

Problemas de modelos lineales y solución gráfica

Modelos lineales.

1. Una familia que se dedica a la agricultura ecológica elabora mermelada casera. Este año ha recogido 1000 kg de manzana, 600 kg de ciruela y 800 kg de melocotón para la elaboración de mermeladas. El coste de un kg de manzana es 0.40 euros, un kg de ciruela 0.60 euros y un kg de melocotón 0.80 euros. Con las frutas elabora dos tipos de mermelada:

- Mermelada de un sabor: manzana, ciruela, melocotón.
- Mermelada de dos sabores: mezcla de manzana y ciruela, mezcla de manzana y melocotón.

Con un kg de fruta se elabora un kg de mermelada. Las mermeladas de dos sabores se elaboran con la misma cantidad de cada fruta de la mezcla.

Las mermeladas se venden al precio de 2 euros el kg de mermelada de un sabor y 2.5 euros el kg de mermelada de dos sabores.

Para las mermeladas de un sabor las demandas son: 175 kg de mermelada de manzana, 160 kg de ciruela y 150 de melocotón. No hay demanda limitada para las mermeladas de dos sabores.

Plantear un modelo lineal que permita a la familia decidir la cantidad de mermelada de cada tipo que le conviene producir para obtener el máximo beneficio con la fruta disponible.

2. Una empresa produce dos tipos de macedonia: normal y baja en calorías. Los componentes de las frutas utilizadas para las macedonias y sus características se dan en la siguiente tabla.

Fruta	Calorías c/kg	Calcio mg/kg	Fósforo mg/kg	Vitamina C mg/kg	Precio euro/kg
Cereza	700	250	200	120	5
Sandía	300	100	90	60	0.9
Mango	580	150	220	50	4
Naranja	490	400	200	550	1.6
Melón	300	140	160	300	1.4
Plátano	900	90	280	100	1.5

A continuación de define la composición de cada kg de macedonia.

- Macedonia normal: al menos 150 mg de calcio, 200 mg de fósforo y 200 mg de vitamina C.

- Macedonia baja en calorías: como máximo 400 c, al menos 100 mg de fósforo y 250 mg de vitamina C.

Para que las macedonias resulten atractivas deben contener frutas de distintos colores en las siguientes cantidades:

- Frutas de color rojo: cereza y sandía al menos el 10%.
- Frutas de color naranja: mango y naranja al menos el 30%.
- Frutas de color blanco: melón y plátano al menos 20%.

Plantear un modelo lineal para determinar la composición de las macedonias.

3. Durante el verano los niños y las niñas de un pueblo acuden a actividades de tiempo libre en la Colonia 1 que está a 8 km del pueblo o en la Colonia 2 que está a 26 km. Los datos de los niños y niñas participantes y el idioma en el que están escolarizados se dan en la tabla.

Idioma	Cantidad
Euskara	650 niñas, 600 niños
Castellano	475 niñas, 475 niños

Aprovechando estas actividades se quiere potenciar el aprendizaje y uso del euskara para lo que en cada colonia al menos la mitad deben hablar en euskara. También se requiere que en cada colonia al menos la mitad sean niñas.

La Colonia 1 tiene una capacidad limitada a 800 plazas.

Plantear un modelo lineal para distribuir los niños y las niñas en las colonias teniendo en cuenta que el criterio preferido por la totalidad es estar en la colonia más cercana al pueblo.

4. Una empresa fabrica dos tipos de buzos para el trabajo, de tela nueva y de tela reciclada. La empresa quiere planificar la producción para los próximos 6 meses teniendo en cuenta las demandas de la siguiente tabla.

Mes	Demanda buzos de tela nueva	Demanda buzos de tela reciclada
1	100	100
2	300	150
3	500	300
4	600	200
5	200	100
6	450	300

El coste de producción es de 70 euros un buzo de tela nueva y 60 euros de tela reciclada. Los buzos que se producen un mes y no se venden se almacenan a un coste de 1 euro al mes. Por las horas de trabajo disponibles la empresa puede producir mensualmente un máximo 400 buzos de tela nueva y 200 de tela reciclada. La capacidad de almacenamiento no está limitada. Al principio del primer mes la empresa no tiene buzos en el almacén y se quiere que tampoco sobren al final del mes 6.

Plantear un modelo lineal que permita a la empresa organizar la producción.

5. El alumnado de un aula quiere formar un grupo para participar en un concurso en la televisión. Los grupos tienen que estar formados por al menos 3 niñas y/o niños y se premiará a aquellos grupos con menor número de participantes.

El concurso trata de responder a preguntas sobre seis temas. En el aula hay un total de 20 niños y niñas. Para seleccionar a los y las mejores participantes se realiza una prueba previa en la escuela con preguntas sobre los 6 temas y se obtiene la siguiente tabla de puntuaciones.

Tema	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	7	8	6	5	7	9	10	5	5	7	6	8	6	7	7	6	5	7	9	5
2	7	6	5	5	9	7	7	7	6	7	6	7	8	8	6	5	6	7	7	7
3	7	7	7	6	6	5	6	7	9	7	5	5	7	7	10	6	7	8	5	7
4	8	7	6	9	7	7	5	7	8	9	6	6	7	5	7	7	7	5	6	10
5	6	5	7	6	6	5	7	7	7	6	7	5	9	7	7	7	10	6	5	5
6	7	7	10	7	5	6	6	9	6	7	8	9	5	7	7	10	6	7	7	5

Se trata de seleccionar el grupo más pequeño que tenga al menos un/a especialista en cada tema, considerando especialista a quien tenga una puntuación de 8 o más. ¿Cuántos/as alumnos/as participarán en el grupo? ¿Quiénes serán seleccionados/as? Plantear un modelo lineal que permita contestar a estas preguntas.

Solución gráfica.

Resolver gráficamente los siguientes modelos lineales y decir de que tipo son las soluciones óptimas obtenidas.

1. $\min z = 2x_1 - x_2$

sujeto a

$$6x_1 - 6x_2 \leq 3$$

$$x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2. $\max z = -6x_1 - 2x_2$

sujeto a

$$x_1 - 4x_2 \leq 4$$

$$x_1 + x_2 \geq 4$$

$$8x_1 - 4x_2 \geq -8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

3. $\max z = 2x_1 + 4x_2$

sujeto a

$$3x_1 - 3x_2 \leq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$2x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

4. $\max z = x_1 + 4x_2$

sujeto a

$$x_1 - 2x_2 \leq 1$$

$$2x_1 + 2x_2 \geq 1$$

$$3x_1 - x_2 \geq -3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

5. $\min z = x_1 + 2x_2$

sujeto a

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 2$$

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$6x_1 - 4x_2 \geq -4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

6. $\max z = x_1 + 2x_2$

sujeto a

$$3x_1 - 2x_2 \leq -2$$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$2x_1 + x_2 \geq 2$$

$$x_1 - x_2 \geq 1$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

7. $\max z = 6x_1 + 4x_2$

sujeto a

$$2x_1 - 2x_2 \geq -1$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 2$$

$$3x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

8. $\min z = -x_1 - 3x_2$

sujeto a

$$x_1 + x_2 \geq 1$$

$$6x_1 - 3x_2 \geq -6$$

$$x_1 - 2x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$