3. Formas bilineales simétricas. Ortogonalidad.

Empezamos a trabajar con un tipo especial de formas bilineales: las simétricas.

Definición. Una forma bilineal $f : V \times V \to K$ se dice que es una **forma bilineal simétrica** si $f(v, v') = f(v', v)$ para cualesquiera vectores $v, v' \in V$.

Es sencillo caracterizar a las formas bilineales simétricas: son aquellas que tienen por matriz asociada a matrices simétricas, esto es, matrices que verifican que $A = A^t$.

Para las formas bilineales simétricas introducimos un nuevo concepto: el de ortogonalidad.

Definición. Sea $f : V \times V \to K$ una forma bilineal simétrica y $v, v' \in V$. Se dice que v y v' son **vectores ortogonales** respecto de f si $f(v, v') = 0$.

Es fácil probar que

Teorema 3.1. *Sea $f : V \times V \to K$ una forma bilineal simétrica y S un subespacio vectorial de V. Entonces,*

$$S^\perp = \{v \in V | v \text{ es ortogonal a } s, \forall s \in S\}$$

es un subespacio vectorial llamado subespacio ortogonal ó **complemento ortogonal** *de S.*

Cuando $S = V$, al complemento ortogonal de V se le llama **núcleo de la forma bilineal** f.