

Dualtasuna. Ariketak

1. Eredu lineal hauen dualak idatz itzazu:

1.1. $\min z = 2x_1 + 3x_2 - 4x_3$

hauen mende

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 \geq 1$$

$$2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 7$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 10$$

$$x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 : \text{ez-mur.}$$

1.2. $\min z = x_1 + 3x_2 + x_3$

hauen mende

$$4x_1 - x_2 + 2x_3 \leq -7$$

$$2x_1 - 4x_2 \geq 12$$

$$2x_1 + 8x_2 + 4x_3 \geq 5$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

1.3. $\max z = 2x_1 + 2x_2 + 5x_3$

hauen mende

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 12$$

$$-x_1 + 5x_2 - 2x_3 \geq -8$$

$$3x_1 + 4x_2 - 6x_3 \leq 10$$

$$x_1 \leq 0, x_2, x_3 \geq 0$$

1.4. $\max z = x_1 + x_2 + 5x_3$

hauen mende

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \leq -4$$

$$-x_1 + 6x_2 + 2x_3 \geq 2$$

$$4x_1 - x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0, x_3 : \text{ez-mur.}$$

1.5. $\min z = 4x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4$

hauen mende

$$4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 \leq -6$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 6$$

$$5x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 \geq 10$$

$$x_1, x_2 \leq 0, x_3, x_4 \geq 0$$

1.6. $\max z = x_1 + 4x_2$

hauen mende

$$2x_1 - 4x_2 \leq 14$$

$$-x_1 + 8x_2 \geq -6$$

$$4x_1 + 6x_2 \leq 10$$

$$x_1 + 9x_2 = 3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \leq 0$$

2. Eredu lineal hauen dualak kalkula itzazu, eta bai emandako ereduaren eta baita dualaren ebazpen grafikoak egin itzazu. Esan problema bakoitzerako zein motako soluzioa lortzen den (soluziorik ez, bakarra, anizkoitza, bornegabea).

$$2.1. \quad \min z = 4x_1 + 6x_2$$

hauen mende

$$2x_1 + x_2 \geq 4$$

$$x_1 + 4x_2 \geq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$2.2. \quad \max z = 4x_1 + 6x_2$$

hauen mende

$$10x_1 + 12x_2 \leq 22$$

$$2x_1 + 6x_2 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$2.3. \quad \max z = -2x_1 + 6x_2$$

hauen mende

$$-x_1 + 3x_2 \leq 9$$

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$2.4. \quad \max z = -3x_1 + 2x_2$$

hauen mende

$$-4x_1 + 2x_2 \geq 2$$

$$x_1 - 2x_2 \leq -4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

3. Eredu lineal hauen soluzio optimoa kalkula ezazu simplex dual algoritmoa erabiliz:

$$3.1. \max z = -2x_1 - 4x_2 - 3x_3$$

hauen mende

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 8$$

$$4x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 10$$

$$6x_1 + x_2 + 4x_3 \geq 12$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$3.2. \min z = 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4$$

hauen mende

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 \geq 22$$

$$4x_1 + 4x_2 + x_3 + 4x_4 \leq 20$$

$$2x_1 + 8x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 15$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$3.3. \max z = -2x_1 - 3x_2 - x_3 - x_4$$

hauen mende

$$x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 \leq 40$$

$$2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 \geq 30$$

$$2x_1 + x_3 \leq 25$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$3.4. \max z = -6x_1 - 4x_2 - 5x_3 - 4x_4$$

hauen mende

$$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 5x_4 \leq 10$$

$$x_1 + 2x_2 + x_4 \geq 25$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$3.5. \max z = -2x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4$$

hauen mende

$$6x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 12$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 \geq 12$$

$$x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 4x_4 \geq 14$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$3.6. \max z = -3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 5x_4$$

hauen mende

$$4x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq 48$$

$$-x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 \geq 8$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \geq 6$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$3.7. \max z = 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4$$

hauen mende

$$3x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 36$$

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 \geq 14$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 \geq 10$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$3.8. \max z = 6x_1 + 5x_2 + 5x_3$$

hauen mende

$$-x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 40$$

$$2x_1 - 2x_2 - x_3 \geq 30$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$3.9. \max z = 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4$$

hauen mende

$$6x_1 - 6x_2 + 9x_3 + 3x_4 \geq 28$$

$$3x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 \geq 22$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

4. Izan bedi eredu lineal hau:

$$\max z = 10x_1 + 6x_2$$

hauen mende

$$x_1 + 2x_2 \leq 2$$

$$2x_1 + x_2 \leq 3$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 3$$

$$4x_1 + x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

4.1 Idatz ezazu eredu duala.

4.2 Ebatz ezazu eredu duala algoritmorik egokiena erabiliz: simplex primala edo simplex duala.

4.3 Dualaren taula optimotik eredu primalaren soluzio optimoa lor ezazu.

5. Izan bedi eredu lineal hau:

$$\min z = 30x_1 + 28x_2$$

hauen mende

$$4x_1 + 2x_2 \geq 20$$

$$6x_1 + 4x_2 \geq 16$$

$$4x_1 + 2x_2 \geq 18$$

$$4x_1 + 4x_2 \geq 21$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

5.1 Idatz ezazu eredu duala.

5.2 Ebatz ezazu eredu duala algoritmorik egokiena erabiliz: simplex primala edo simplex duala.

5.3 Dualaren taula optimotik eredu primalaren soluzio optimoa lor ezazu.

6. Izan bitez eredu lineal hauek eta dagozkien taula optimoak:

6.1 Eredu lineal hau simplex primal algoritmoa erabiliz ebatzia izan da:

$$\max z = 6x_1 + 5x_2 + 4x_3$$

hauen mende

$$15x_1 + 25x_2 + 30x_3 \leq 90$$

$$15x_1 + 5x_2 + 15x_3 \leq 60$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
	0	0	$\frac{17}{4}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{57}{2}$
a₂	0	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{20}$	$-\frac{1}{20}$	$\frac{3}{2}$
a₁	1	0	$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{60}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{7}{2}$

6.2 Eredu lineal hau simplex primal algoritmoa erabiliz ebatzia izan da, ereduari aldagai artifizial bat gehitu eta helburua zigortuz:

$$\max z = 2x_1 + x_2 - x_3$$

hauen mende

$$x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 12$$

$$4x_1 + 2x_2 \geq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	w_1	
	0	3	9	2	0	M	24
a₅	0	6	16	4	1	-1	40
a₁	1	2	4	1	0	0	12

Horietako bakoitzerako erantzun itzazu honakoak:

- Taula optimoa aztertuz eman ereduaren soluzio optimoa.
- Idatz ezazu ereduaren duala, eta taula optimoa aztertuz eman dualaren soluzio optimoa.
- Itzal-prezioen interpretazioa egin ezazu.