EJERCICIOS RESUELTOS

1. Simplifica la expresión: $\frac{2x^3+4x^2+2x}{6x^3-6x}$

SOLUCIÓN 2.1

2. Desarrolla la expresión: $\left(2x^2-\frac{1}{x^3}\right)^3$

SOLUCIÓN 2.2

3. Determina las raíces enteras del polinomio: $2x^4-2x^3-14x^2+2x+12$

SOLUCIÓN 2.3

4. Descomponer en fracciones simples: $\frac{1}{x^4-1}$

SOLUCIÓN 2.4

5. Resuelve la ecuación: $3(x-1)-\frac{x-2}{5}-=16+\frac{x}{7}$

SOLUCIÓN 2.5

6. Resuelve la ecuación para cada una de las incógnitas:

$$x^2y-2x^2-y=x^2-2y$$

SOLUCIÓN 2.6

7. Determina las raíces del polinomio: $2x^5+11x^4+2x^3-51x^2-14x+60$

SOLUCIÓN 2.7

8. Resuelve el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x-5y+z-t=1 \\ x+3y-z-2t=4 \end{cases}$$

SOLUCIÓN 2.8

9 Clasifica y resuelve el sistema según los valores de m:

$$\begin{cases} 2x+my=0 \\ x+mz=m \\ x-y+3z=1 \end{cases}$$

SOLUCIÓN 2.9

10. Sean los vectores de $\mathbb{R}^4$:

$$\overline{u}_1=(3,-2,1,b),\ \overline{u}_2=(1,-1,1,2) \text{ y } \overline{u}_3=(7,-6,-a,1)$$

Hallar para que valores reales de a y b la dimensión del subespacio vectorial de $\mathbb{R}^4$ engendrado por estos tres vectores es dos.

SOLUCIÓN 2.10

SOLUCIÓN 2.1

In[1]:= $\text{Simplify}\left[\frac{2x^3+4x^2+2x}{6x^3-6x}\right]$

Out[1]= $\frac{1+x}{3(-1+x)}$

SOLUCIÓN 2.2

In[2]:= $\text{Expand}\left[\left(2x^2-\frac{1}{x^3}\right)^3\right]$

Out[2]= $-\frac{1}{x^9}+\frac{6}{x^4}-12x+8x^6$

SOLUCIÓN 2.3

In[6]:= $\text{Roots}[2x^4-2x^3-14x^2+2x+12==0,x]$

Out[6]= $x==-2\ ||\ x==-1\ ||\ x==1\ ||\ x==3$

In[8]:= $\text{Factor}[2x^4-2x^3-14x^2+2x+12]$

Out[8]= $2(-3+x)(-1+x)(1+x)(2+x)$

Las raíces enteras son -2, -1, 1, 3

SOLUCIÓN 2.4

In[11]:= $\text{Apart}\left[\frac{1}{x^4-1}\right]$

Out[11]= $\frac{1}{4(-1+x)}-\frac{1}{4(1+x)}-\frac{1}{2(1+x^2)}$

SOLUCIÓN 2.5

In[12]:= $\text{Solve}\left[3(x-1)-\frac{x-2}{5}==\frac{x}{7}+16\right]$

Out[12]= $\{\{x\to 7\}\}$

SOLUCIÓN 2.6

In[1]:= $\text{Solve}[x^2 y - 2x^2 - y == x^2 - 2y, x]$

Out[1]= $\left\{\left\{x \to -\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{3-y}}\right\}, \left\{x \to \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{3-y}}\right\}\right\}$

In[2]:= $\text{Solve}[x^2 y - 2x^2 - y == x^2 - 2y, y]$

Out[2]= $\left\{\left\{y \to \frac{3x^2}{1+x^2}\right\}\right\}$

SOLUCIÓN 2.7

In[3]:= $\text{Solve}[2x^5 + 11x^4 + 2x^3 - 51x^2 - 14x + 60 == 0]$

Out[3]= $\left\{\left\{x \to -\frac{3}{2}\right\}, \left\{x \to -1-\sqrt{5}\right\}, \left\{x \to -1+\sqrt{5}\right\}, \left\{x \to -1-\sqrt{6}\right\}, \left\{x \to -1+\sqrt{6}\right\}\right\}$

In[4]:= $\text{NSolve}[2x^5 + 11x^4 + 2x^3 - 51x^2 - 14x + 60 == 0]$

Out[4]= {{x → -3.44949}, {x → -3.23607}, {x → -1.5}, {x → 1.23607}, {x → 1.44949}}

SOLUCIÓN 2.8

In[5]:= Solve[{x - 5 y + z - t == 1, x + 3 y - z - 2 t == 4}]

Solve::svars : Equations may not give solutions for all "solve" variables. >>

Out[5]= {{t → -3 + 8 y - 2 z, x → -2 + 13 y - 3 z}}

El sistema es compatible indeterminado.

Las múltiples soluciones son:

$$
\begin{aligned}
&x = -2 + 13y - 3z \\
&y \in \mathbb{R} \\
&z \in \mathbb{R} \\
&t = -3 + 8y - 2z
\end{aligned}
$$

SOLUCIÓN 2.9

```
In[6]:= Reduce[{2 x + m y == 0, x + m z == m, x - y + 3 z == 1}, {x, y, z}]

Out[6]= (m == 0 && x == 0 && z == (1 + y)/3) ||
        (-1 + m ≠ 0 && x == -(2 m)/(-1 + m) && m ≠ 0 && y == -(2 x)/m && z == 1/3 (1 - x + y))
```

Esta imagen muestra la clasificación y resolución del sistema:

$$
\begin{cases}
\text{Si } m=0 \text{ Sistema Compatible Indeterminado} & x=0,\ y\in\mathbb{R},\ z=\dfrac{1+y}{3} \\
\text{Si } m\neq 0{,}1 \text{ Sistema Compatible Determinado} & x=\dfrac{-2m}{-1+m},\ y=\dfrac{-2x}{m},\ z=\dfrac{1}{3}(1-x-y) \\
\text{Si } m=1 \text{ Sistema Incompatible} &
\end{cases}
$$

SOLUCIÓN 2.10

```
In[7]:= u1 = {3, -2, 1, b}; u2 = {1, -1, 1, 2}; u3 = {7, -6, -a, 1};

In[8]:= Reduce[α u1 + β u2 + γ u3 == 0, {α, β, γ}]

Out[8]= (b == -7 && a == -5 && β == 4 α && γ == -α) || (5 + a ≠ 0 && α == 0 && β == 0 && γ == 0) ||
        (a == -5 && 7 + b ≠ 0 && α == 0 && β == 0 && γ == 0)

In[9]:= Reduce[α u1 + β u3 == u2, {α, β}]

Out[9]= b == -7 && a == -5 && α == -1/4 && β == 1/4
```

Si $a=-5, b=-7$ la dimensión del subespacio vectorial engendrado por los tres vectores de $\mathbb{R}^4$ es dos, ya que el vector $\overline{u}_2=(1,-1,1,2)$ se puede expresar como combinación lineal de los otros dos vectores.

$$(1,-1,1,2)=-\frac{1}{4}(3,-2,1,-7)+\frac{1}{4}(7,-6,5,1)$$