EJERCICIO PROPUESTO 1

In[1]:= $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 0 & 1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix};$

3 A - B

No se puede operar ya que las matrices no tienen la misma dimensión

In[2]:= $B^T A$ = `Transpose[B].A // MatrixForm`

Out[2]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 25 & 7 & 50 \\ 20 & 3 & 39 \end{pmatrix}$$

In[3]:= $4 A^2 - A + I$ = `4 MatrixPower[A, 2] - A + IdentityMatrix[3] // MatrixForm`

Out[3]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 36 & 8 & 70 \\ 46 & 18 & 97 \\ 148 & 27 & 293 \end{pmatrix}$$

In[4]:= $A^T A$ = `Transpose[A].A // MatrixForm`

Out[4]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 21 & 2 & 40 \\ 2 & 2 & 5 \\ 40 & 5 & 77 \end{pmatrix}$$

In[5]:= $B^T AB$ = `Transpose[B].A.B // MatrixForm`

Out[5]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 275 & 257 \\ 213 & 199 \end{pmatrix}$$

EJERCICIO PROPUESTO 2

In[6]:= $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

In[7]:= A^n = `MatrixPower[A, n] // MatrixForm`

Out[7]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & n & \frac{1}{2} n (1 + n) \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

In[8]:= `A^-n = MatrixPower[A, - n] // MatrixForm`

Out[8]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & -n & \frac{1}{2}(-1+n)\,n \\ 0 & 1 & -n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

EJERCICIO PROPUESTO 3

In[9]:= $A = \begin{pmatrix} 0 & a & 1 & 0 & b \\ 1 & 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 1 & b & 0 & 1 \\ b & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & b & 1 & 0 & b \end{pmatrix};$

In[11]:= `Reduce[Det[A] == 0]`

Out[11]= `a == b || b == -1 || b == 1`

La matriz A es singular si a = b ó b = 1, -1

EJERCICIO PROPUESTO 4

In[12]:= $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix};$

In[13]:= `Reduce[A.X == 0]`

Out[13]= `b == c && a == c`

La matriz buscada es de la forma $X = \begin{pmatrix} c & c \\ c & c \end{pmatrix}$ **donde** $c \in \mathbb{R}$

EJERCICIO PROPUESTO 5

In[15]:= $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -3 & 4 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ -2 & 0 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 0 \\ 4 & -2 \end{pmatrix};$

In[17]:= `MatrixRank[A]`

Out[17]= 4

In[18]:= `MatrixRank[B]`

Out[18]= 2

EJERCICIO PROPUESTO 6

In[19]:= $A = \begin{pmatrix} x^2-1 & x & 0 & 0 \\ x & x^2-1 & x & 0 \\ 0 & x & x^2-1 & x \\ 0 & 0 & x & x^2-1 \end{pmatrix};$

In[20]:= `Det[A]`

Out[20]= $1-7x^2+13x^4-7x^6+x^8$

EJERCICIO PROPUESTO 7

In[21]:= $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & -2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix};$

In[22]:= `LinearSolve[A, B]`

LinearSolve::nosol : Linear equation encountered that has no solution. ≫

Out[22]= `LinearSolve[{{2, -1, 1}, {1, 2, 3}, {1, -3, -2}}, {{-2}, {-1}, {3}}]`

El sistema es incompatible

EJERCICIO PROPUESTO 8

In[23]:= $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m & 1 \\ m & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & m & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix};$

In[24]:= `Reduce[Det[A] == 0]`

Out[24]= $m == 0$

Si $m \neq 0$ el determinante de A es no nulo y por tanto el rango de la matriz es 4

In[29]:= $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m & 1 \\ m & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & m & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ `/. m → 0 // MatrixForm`

Out[29]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

In[30]:= `MatrixRank[%]`

Out[30]= 3

Si m = 0 el rango de la matriz A es 3

EJERCICIO PROPUESTO 9

In[31]:= $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$;

In[32]:= `RowReduce[A] // MatrixForm`

Out[32]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

El rango de la matriz A es 3

EJERCICIO PROPUESTO 10

In[33]:= $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & \alpha \\ -4 & 4 & \alpha \end{pmatrix}$;

$A = B - I_3$

In[34]:= `A = B - IdentityMatrix[3]`

Out[34]= $\{\{2, -1, 1\}, \{-2, 3, \alpha\}, \{-4, 4, -1 + \alpha\}\}$

In[35]:= `MatrixForm[%]`

Out[35]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & \alpha \\ -4 & 4 & -1 + \alpha \end{pmatrix}$$

Por se A una matriz idempotente $(A^2 = A)$

In[36]:= `Reduce[A.A == A, α]`

Out[36]= $\alpha == -2$

El valor del parámetro real α es -2

In[37]:= $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & \alpha \\ -4 & 4 & \alpha \end{pmatrix}$ /. $\alpha \to -2$;

In[38]:= **MatrixForm[%]**

Out[38]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ -4 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

In[39]:= **MatrixPower[B, 6] // MatrixForm**

Out[39]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 127 & -63 & 63 \\ -126 & 190 & -126 \\ -252 & 252 & -188 \end{pmatrix}$$