

Cuestiones

- C1. (1.5 pts.) Descomponer en factores irreducibles sobre \mathbb{Q} el polinomio $f(x) = x^6 + x^5 - 2x^4 + 2x^2 + 2x - 4$.
- C2. (1.5 pts.) Hallar un subespacio f -invariante no trivial siendo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ la aplicación cuya matriz asociada en la base canónica es $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- C3. (1.5 pts.) Determinar la matriz asociada respecto de la base canónica de la forma bilineal $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ sabiendo que

$$f((2, 0, 0), (2, 0, 0)) = 0 \quad f((2, 0, 0), (0, 2, 1)) = -4 \quad f((2, 0, 0), (1, 1, 1)) = -1$$

$$f((0, 2, 1), (0, 2, 1)) = 1 \quad f((0, 2, 1), (1, 1, 1)) = f((1, 1, 1), (1, 1, 1)) = -1$$

y calcular su signatura.

Problemas

- P1. (2.5 pts.) Se considera el endomorfismo $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ cuya matriz asociada en la base canónica es:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (i) Hallar su forma canónica de Jordan J .

- (ii) ¿Son las matrices $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ asociadas a f ? Razona tu respuesta.

- P2. (2.5 pts.) Se considera el espacio \mathbb{R}^3 en el que se ha definido un producto escalar $(,)$ de forma que la base $\mathfrak{B} = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ es ortonormal respecto de $(,)$. Se define en \mathbb{R}^3 el endomorfismo $f((a, b, c)) = (7a - 8b + 6c, 3a - 7b + 9c, 5c)$.

- (i) Estudiar si f es una isometría y/o endomorfismo autoadjunto de $(\mathbb{R}^3, (,))$.
- (ii) Hallar, si es posible, una base ortonormal respecto de $(,)$ de \mathbb{R}^3 que esté formada por vectores propios de f .

- (iii) ¿Existe una base de \mathbb{R}^3 respecto de la cual la matriz asociada a f sea $\begin{pmatrix} -5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$? ¿Por qué?

Teoría

- T1. (1.5 pts.) Vectores y valores propios de un endomorfismo.