EJERCICIOS PROPUESTOS

1. Sea el espacio vectorial euclídeo $\left(\mathbb{R}^4, <,>\right)$ con el producto escalar:

$$\forall \overline{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4), \overline{y} = (y_1, y_2, y_3, y_4) \in \mathbb{R}^4$$

$$< \overline{x}, \overline{y} >= x_1 y_1 + x_1 y_2 + x_2 y_1 + 2x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4$$

a. Hallar una base ortogonal.
b. Hallar una base ortonormal.

2. Resolver de forma aproximada el sistema de ecuaciones lineales dado por:

$$\begin{cases} x_1 + x_3 = 1 \\ x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

3. Consideremos el siguiente subespacio vectorial de $\mathbb{R}^4$:

$$S = \left\{ \left(x_1, x_2, x_3, x_4 \right) \in \mathbb{R}^4 \,/\, x_1 - x_4 = x_2 - x_4 = x_3 \right\}$$

Se pide:

a) Hallar una base B_1 de S y determinar la dimensión de S.
b) Hallar la mejor aproximación de $\overline{x} = (1,1,1,1)$ en S. Hacer lo mismo con el vector $\overline{y} = (2,4,2,2)$. Calcular en ambos casos la norma del vector de error.

4. Sea la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Hallar los valores propios y los subespacios propios de A.
b) ¿Es A diagonalizable?. Si es posible, diagonalizar A.
c) ¿Es A diagonalizable ortogonalmente?. Si lo es, hacerlo.