4. Relación entre las matrices triangularizables y endomorfismos triangularizables.

Como ya se ha indicado con anterioridad, si tenemos una matriz cuadrada $A \in Mat_{n\times n}(K)$ podemos interpretarla como la matriz asociada a cierto endomorfismo $f : V \to V$ respecto de una base $\mathfrak{B}$. Entonces, A es triangularizable si y sólo si f es triangularizable.

Además si λ es un valor propio de A, podemos interpretar los vectores que figuran en $E_{j,A}(\lambda)$ de la manera siguiente: si $\begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} \in E_{j,A}$, entonces $\begin{pmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$ son las coordenadas de un vector v en la base $\mathfrak{B}$ que satisface $(f - \lambda 1_V)^j(v) = 0$. Esto es, los elementos de los subespacios $E_{j,A}(\lambda)$ son las coordenadas de los vectores de $E_j(\lambda)$ en la base $\mathfrak{B}$.

Recíprocamente, si tenemos calculado $E_j(\lambda)$ las coordenadas de sus vectores en la base $\mathfrak{B}$ nos permiten construir $E_{j,A}(\lambda)$.

En consecuencia, ambos subespacios $E_{j,A}(\lambda)$ y $E_j(\lambda)$ están claramente relacionados.

Por otro lado, por el algoritmo de construcción y la relación mencionada entre $E_{j,A}(\lambda)$ y $E_j(\lambda)$, la forma canónica de Jordan de A y f coinciden. Por ello, si estamos interesados en calcular la forma canónica de Jordan de una matriz A podemos construir en primer lugar el endomorfismo asociado que tiene a A como matriz asociada y aplicar el algoritmo de construcción de la forma canónica de Jordan de f y ésta será precisamente la forma canónica de A. Además para construir una matriz de paso P entre A y J bastará con calcular la matriz de cambio de base entre la base de partida $\mathfrak{B}$ y la base hallada respecto de la cual la matriz asociada a f es J.

De forma análoga, si tenemos la forma canónica de Jordan J de una matriz A, esta matriz de Jordan J será también la matriz de Jordan de un endomorfismo f que tenga a A como matriz asociada en una base $\mathfrak{B}$ y la matriz de paso llevará en sus columnas las coordenadas de los vectores de la base respecto de la cual la matriz asociada a f es J respecto de la base $\mathfrak{B}$.