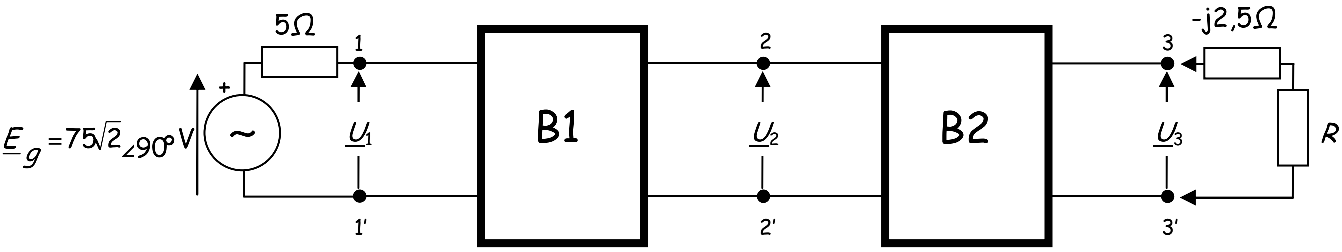
Atebikoak, 5. ariketa

Atebiko berdin bi, B1 eta B2 katean loturik daude, irudian ikusten den bezala. Eta beren "T" transmisio-matrizeaz definiturik daude. "T": $\underline{A}$=0,5; $\underline{B}$=j7,5 Ω ; $\underline{C}$=j0,1S; $\underline{D}$=0,5.



Eskatzen da:

1 **B1 eta B2 atebikoak , elkarrekikoak dira? Simetrikoak dira?**
2 **Ahal bada, lortu beren T baliokidea.**
3 **B1 eta B2 elkarketaren, Be atebikoaren transmisio-parametroak lortu.**
4 **Be atebikoaren T baliokidea lortu.**
5 **1 eta 1' muturren artean, $\underline{E}_g = 75\sqrt{2}_{\angle 90°}$ V eta $\underline{Z}$ =5Ω balioko tentsio iturri erreala konektatzen bada, 3 eta 3' puntuekiko Thevenin-en baliokidea zehaztu.**
6 **$\underline{Z}$=(R-j2,5)Ω inpedantzia 3 eta 3' artean konektatzen bada, zehaztu R eta $\underline{Z}$-ren balioak potentzia maximoa transferi dakion. Potentzia maximo horren balioa eman.**
7 **Tentsio irabazia 3 eta 3' muturrak zirkuitu irekian daudenean. $G_U = \dfrac{\underline{U}_3}{\underline{U}_1}$**

EBAZPENA

1 Elkarrekikotasun eta simetria.

Transmisio parametroen matrizea:

$$T = \begin{bmatrix} 0{,}5 & j7{,}5 \\ j0{,}1 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

$$|T| = \begin{vmatrix} 0{,}5 & j7{,}5 \\ j0{,}1 & 0{,}5 \end{vmatrix} = 0{,}25 + 0{,}75 = 1\,; \qquad |T| = 1 \text{ denez, elkarrekikoa da.}$$

0,5=0,5 ; $\underline{A}=\underline{D}$ denez, simetrikoa da.

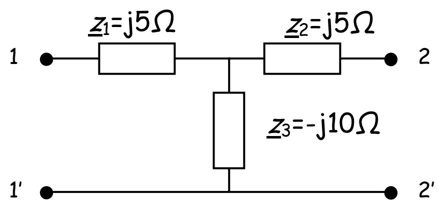
Elkarrekikotasuna eta simetria 2. atalekoarekin ere ondorioztа daiteke, ikusiko da aurrerago.

2 T baliokidea.

Elkarrekikoa dela ikusten da: $\underline{z}_{12} = \underline{z}_{21} = \dfrac{1}{\underline{C}} = \dfrac{\Delta T}{\underline{C}}$; izan ere, $\Delta T = 1$ baita.

$$\underline{z}_1 = \frac{0{,}5-1}{j0{,}1} = \frac{-0{,}5}{j0{,}1} = j5\Omega; \qquad \underline{z}_2 = \frac{0{,}5-1}{j0{,}1} = \frac{-0{,}5}{j0{,}1} = j5\Omega; \qquad \underline{z}_3 = \frac{1}{j0{,}1} = -j10\Omega$$

Eta simetrikoa $\underline{z}_1 = \underline{z}_2 \rightarrow \underline{z}_{11} = \underline{z}_{22}$ direlako.



3 B1, eta B2 elkarketaren, Be atebikoaren T parametroen lorpena:

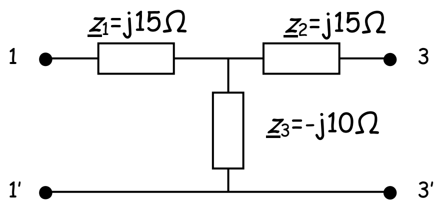
$$Te = \begin{bmatrix} 0{,}5 & j7{,}5 \\ j0{,}1 & 0{,}5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0{,}5 & j7{,}5 \\ j0{,}1 & 0{,}5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}5 & j7{,}5 \\ j0{,}1 & -0{,}5 \end{bmatrix}$$

Simetriko eta elkarrekiko da, B1 eta B2 bi atebiko elkarrekiko eta simetrikoen elkarketatik sortu delako.

4 Be atebikoaren T baliokidearen lorpena.

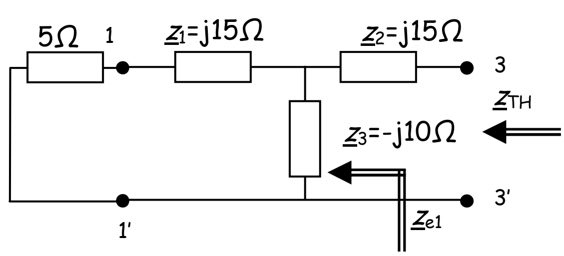
$$\underline{z}_1 = \underline{z}_2 = \frac{-0{,}5-1}{j0{,}1} = \frac{-1{,}5}{j0{,}1} = j15\Omega$$

$$\underline{z}_3 = \frac{1}{\underline{C}} = \frac{1}{j0{,}1} = -j10\Omega$$



5 Thevenin-en baliokidea

Thevenin-en inpedantzia

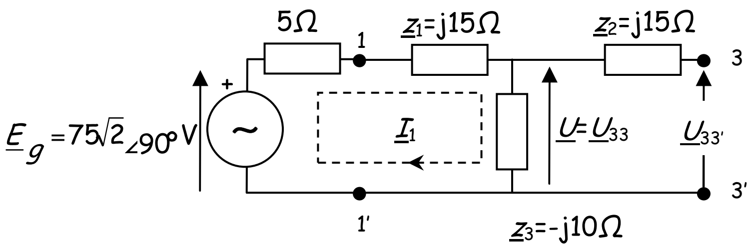


$$\underline{z}_{e1} = \frac{(5+j15)\cdot(-j10)}{5+j15-j10} = \frac{150-j50}{5+j5} = \frac{30-j10}{1+j}\Omega$$

$$\underline{z}_{e1} = \frac{30-j10}{1+j}\cdot\frac{1-j}{1-j} = \frac{20-j40}{2} = (10-j20)\Omega$$

$$\underline{Z}_{e2} = \underline{Z}_{TH} = 10 - j20 + j15 = (10 - j5)\Omega$$

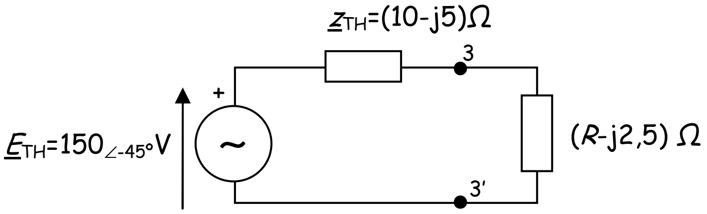
Thevenin-en tentsioa



$$\underline{I}_1 = \frac{75\sqrt{2}_{\angle 90^\circ}}{5 + j5} = \frac{75\sqrt{2}_{\angle 90^\circ}}{45\sqrt{2}_{\angle 45^\circ}} = 15_{\angle 45^\circ} A$$

$\underline{U} = 15_{\angle 45^\circ} \cdot 10_{\angle -90^\circ} = 150_{\angle -45^\circ}$ V zirkuitu irekian dagoenez: $\underline{U} = \underline{U}_{33'} = \underline{E}_{TH} = 150_{\angle -45^\circ}$ V

6 *R*-ren balioa potentzia maximoa transferi dakion.



$$R = \sqrt{10^2 + (5 + 2{,}5)^2} = 12{,}5\Omega$$

7 Potentzia maximoaren balioa

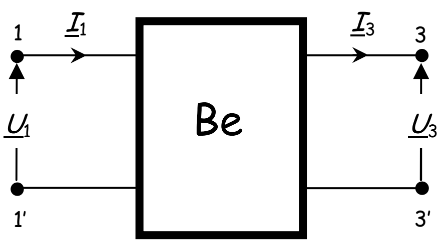
$$\hat{P} = \frac{150^2}{(10 + 12{,}5)^2 + (5 + 2{,}5)^2} \cdot 12{,}5 = 500 \text{ W}$$

8 Tentsio irabazia, 3 eta 3' muturrak zirkuitu irekian daudenean.

Zirkuitu irekiko baldintzak hauexek dira:

$\underline{I}_3 = 0$ A

$\underline{U}_3 = 150_{\angle -45^\circ}$ V



Matrize-sistema planteatu:

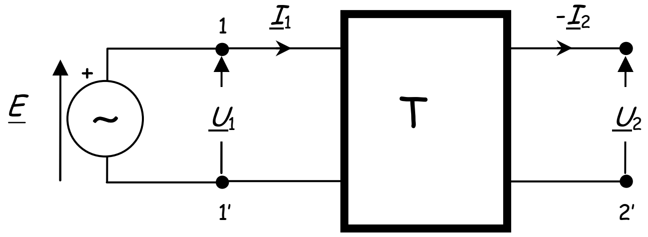
$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}5 & j7{,}5 \\ j0{,}1 & -0{,}5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_3 \\ \underline{I}_3 \end{bmatrix}$$

Eta bere ebazpenaz, ondoko erlazioa lortuk oda $\underline{I}_3 = 0$ -rekin $\underline{U}_1 = -0{,}5 \cdot \underline{U}_3$

Eta tentsio irabaziaren balioa, azkenik:

$$\underline{G}_u = \frac{\underline{U}_3}{\underline{U}_1} = \frac{\underline{U}_3}{0{,}5\cdot\underline{U}_3} = \ \ 2 = 2_{\angle 180°}$$

Thevenin-en baliokidea lortzeko beste modu bat: Atebikoen teoria erabiliz.



Ezaugarri-ekuazioak transmisio parametroen arabera emanda:

$$\begin{bmatrix}\underline{U}_1\\ \underline{I}_1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\underline{A} & \underline{B}\\ \underline{C} & \underline{D}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\underline{U}_2\\ -\underline{I}_2\end{bmatrix}$$

Thevenin-en zirkuitu baliokidearen parametroak horrela definitzen dira:

$$\underline{Z}_{TH} = \left.\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2}\right|_{\underline{U}_1=0} \qquad \text{eta} \qquad \underline{E}_{TH} = \underline{U}_2\big|_{\underline{I}_2=0}$$

Thevenin-en inpedantzia: Lehen ezaugarri-ekuazioan, sarrerako tentsioa nulua izan behar denaren baldintza txertatzen da:

$$\underline{U}_1 = \underline{A}\cdot\underline{U}_2 - \underline{B}\cdot\underline{I}_2 \quad\rightarrow\quad 0 = \underline{A}\cdot\underline{U}_2 - \underline{B}\cdot\underline{I}_2 \quad\rightarrow \underline{U}_2 = \frac{\underline{B}\cdot\underline{I}_2}{\underline{A}}$$

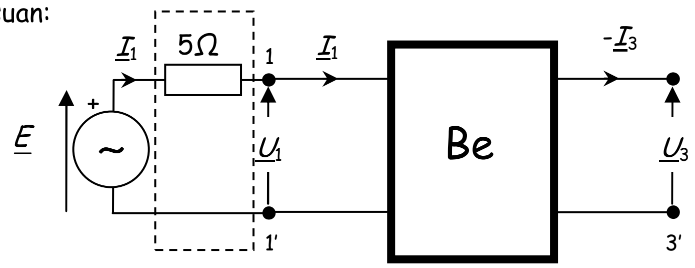
Thevenin inpedantzia, orduan:

$$\underline{Z}_{TH} = \frac{\frac{\underline{B}\cdot\underline{I}_2}{\underline{A}}}{\underline{I}_2} = \frac{\underline{B}}{\underline{A}} \quad \Leftrightarrow \underline{Z}_{TH} = \frac{\underline{B}}{\underline{A}} \text{ izango da.}$$

Thevenin-en tentsioa: lehen ekuazioan, bigarren ateko korrontea nulua izan behar denaren baldintza txertatzen da, eta Thevenin-en tentsioa lortzen da.

$$\underline{U}_1 = \underline{A}\cdot\underline{U}_2 - \underline{B}\cdot\underline{I}_2 \quad\rightarrow\quad \underline{E} = \underline{A}\cdot\underline{U}_2 - \underline{B}\cdot 0 \quad\rightarrow\quad \underline{U}_2 = \frac{\underline{E}}{\underline{A}} \qquad\qquad \underline{E}_{\mathrm{TH}} = \frac{1}{\underline{A}}\cdot\underline{E}$$

Gure kasuan:



Bat atean konektaturik dagoen inpedantzia, Be-ri katean lotu zaion beste atebiko bat bezala ikus daiteke. Bere T parametroen matrizea, Be-ren T matrizeaz aurre bidertuz, taldearen T matrizea lortuko dugu:

$$\begin{bmatrix} \underline{E} \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -0{,}5 & j7{,}5 \\ j0{,}1 & -0{,}5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_3 \\ -\underline{I}_3 \end{bmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} \underline{E} \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}5 + j0{,}5 & -2{,}5 + j7{,}5 \\ j0{,}1 & -0{,}5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_3 \\ -\underline{I}_3 \end{bmatrix}$$

Lehen lortu ditugun Thevenin-en tentsioa eta inpedantziaren adierazpenetan $\underline{B}$, $\underline{A}$ eta $\underline{E}$-ren balioak txertatuz Thevenin-en baliokidea kalkulatuko dugu:

$$\underline{z}_{TH} = \frac{\underline{B}}{\underline{A}} = \frac{-2{,}5 + j7{,}5}{-0{,}5 + j0{,}5} = (10 - j5)\Omega$$

$$\underline{E}_{TH} = \underline{U}_2 = \frac{\underline{E}}{\underline{A}} = \frac{75\sqrt{2}_{\angle 90^o}}{-0{,}5 + j0{,}5} = 150_{\angle -45^o}\text{V}$$