EJERCICIO PROPUESTO 1

In[1]:= $\text{Simplify}\left[\frac{5x^2 - x - 4}{x^2 - 1}\right]$

Out[1]= $\frac{4 + 5x}{1 + x}$

EJERCICIO PROPUESTO 2

In[2]:= $\text{Expand}\left[\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^4\right]$

Out[2]= $\frac{16}{x^8} - \frac{96}{x^3} + 216x^2 - 216x^7 + 81x^{12}$

EJERCICIO PROPUESTO 3

In[4]:= $\text{Roots}[x^3 + 2x^2 + x + 2 == 0, x]$

Out[4]= $x == i \,||\, x == -i \,||\, x == -2$

La única raíz entera del polinomio es x = 2

EJERCICIO PROPUESTO 4

In[5]:= $\text{Apart}\left[\frac{x + 4}{2x^3 - x^2 - 8x + 4}\right]$

Out[5]= $\frac{1}{2(-2 + x)} + \frac{1}{10(2 + x)} - \frac{6}{5(-1 + 2x)}$

EJERCICIO PROPUESTO 5

In[6]:= $\text{Solve}\left[\frac{2x - 1}{4} - 2(x - 3) == 5 + \frac{3x}{2}\right]$

Out[6]= $\left\{\left\{x \to \frac{1}{4}\right\}\right\}$

EJERCICIO PROPUESTO 6

In[7]:= $\text{Solve}[x^3 y - 2x^3 - y == x^3 - 2y, x]$

Out[7]= $\left\{\left\{x \to \frac{y^{1/3}}{(3 - y)^{1/3}}\right\}, \left\{x \to -\frac{(-1)^{1/3} y^{1/3}}{(3 - y)^{1/3}}\right\}, \left\{x \to \frac{(-1)^{2/3} y^{1/3}}{(3 - y)^{1/3}}\right\}\right\}$

In[8]:= $\text{Solve}[x^3 y - 2x^3 - y == x^3 - 2y, y]$

Out[8]= $\left\{\left\{y \to \frac{3x^3}{1 + x^3}\right\}\right\}$

EJERCICIO PROPUESTO 7

In[9]:= $\text{Roots}\left[x^6 - x^5 - 7x^4 + 6x^3 + x^2 + 7x - 7 == 0,\ x\right]$

Out[9]= $x == -(-1)^{1/3} \;||\; x == (-1)^{2/3} \;||\; x == \sqrt{7} \;||\; x == -\sqrt{7} \;||\; x == 1 \;||\; x == 1$

In[10]:= `N[%]`

Out[10]= $x == -0.5 - 0.866025\, i \;||\; x == -0.5 + 0.866025\, i \;||\; x == 2.64575 \;||\; x == -2.64575 \;||\; x == 1. \;||\; x == 1.$

EJERCICIO PROPUESTO 8

In[11]:= $\text{Solve}[\{2x - 3y + z == 0,\ x + 8y - 3z == 0,\ 5x + 2y - z == 0\},\ \{x, y, z\}]$

Solve::svars : Equations may not give solutions for all "solve" variables. ≫

Out[11]= $\left\{\left\{x \to \frac{z}{19},\ y \to \frac{7z}{19}\right\}\right\}$

Sistema compatible indeterminado.

Solución : $x \to \frac{z}{19},\ y \to \frac{7z}{19},\ z \in \mathbb{R}$

EJERCICIO PROPUESTO 9

In[12]:= $\text{Solve}[\{x + 2y - 3z == 4,\ 2x - y + 2z == 7,\ 3x + y - z == 11\},\ \{x, y, z\}]$

Solve::svars : Equations may not give solutions for all "solve" variables. ≫

Out[12]= $\left\{\left\{x \to \frac{18}{5} - \frac{z}{5},\ y \to \frac{1}{5} + \frac{8z}{5}\right\}\right\}$

Sistema compatible indeterminado.

Solución : $x \to \frac{18}{5} - \frac{z}{5},\ y \to \frac{1}{5} + \frac{8z}{5},\ z \in \mathbb{R}$

EJERCICIO PROPUESTO 10

In[13]:= $\text{Reduce}[\{x + y == 1,\ m\,y + z == 0,\ x + (1 + m)\,y + m\,z == 1 + m\},\ \{x, y, z\}]$

Out[13]= $(m == 0\ \&\&\ y == 1 - x\ \&\&\ z == 0) \;||\; \left((-1 + m)\, m \neq 0\ \&\&\ x == \frac{m}{-1 + m}\ \&\&\ y == 1 - x\ \&\&\ z == -m + m\,x\right)$

Si $m = 0$, **sistema compatible indeterminado. Solución :** $x \in \mathbb{R},\ y = 1 - x,\ z = 0$

Si $m \neq 0, 1$, **sistema compatible determinado. Solución :** $x == \frac{m}{-1 + m},\ y == 1 - x,\ z == -m + m\,x$

Si $m = 1$, **sistema incompatible**

EJERCICIO PROPUESTO 11

In[15]:= $u1 = \{1, 0, -1, 1\};\ u2 = \{0, 1, 1, 0\};\ u3 = \{1, 1, 0, 1\};\ u4 = \{-1, 1, 2, -1\};$

In[16]:= $\text{Solve}[a\,u1 + b\,u2 + c\,u3 + d\,u4 == 0,\ \{a, b, c, d\}]$

Solve::svars : Equations may not give solutions for all "solve" variables. ≫

Out[16]= $\{\{a \to -c + d,\ b \to -c - d\}\}$

Sistema linealmente dependiente $(a \to -c + d,\ b \to -c - d)$

Únicamente dos vectores son linealmente independientes

In[18]:= **Solve[a u1 + b u2 == 0, {a, b}]**

Out[18]= {{a → 0, b → 0}}

Una base del subespacio S es B_S = {(1, 0, −1, 1), (0, 1, 1, 0)}, dim (S) = 2

Para obtener una base de $\mathbb{R}^4$ añadimos a los vectores que forman la base de S, vectores de la base canónica de $\mathbb{R}^4$

In[19]:= **u5 = {1, 0, 0, 0}; u6 = {0, 1, 0, 0};**

In[20]:= **Solve[a u1 + b u2 + c u5 + d u6 == 0, {a, b, c, d}]**

Out[20]= {{a → 0, b → 0, c → 0, d → 0}}

Una base de $\mathbb{R}^4$ es B* = {(1, 0, −1, 1), (0, 1, 1, 0), (1, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0)}

Un subespacio T de $\mathbb{R}^4$ de dim (T) = 3, puede ser
T = L ({(1, 0, −1, 1), (0, 1, 1, 0), (1, 0, 0, 0)})

EJERCICIO PROPUESTO 12

In[21]:= **a1 = {α − 1, 2 α − 2, 1}; a2 = {1, α, α − 1}; a3 = {1, 2, α − 1};**

In[22]:= **Reduce[a a1 + b a2 + c a3 == 0, {a, b, c}]**

Out[22]= (α == 2 && c == −a − b) || (α == 0 && b == 0 && c == a) || ((−2 + α) α ≠ 0 && a == 0 && b == 0 && c == 0)

Si α = 2, sistema linealmente dependiente. B_S = {(1, 2, 1)}, dim (S) = 1

Si α = 0, sistema linealmente dependiente. B_S = {(−1, −2, 1), (1, 0, −1)}, dim (S) = 2

Si α ≠ 0, 2, sistema linealmente independiente. B_S =
{(α − 1, 2 α − 2, 1), (1, α, α − 1), (1, 2, α − 1)}, dim (S) = 3