5. Gaia: Programen eratorpen formala

7. Ariketa-orria

1. Proposatutako errekurrentzia erlazioa erabiliz, hurrengo programa errekurtsiboak iteratibo bihurtu.

1.1. *agerkop* funtzioak x digitua ($0 \leq x \leq 9$) y zenbaki arruntean zenbat aldiz agertzen den kalkulatzen du.

$$agerkop(x,y) = \begin{cases} 1 & \texttt{baldin } x = y \\ 0 & \texttt{baldin } 0 \leq y \leq 9 \wedge x \neq y \\ agerkop(x, y/10) + 1 & \texttt{baldin } y \geq 10 \wedge y \; mod \; 10 = x \\ agerkop(x, y/10) & \texttt{baldin } y \geq 10 \wedge y \; mod \; 10 \neq x \end{cases}$$

Errekurrentzia erlazioa:

$$agerkop(x,y) = agerkop(x,u) + v$$

1.2. $HurBainoHandi : sekuentzia(nat) \rightarrow nat$ funtzioak kalkulatzen du zenbat elementu dauden sekuentzia batean hurrengo elementua baino handigoak.

(1) $HurBainoHandi(\langle \, \rangle) = 0$
(2) $HurBainoHandi(\langle x \rangle) = 0$
(3) $HurBainoHandi(x \bullet (y \bullet S)) =$
$$\begin{cases} 1 + HurBainoHandi(y \bullet S) & \texttt{baldin } x > y \\ HurBainoHandi(y \bullet S) & \texttt{bestela} \end{cases}$$

Errekurrentzia erlazioa:

$$HurBainoHandi(S) = HurBainoHandi(U) + v$$

1.3. f funtzio, $1 \leq n \leq m$ aurrebaldintza hartuta:

$$f(m,n) = \begin{cases} 1 & \texttt{baldin } n = m \\ \frac{(n+1) \times f(m,n+1)}{(m-n)} & \texttt{baldin } n < m \end{cases}$$

Errekurrentzia erlazioa:

$$f(m,n) = \frac{u \times f(m,v)}{w}$$

1.4. $f : nat^+ \rightarrow nat^+$ funtzioa errekurtsibitate bikoitzekoa da:

$$f(n) = \begin{cases} n & \texttt{baldin } 1 \leq n \leq 2 \\ f(n-3) & \texttt{baldin } n \geq 3 \wedge bikoiti(n) \\ f(n-1) + f(n-2) & \texttt{baldin } n \geq 3 \wedge bakoiti(n) \end{cases}$$

Errekurrentzia erlazioa:

$$f(n) = x \times f(2 \times z) + y \times f(2 \times z - 1)$$

Laguntza! Hasieraketan baikoitiak eta bikoitiak bereizi egin behar dira.

2. Hurrengo funtzio errekurtsiboak emanda, errekurrentzia erlazioa atera.

2.1. Aurre $\equiv \{ \; x \geq 0 \; \}$
Post $\equiv \{ \; emaitza = f(x,y) \; \}$

$$f(x,y) = \begin{cases} y & \texttt{baldin } x = 0 \\ x * y + f(x-1, y+1) & \texttt{bestela } x > 0 \end{cases}$$

2.2. *partitu* : $T \times sekuentzia(T) \rightarrow sekuentzia(T)$ funtzioak sekuentzia baten partizioa lortzen du, emandako elementu bat baino txikiagoak edo berdinak direnak hasieran jarriz eta handiagoak bukaeran.

$$(1)\ partitu(x, \langle\ \rangle) = \langle\ \rangle$$
$$(2)\ partitu(x, y \bullet S) = \begin{cases} y \bullet partitu(x,S) & \texttt{baldin } y \leq x \\ partitu(x,S)@\langle y \rangle & \texttt{bestela} \end{cases}$$

2.3. *irauli* : $pila(T) \times pila(T) \rightarrow pila(T)$ funtzioak pila bat beste batean iraultzen du.

$$(1)\ irauli(hutsa, Q) = Q$$
$$(2)\ irauli(pilaratu(K,x), Q) = irauli(K, pilaratu(Q,x))$$

3. Burstall-en metodoa erabiliz, bihurtu iteratibo honako funtzio errekurtsiboak (ekuazionalki definituak).

3.1. *mugkop* funtzioak, $n \geq 1$ (disko-kopurua) emanda, Hanoiko dorreen problema n diskotarako ebazteko egin behar diren mugimenduaren kopurua kalkulatzen du.

$$mugkop(n) = \begin{cases} 1 & \texttt{baldin } n = 1 \\ 2 * mugkop(n-1) + 1 & \texttt{bestela} \end{cases}$$

3.2. *bitar* funtzioak x zenbaki arruntaren balio bitarra kalkulatzen du.

$$bitar(x) = \begin{cases} x & \texttt{baldin } 0 \leq x \leq 1 \\ 10 * bitar(x/2) & \texttt{baldin } bikoiti(x) \wedge x \geq 2 \\ 10 * bitar(x/2) + 1 & \texttt{baldin } bakoiti(x) \wedge x \geq 2 \end{cases}$$

3.3. *azkenin* : $arbit(T) \rightarrow T$ funtzioak arbola bitar bateko azkeneko nodoa lortzen du, inordenan korrituta.

$$(1)\ azkenin(hutsa) = errore$$
$$(2)\ azkenin(errotu(x, Ezker, Ezkuin) =$$
$$\begin{cases} x & \texttt{baldin } hutsa\_da(Eskuin) \\ azkenin(Eskuin) & \texttt{bestela} \end{cases}$$

3.4. *elkartu* : $sekuentzia(T) \times sekuentzia(T) \rightarrow sekuentzia(T)$ funtzioak bi sekuentzia elkartu egiten ditu.

$$(1)\ elkartu(\langle\ \rangle, S) = S$$
$$(2)\ elkartu(R, \langle\ \rangle) = R$$
$$(3)\ elkartu(x \bullet R, y \bullet S) = \langle x, y \rangle @ elkartu(R,S)$$