Aljebra Trukakorra. 5. gaia. Galdetegiaren soluzioak

Gustavo Fernández, Luis Martínez
Matematika Saila, Euskal Herriko Unibertsitatea UPV/EHU

1. **Bat.** Ordena monomial hori mailaren araberakoa da: $X^\alpha > X^\beta$ dugu baldin eta soilik baldin $\alpha > \beta$ bada.

2. **Alderantzizko ordena lexikografico mailakatuan.**

3. **Gezurra.** Adibidez, $n = 2$ bada, $X_1 >_{\text{lex}} X_2$ dugu. Hala ere, $\text{rev}(1,0) = (0,1)$ eta $\text{rev}(0,1) = (1,0)$ dugu, eta ez da egia $X_2 >_{\text{grlex}} X_1$ denik.

4. **Beti.** Izan ere, $q_1, \ldots, q_m$ badira zatiketaren algoritmo orokortuak ematen dituen zatidurak, orduan $f = q_1 f_1 + \cdots + q_m f_m \in \mathfrak{a}$ dugu.

5. **Batzuetan.** Egia esan, hori gertatzen da baldin eta soilik baldin $f_1, \ldots, f_m$ $\mathfrak{a}$-ren Gröbnerren oinarria bada.

6. $\mathbf{-XY^2 - XY + YZ/2 - Z/2}$.

7. **Gezurra.** Emaitza zuzenak dio Gröbnerren oinarria dela baldin eta soilik baldin $S(g_i, g_j)$ polinomioa $\{g_1, \ldots, g_m\}$ multzoarekin zatitzean hondarra 0 bada $i \neq j$ guztietarako.

8. **Batzuetan.** Adibidez, ordena lexikografikoa hartzen badugu $X > Y > Z$ izanik, orduan ez da Gröbnerren oinarria, baina ordena lexikografikoan $Z > Y > X$ aukeratzen badugu, orduan bada Gröbnerren oinarria.

9. **Inoiz ez.** Gröbnerren oinarri bati polinomio batzuk gehitzen badizkiogu, Gröbnerren oinarria izaten jarraitzen du.

10. $|\mathbf{G_1}| = |\mathbf{G_2}|$. Baina ez da zertan bete $G_1 = G_2$ berdintza. Adibidez, ordena lexikografikoa aukeratzen badugu $X > Y > Z$ izanik, orduan $G_1 = \{X, Y, Z\}$ eta $G_2 = \{X + Y + Z, Y + Z, Z\}$ ideal beraren Gröbnerren bi oinarri minimal desberdin dira.