

8. Funtzioen adierazpena eta sinplifikazioa Karnaugh-en mapak erabiliz

Karnaugh mapa funtzio kanonikoa adierazteko beste aukera bat da; halaber, funtzioaren sinplifikazio grafikoa eta erraza ahalbidetzen du. Mapa hori lauki-sare bat da, eta arau hauek jarraituz osatzen da:

- Taularen ardatzetan sarrera-aldagaiak jarri behar dira, eta zutabe eta errenkada bakoitzak sarrera-aldagaien konbinazio bat hartzen du. Beraz, lauki-sareko lauki bakoitzari sarrera-aldagaien konbinazio bat dagokio.
- Ardatzetan jarritako aldagaiek ondoz-ondokoak izan behar dute; hau da, ondoan dauden errenkaden (edo zutabeen) artean, aldagai bakarra aldatuko da. Hortaz, bertikalki eta horizontalki elkarrekin talka egiten duten laukiak ondoz-ondokoak izango dira.

Demagun lau sarrera-aldagai, $y_3y_2y_1y_0$, dituen funtzio bat. Hari dagokion mapa 15. Taulan ikus daiteke.

		y_1y_0			
		00	01	11	10
y_3y_2	00	0000	0001	0011	0010
	01	0100	0101	0111	0110
	11	1100	1101	1111	1110
	10	1000	1001	1011	1010

Laukitxo honi dagokion sarrera-aldagaien konbinazioa.

15. Taula

15. Taularen lauki bakoitza sarrera-aldagaien konbinazio bat adierazten duenez, egia-
taularen balioak han berriedatz daitezke, $F(y_3y_2y_1y_0) = \sum(2,3,6,7,8,9)$ funtzioarekin

16. Taulan egin den moduan.

		y_1y_0			
		00	01	11	10
y_3y_2	00	0000 0	0001 0	0011 1	0010 1
	01	0100 0	0101 0	0111 1	0110 1
	11	1100 0	1101 0	1111 0	1110 0
	10	1000 1	1001 1	1011 0	1010 0

16. Taula

Karnaugh mapa osatu ostean, sinplifikazioarekin hasteko eman behar diren pausoak hauek dira:

- Funtzioa biderketen arteko batuketa moduan (minterm) garatu nahi izanez gero, 1ak soilik idatzi beharko dira taulan. Batuketan arteko biderketa moduan (maxterm) garatu nahi izanez gero, 0ak idatzi beharko dira taulan.
- 0ak (edo 1ak) erabiliz, 2^n ondoz-ondoko lauki kopurua dituzten taldeak osatu behar dira. n -ren balioaren arabera, n aldagai sinplifikatuko dira talde bakoitzeko.
- 0 edo 1 guztiek talderen batean sartuta egon behar dute.
- Talde kopuruak ahalik eta txikien izan behar du.
- Talde bakoitzean aldi berean aldetantzikatuta eta aldetantzikatu gabe agertzen diren aldagaiak sinplifikatzen dira.
- Talde bakoitza funtzio sinplifikatuaren eragingai bat izango da.
- Eragingaia osatzeko, mapan 1ak idatzi badira, $\bar{x} = 0$ araua aplikatuko zaio $x = 1$ taldearen aldagai bakoitzari.
- Eragingaia osatzeko, mapan 0ak idatzi badira, $\bar{x} = 1$ araua aplikatuko zaio $x = 0$ taldearen aldagai bakoitzari.
- Karnaugh mapa funtzioak sinplifikatzeko ikusizko metodo arin bat besterik ez da. Ezin da ahaztu ikusizko prozedura hau Booleren aljebran oinarrituta dagoela.

$F(y_3y_2y_1y_0) = \sum(2,3,6,7,8,9)$ funtzioari etorrira berriro, funtzio horri dagokion taldekatzea 17. Taulan adierazten da.

		y_1y_0			
		00	01	11	10
y_3y_2	00	0000	0001	0011	0010
				1	1
	01	0100	0101	0111	0110
				1	1
11		1100	1101	1111	1110
10		1000	1001	1011	1010
		1	1		

1. TAL

2. TAL

17. Taula

1. Taldean, y_0 eta y_2 aldagaiak aldi berean alderantzikatu eta alderantzikatu gabe daude beraz, sinplifikatu egin daitezke. Talde horretan geratzen diren beste bi aldagaiei balioak, $1 = y_1$ eta $0 = y_3$ dira. Haiekin, funtzioaren eragingai bat osatuko da: $\bar{y}_3 y_1$

Talde hori osatzen duten *minterm*-ei Booleren aljebra analitikoki aplikatzen bazaie, emaitza bera lortzen da.

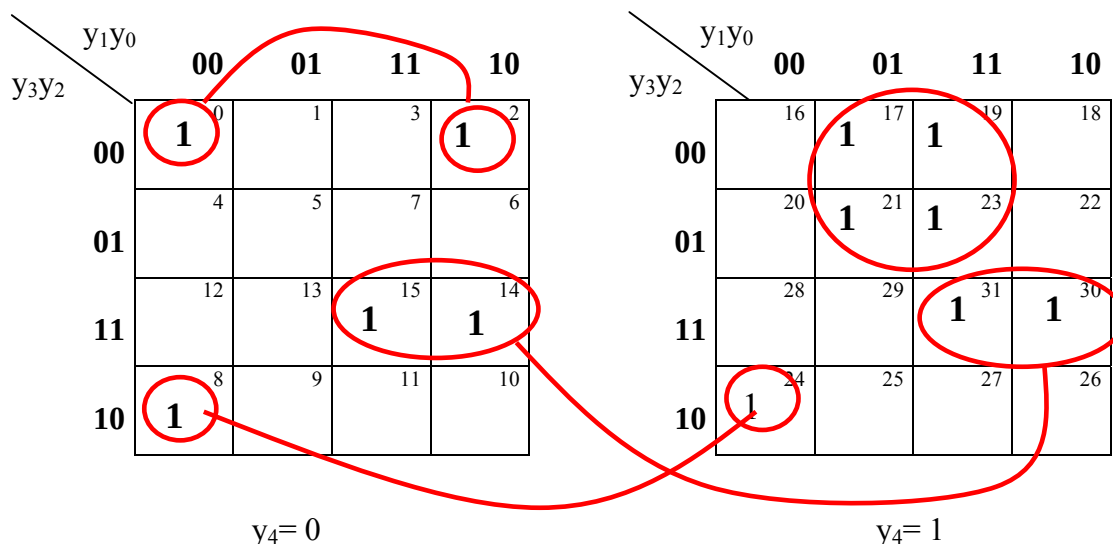
2. TALdean, y_0 aldagaia aldi berean alderantzikatu eta alderantzikatu gabe dago beraz, sinplifikatu egin daiteke. Talde horretan geratzen diren aldagaiekin funtzioaren beste eragingaia osatzen da: $y_3 \bar{y}_2 \bar{y}_1$

Horrela, funtzio sinplifikatua hau izango litzateke:

$$F(y_3 y_2 y_1 y_0) = \sum(2, 3, 6, 7, 8, 9) = y_3 \bar{y}_2 \bar{y}_1 + \bar{y}_3 y_1$$

Bost aldagai dituen funtzioa Karnaugh maparekin adierazteko bi lauki-sare behar dira. Haietariko batean, bostgarren aldagaia alderantzikatuta agertuko da eta bestean; ordea, alderantzikatu gabe, adibide honetan ikus daitekeen moduan:

$$F(y_4 y_3 y_2 y_1 y_0) = \sum(0, 2, 8, 14, 15, 17, 19, 21, 23, 24, 30, 31)$$



18. Taula

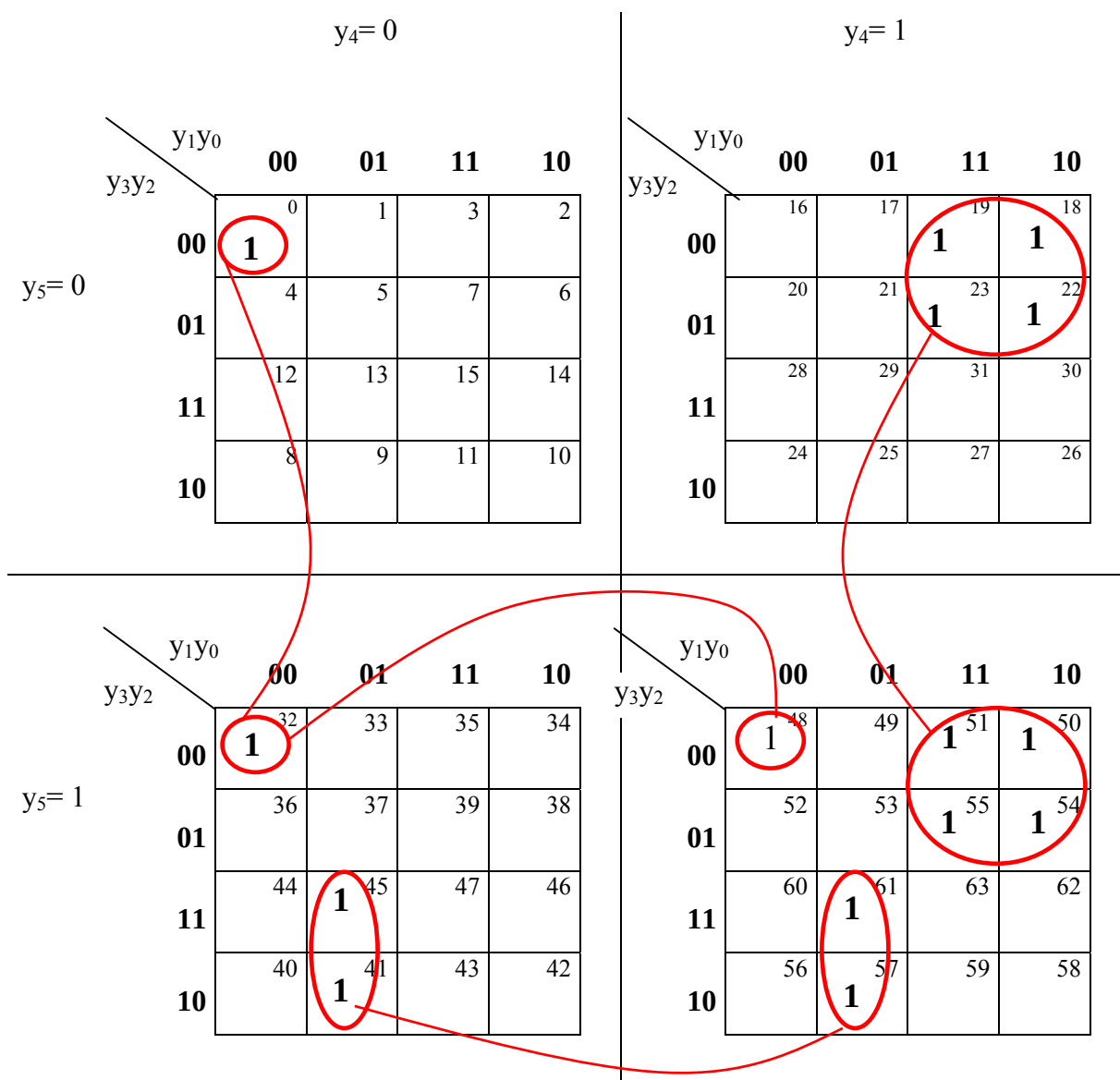
Orain, taldekatzeko prozeduran, bi lauki-sare kontuan izan beharko dira ondoz-ondokotasun araua mantenduz. Taldekatzeko posibilitateak begiratu batean ikusteko,

nahikoa da lauki-sare bat bestearen gainean jartzea eta solapatzen diren laukiak ondo-ondokoak izango dira. Horren arabera, taldekatzeko posibilitateak 18. Taulan ikus daitezke, eta funtzio sinplifikatua hau izango litzateke:

$$F(y_3y_2y_1y_0) = \overline{y_4}\overline{y_3}\overline{y_2}\overline{y_0} + y_3\overline{y_2}\overline{y_1}\overline{y_0} + y_4\overline{y_3}y_0 + y_3y_2y_1$$

Sei aldagai dituen funtzioa Karnaugh maparekin adierazteko, lau lauki-sare behar dira. Lau lauki-sare horiekin beste lauki-sare bat osatu behar da. Superlauki-sare horren zutabeak eta errenkadak ondo-ondokoak izango dira, adibide honetan azter daitekeen moduan.

$$F(y_5y_4y_3y_2y_1y_0) = \sum(0,18,19,22,23,32,41,45,48,50,51,54,55,57,61)$$



19. Taula

Orain, taldekatzeko prozeduran lau lauki-sareak kontuan izan beharko dira ondo-ondokotasun araua mantenduz. Taldekatzeko posibilitateak gainbegiratu batean ikusteko, nahikoa da lauki-sare bat bestearen gainean jartzea eta gainjartzen diren laukiak, ondo-ondokoak izango dira. Horren arabera, taldekatzeko posibilitateak 19. Taulan ikus daitezke, eta funtzio sinplifikatua hau izango litzateke:

$$F(y_5 y_4 y_3 y_2 y_1 y_0) = \overline{y_4} \overline{y_3} \overline{y_2} \overline{y_1} \overline{y_0} + y_5 \overline{y_3} \overline{y_2} \overline{y_1} \overline{y_0} + y_5 y_3 \overline{y_1} \overline{y_0} + y_4 \overline{y_3} y_1$$