quedarían cuatro operandos.

$$F\left(y_5y_4y_3y_2y_1y_0\right)=\overline{y}_4\overline{y}_3\overline{y}_2\overline{y}_1\overline{y}_0+y_5\overline{y}_3\overline{y}_2\overline{y}_1\overline{y}_0+y_5y_3\overline{y}_1y_0+y_4\overline{y_3}y_1$$

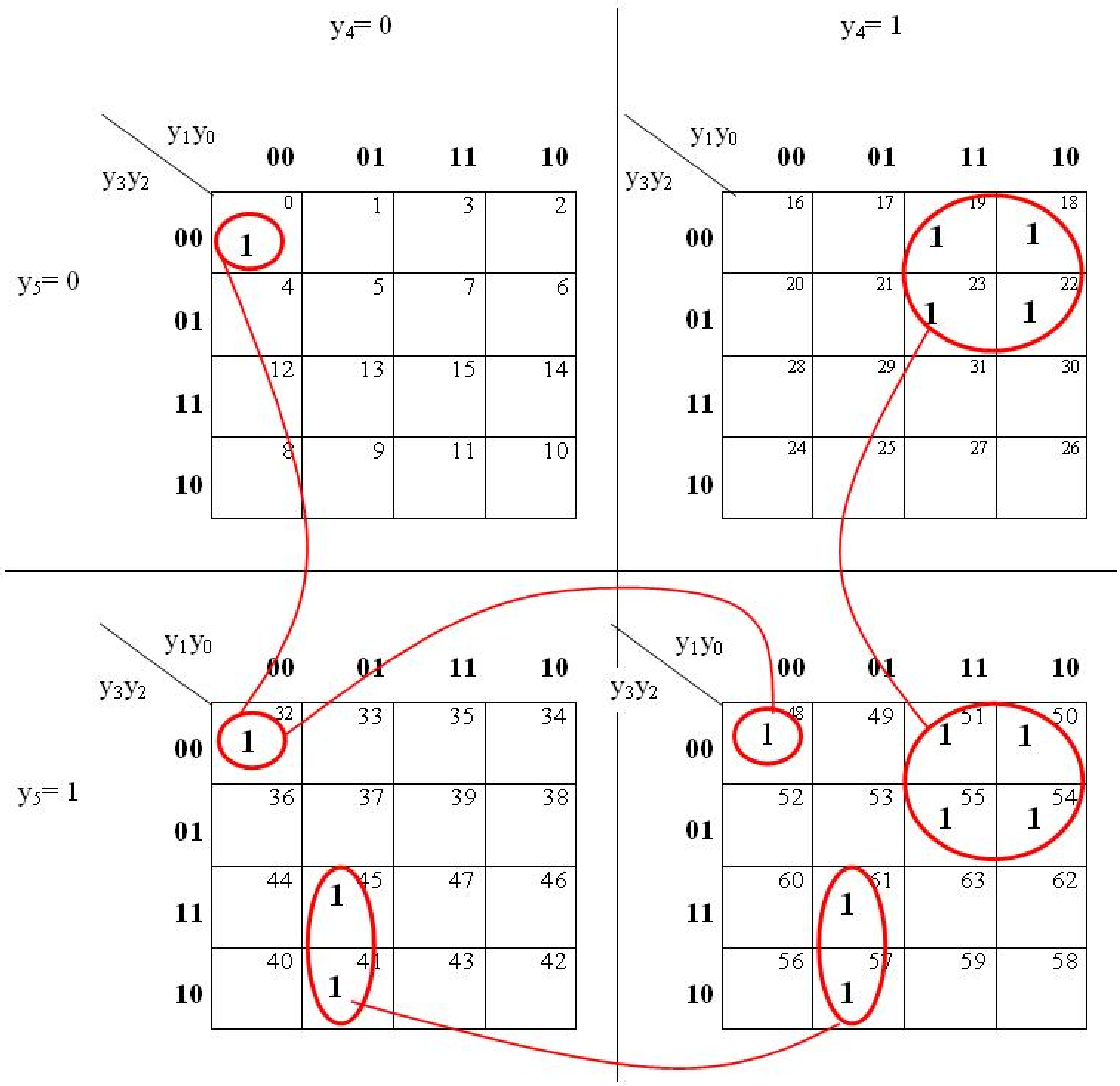

Tabla 5