ARIKETAK

1.- Kalkulatu, $\mathbb{R}^4$ espazioan, ondorengo endomorfismoen oinarrizko azpiespazio orokortuak:

(i) $f(x,y,z,t) = (x+y-z+t, -x+z, -x+z+t, x+2y-2z+2t)$

(ii) $f(x,y,z,t) = (2x-3y+2z+t, x+y-2z+3t, x+2y-2z+2t, x+2y-z+t)$

2.- Eman f funtzioaren Jordenanen formarentzako aukerak, f-ren polinomio karakteristikoa ondorengo bada:

(i) $\chi_f(x) = (x-2)^3(x-5)^2$ (ii) $\chi_f(x) = x(x+1)^4$

(iii) $\chi_f(x) = (x+2)^2(x-3)^2$.

3.- Izan bitez $V = \mathbb{C}^{10}$ eta $f \in End(V)$ balio propio bakarra duen endomorfismoa, λ. Izan bedi $d_i = dimKer(f-\lambda 1_V)^i$. Lortu f-ren Jordanen forma ondorengo kasuetan:

(i) $d_1 = 3, d_2 = 5, d_3 = 7, d_4 = 9$ eta $d_5 = 10$.

(ii) $d_1 = 3, d_2 = 6, d_3 = 9$ eta $d_4 = 10$.

4.- Aztertu ondorengo endomorfismoei Jordanen matrizea elkartu ahal zaien eta, horrela denean, lortu Jordanen forma eta oinarri bat.

(i) $f \in End(\mathbb{R}^4), f(x,y,z,t) = (x+y+z, y+t, x+z+t, y+t)$.

(ii) $f \in End(\mathbb{R}^3), M_\beta(f) = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 2 & 10 & 6 \\ -3 & -12 & -7 \end{pmatrix}, \beta = \{(1,1,1), (-1,0,0),$

$, (1,2,3)\}$.

PROBLEMAK

1.- Izan bedi $f \in End(\mathbb{R}^4)$ non $f(x,y,z,t) = (7x+3y+11z-2t, -2x-4y-5z-4t, -3x-4z+3t, 2x+3y+5z+3t), \forall(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ den.

(i) Aztertu f-ri Jordanen matrize bat elkartu ahal zaion eta, horrela bada, aurkitu Jordanen matrizea, J, eta β oinarri bat non $M_\beta(f) = J$ den.

(ii) Ondorengo matrizeak f-ri elkartuta daude? Baiezko kasuan, eman oinarri bat non elkartutako matrizea hori den:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

2.- Lortu, posible bada, ondorengo endomorfismoen Jordanen forma:

(i) $f : \mathbb{P}_3(\mathbb{R}) \to \mathbb{P}_3(\mathbb{R}), f(p) = p + p^{'}$ (ii) $f : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R}), f(A) = A + {}^tA$.

3.- Izan bedi f $\mathbb{R}^3$ gaineko endomorfismoa non $V^*(2) = Ker(f - 2id)^2$, $f(1,0,1) = (2,0,2)$ eta $f(1,0,0) = (4,-4,0)$. Lortu $f(x,y,z)$ $\forall(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$.

4.- Izan bedi $f \in End(V)$, $dimV = n$ izanik. Froga ezazu $\{1_V, f, f^2, ..., f^{n^2}\}$ sistema lotua dela.