4. Formas no degeneradas.

En esta lección estudiamos un tipo especial de formas bilineales simétricas: las no degeneradas. Una forma bilineal simétrica f se dice que es **no degenerada** si el núcleo de la forma bilineal f es $\{0_V\}$.

Estas formas bilineales no degeneradas tienen una caracterización sencilla es términos de su matriz asociada. En efecto, es fácil demostrar que

Teorema 4.1. *Sea $f : V \times V \to K$ una forma bilineal simétrica. Entonces, f es no degenerada si y sólo si su matriz asociada respecto de cualquier base es inversible.*

Además, cuando se trabaja con formas bilineales simétricas no degeneradas existe una relación entre las dimensiones de un subespacio y su ortogonal:

Teorema 4.2. *Sea $f : V \times V \to K$ una forma bilineal simétrica no degenerada. Si S es un subespacio de V, entonces*

$$\mathrm{dim} V = \mathrm{dim} S + \mathrm{dim} S^{\perp},$$

donde $S^{\perp}$ es el complemento ortogonal de S respecto de f.