1. Planteamiento del problema.

Sea V un espacio vectorial de dimensión finita n y $f : V \to V$ un endomorfismo de V, esto es, una aplicación lineal de V en V. Estamos interesados en buscar una base V respecto de la cual la matriz asociada a f sea lo más sencilla posible, esto es tenga el mayor número posible de '0' en sus casillas. Por ello, en este tema analizamos el problema de saber cuando un endomorfismo admite como matriz asociada una matriz triangular superior. Además, en caso de que sea posible, nos interesará localizar una base respecto de la cual la matriz asociada a f sea triangular. Recordemos que dada $A = (a_{ij}) \in \mathrm{Mat}_{n\times n}(K)$ se dice que A es **triangular superior** si $a_{ij} = 0$ para $i \in \{1, \ldots, n\}$ y $1 \leq j < i$.

Definición. Sea $f : V \to V$ una aplicación lineal. Se dice que f es **triangularizable** si existe una base $\mathfrak{B}$ de V (que tomaremos tanto en origen como en llegada) respecto de la cual la matriz asociada a f es triangular superior.

En el problema de triangularización, observamos lo siguiente: dado un endomorfismo triangularizable pueden existir dos matrices triangulares superiores diferentes que sean asociadas al endomorfismo dado. Por ejemplo, si tomamos la aplicación lineal $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por $f((x, y, z)) = (x, x + y + z, z)$, entonces la matriz asociada a f respecto de la base $\{(0, \frac{1}{3}, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 0)\}$ es $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y si elegimos como base para $\mathbb{R}^3$ a $\{(0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, -1)\}$ la matriz asociada a f es $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Por tanto, podemos tener más de una matriz triangular superior que esté asociada a f. Por ello, vamos a imponer más condiciones: si un endomorfismo es triangularizable, intentaremos localizar la matriz triangular superior con mayor número de ceros posibles en sus entradas tal que sea asociada al endomorfismo dado. A esta matriz le pediremos también que en las casillas $(i, i+1)$, para $i = 1, \ldots, n$, siendo $n = \dim(V)$, sólo puedan aparecer '0' o '1' y las casillas (i, j) con $j > i + 1$ tome el valor '0'. Esta matriz será la una matriz de Jordan que se conoce como **forma canónica de Jordan** del endomorfismo f. En este tema veremos que condiciones debe cumplir f para que exista y cómo localizar una base respecto de la cuál sea su matriz asociada la forma canónica de Jordan.