Simplex Metodoa. Ariketak

1. Ondoko eredu linealak maximizatze-forma estandarra erabiliz idatz itzazu:

1.1
$$\begin{aligned} \max\ z = 2x_1 + 4x_2 - 4x_3 \\ \text{hauen mende} \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 1 \\ 4x_1 - 3x_2 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 3 \\ x_1, x_2 \geq 0, x_3 : \text{ez-murriztua} \end{aligned}$$

1.2
$$\begin{aligned} \min\ z = 2x_1 - 3x_2 + x_3 \\ \text{hauen mende} \\ x_1 - 5x_2 + 6x_3 \geq 8 \\ x_1 - 4x_2 \leq -12 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 = 5 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

1.3
$$\begin{aligned} \min\ z = 2x_1 + 2x_2 - 4x_3 \\ \text{hauen mende} \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 10 \\ -2x_1 + 6x_2 - x_3 \leq -10 \\ -x_1 + 3x_2 \geq 3 \\ x_1 \leq 0, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

1.4
$$\begin{aligned} \max\ z = 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 \\ \text{hauen mende} \\ x_2 - x_3 \leq -9 \\ -x_1 - 2x_3 \geq 5 \\ 4x_1 - x_2 = 6 \\ x_1 \leq 0, x_2 \geq 0, x_3 : \text{ez-murriztua} \end{aligned}$$

2. Izan bedi ondoko eredu lineala:

$$\begin{aligned} \max\ z = x_1 + x_2 \\ \text{hauen mende} \\ -x_1 + x_2 \leq 4 \\ 2x_1 + 5x_2 \leq 20 \\ 2x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

2.1 Ereduaren ebazpen grafikoa egin ezazu.

2.2 Kalkula itzazu oinarriko soluzio guztiak. Zein dira bideragarriak? Zein dira endekatuak?

2.3 Esan aurreko atalean kalkulatutako oinarriko soluzio bakoitza zein punturi dagokion grafikoan.

3. Izan bedi ondoko eredu lineala:

$$\begin{aligned}
\max \;\; & z = 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\
\text{hauen mende} & \\
& x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 6 \\
& 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\
& x_1 + x_2 + x_3 \leq 2 \\
& x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{aligned}$$

Idatz ezazu eredua maximizatze-forma estandarrean, eta $\mathbf{B} = (\mathbf{a}_4 \; \mathbf{a}_1 \; \mathbf{a}_6)$ oinarriari dagokion oinarriko soluzio bideragarritik hasita, hobekuntzaren teorema aplika ezazu soluzio optimora iritsi arte.

4. Izan bedi eredu lineal hau:

$$\begin{aligned}
\max \;\; & z = 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 \\
\text{hauen mende} & \\
& x_1 + x_3 \leq 2 \\
& x_2 + x_3 \leq 4 \\
& x_1 + 2x_3 \leq 3 \\
& x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{aligned}$$

Ondoko matrizearen alderantzizkoa ezagutzen badugu,

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

froga ezazu $\mathbf{B} = (\mathbf{a}_1 \; \mathbf{a}_2 \; \mathbf{a}_3)$ oinarriari dagokion oinarriko soluzioa optimoa dela. Kalkula itzazu soluzio optimoa eta helburu funtzioaren balio optimoa.

5. Izan bedi eredu lineal hau:

$$\begin{aligned}
\max \;\; & z = x_1 + 4x_2 + 3x_3 \\
\text{hauen mende} & \\
& 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 \leq 10 \\
& x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 4 \\
& 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 8 \\
& x_1, x_2, x_3 \geq 0
\end{aligned}$$

Demagun simplex algoritmoaren iterazio batean honako taulara iritsi garela:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
	1	0		0	2	0	
$\mathbf{a}_4$	2	0		1	-2	0	
$\mathbf{a}_2$	2	1		0	$\frac{1}{2}$	0	
$\mathbf{a}_6$	1	0		0	-1	1	

5.1 Froga ezazu $\mathbf{y}_1$ zutabea kalkulatzerakoan kalkulu-erroreak egin direla.

5.2 Froga ezazu $\mathbf{y}_5$ zutabea kalkulatzerakoan ez dela kalkulu-errorerik egin.

5.3 Taulako informazioa erabiliz, osa ezazu taula falta diren balio guztiak kalkulatuz.

6. Kalkula ezazu ondoko eredu linealen soluzio optimoa simplex algoritmoa erabiliz. Soluzioa baduten ereduetarako, adieraz ezazu grafikoan zein diren simplex algoritmoa erabiliz kalkulatu diren oinarriko soluzio bideragarriak (mutur-puntuak) optimora iritsi arte.

6.1
$$\begin{aligned} \max\ z = x_1 - x_2 \\ \text{hauen mende} \\ x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

6.2
$$\begin{aligned} \max\ z = x_1 + x_2 \\ \text{hauen mende} \\ x_1 + 6x_2 \geq 6 \\ 2x_1 - 3x_2 \geq -6 \\ x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

6.3
$$\begin{aligned} \max\ z = 4x_1 - 4x_2 \\ \text{hauen mende} \\ -2x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ 2x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ -x_1 + 4x_2 \geq -2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

6.4
$$\begin{aligned} \max\ z = x_1 + 2x_2 \\ \text{hauen mende} \\ x_1 + 2x_2 \leq 5 \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 - x_2 \leq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

6.5 $\max\ z = 2x_1 + 2x_2$

hauen mende

$$x_1 - x_2 \leq 2$$
$$2x_1 + 2x_2 \leq 6$$
$$x_1 + 2x_2 \leq 5$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

6.6 $\max\ z = 2x_1 - 2x_2$

hauen mende

$$x_1 + 3x_2 \geq 3$$
$$x_1 - 3x_2 \geq 2$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

6.7 $\max\ z = x_1 + 4x_2$

hauen mende

$$x_1 - x_2 \geq -4$$
$$3x_1 - x_2 \geq -3$$
$$x_1 - 2x_2 \leq 2$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

6.8 $\max\ z = 3x_1 + 4x_2$

hauen mende

$$x_1 - 2x_2 \leq 4$$
$$x_1 + x_2 \geq 6$$
$$2x_1 + 3x_2 \leq 2$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

7. Kalkula ezazu ondoko eredu linealen soluzio optimoa simplex algoritmoa erabiliz:

7.1 $\max\ z = 3x_1 + 2x_2 + x_3$

hauen mende

$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 4$$
$$2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 8$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

7.2 $\min\ z = 5x_1 - x_2 - 2x_3$

hauen mende

$$x_1 + x_2 - x_3 = 6$$
$$x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 4$$
$$-x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 8$$
$$x_1 \leq 0, x_2, x_3 \geq 0$$

7.3 $\min\ z = x_1 - 3x_2 + 2x_3$

hauen mende

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 9$$
$$-2x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 14$$
$$-4x_1 + 4x_2 + 8x_3 \leq 10$$
$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

7.4 $\min\ z = 10x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 4x_4$

hauen mende

$$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 \geq 10$$
$$-4x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 \geq 12$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

7.5 $\min\ z = -16x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 - 3x_5$

hauen mende

$$3x_1 + x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 9x_5 \leq 12$$
$$2x_1 + 8x_2 + 4x_3 + 2x_4 - 4x_5 \leq 10$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

7.6 $\max\ z = 9x_1 + 5x_2 + 4x_3 + x_4$

hauen mende

$$2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 2$$
$$8x_1 + 4x_2 - 2x_3 - x_4 \geq 10$$
$$4x_1 + 7x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 4$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

7.7 $\min\ z = -4x_1 + 2x_2 - x_3$

hauen mende

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \geq -8$$
$$2x_1 - 3x_2 + 4x_3 \leq 5$$
$$x_1, x_2 \geq 0, x_3 : \text{ez-murriztua}$$

7.8 $\min\ z = 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 2x_4 + x_5$

hauen mende

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 \leq 2$$
$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 2x_5 \geq 12$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$