Atebikoak, 2.ariketa

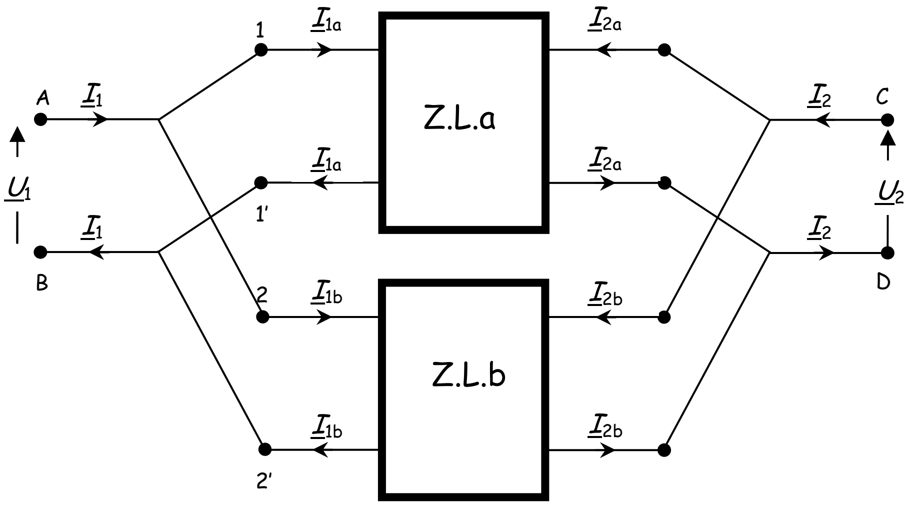
$$\begin{bmatrix} \underline{I}_{1a} \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}5 & -j \\ j & 4+j3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_{2a} \end{bmatrix}$$

Aurreko ekuazioak "a" eta "b" berdinak diren atebiko biren ekuazioak direla jakinez:

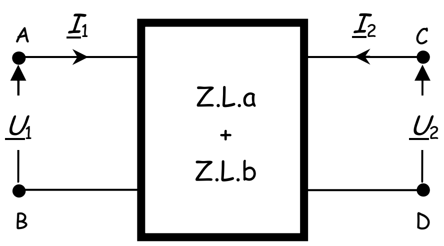
1. **"a" eta "b" atebikoen arteko konexioak irudikatu, "a + b" paralelo elkarketa bat osatzen dutenean.**
2. **"a+b" atebikoaren π zirkuitu baliokidea lortu.**
3. **"a" eta "b" atebikoen konexioak irudikatu kate elkarketa bat osatzeko. Laupoloen arteko erlazioak adierazi, eta transmisio parametroak erabiliz aipatutako konexioaren ekuazioak zehaztu.**
4. **Azken konexioarentzako, irteeran konektatu beharreko inpedantziaren balioa zehaztu, potentzia maximoa transferi dakion.**
5. **Inpedantzia horretarako zehaztu: sarrerako inpedantzia, korronte irabazia, eta tentsio irabazia.**

EBAZPENA:

1 Paralelo elkarketaren adierazpena:



Atebiko baliokidearen adierazpena



Elkarketaren admitantzia-parametroak hauexek dira:

$$\underline{Y}_{11}=\underline{Y}_{11a}+\underline{Y}_{11b}$$
$$\underline{Y}_{12}=\underline{Y}_{12a}+\underline{Y}_{12b}$$
$$\underline{Y}_{21}=\underline{Y}_{21a}+\underline{Y}_{21b}$$
$$\underline{Y}_{22}=\underline{Y}_{22a}+\underline{Y}_{22b}$$

Elkartutako atebikoen tentsio eta korronteen arteko erlazioak, hauexek dira:

$$\underline{U}_1=\underline{U}_{1a}=\underline{U}_{1b} \qquad \underline{U}_2=\underline{U}_{2a}=\underline{U}_{2b}$$

$$\underline{I}_1=\underline{I}_{1a}+\underline{I}_{1b} \qquad \underline{I}_2=\underline{I}_{2a}+\underline{I}_{2b}$$

2 π zirkuitu baliokidea

Ezaugarri-ekuazioak alderantzizko parametro hibridoen (g parametroak) arabera emana datoz.
Atebikoak elkarrekikoak dira, elkarrekikotasun baldintza betetzen dutelako ($\underline{g}_{12}$=-$\underline{g}_{21}$), eta ondorioz π baliokidea existitzen da.

Parametroen arteko bihurketa-taula erabiliko dugu admitantzien parametroak lortzeko, gero π zirkuitu baliokidearen parametroak zehaztu ahal izateko.

$$\Delta g=\begin{vmatrix}0{,}5 & -\mathrm{j}\\ \mathrm{j} & 4+\mathrm{j}3\end{vmatrix}=1+\mathrm{j}1{,}5$$

$$\underline{Y}_{11a}=\underline{Y}_{11b}=\frac{\Delta g}{\underline{g}_{22}}=\frac{1+\mathrm{j}1{,}5}{4+\mathrm{j}3}=\frac{17+\mathrm{j}6}{50}\ \mathrm{S}; \qquad \underline{Y}_{11}=\underline{Y}_{11a}+\underline{Y}_{11b}=\frac{17+\mathrm{j}6}{25}\ \mathrm{S}$$

$$\underline{Y}_{12a}=\underline{Y}_{12b}=\frac{\underline{g}_{12}}{\underline{g}_{22}}=\frac{-\mathrm{j}}{4+\mathrm{j}3}=\frac{-6-\mathrm{j}8}{50}\ \mathrm{S}; \qquad \underline{Y}_{12}=\underline{Y}_{12a}+\underline{Y}_{12b}=\frac{-6-\mathrm{j}8}{25}\ \mathrm{S}$$

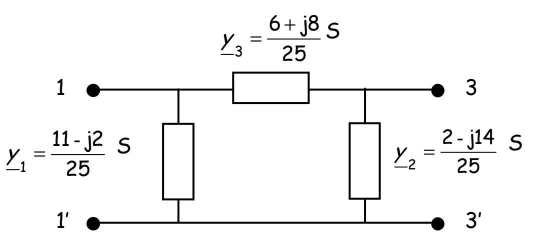
$$\underline{Y}_{21a}=\underline{Y}_{21b}=\frac{-\underline{g}_{21}}{\underline{g}_{22}}=\frac{-\mathrm{j}}{4+\mathrm{j}3}=\frac{-6-\mathrm{j}8}{50}\ \mathrm{S}; \qquad \underline{Y}_{21}=\underline{Y}_{21a}+\underline{Y}_{21b}=\frac{6-\mathrm{j}8}{25}\ \mathrm{S}$$

$$\underline{Y}_{22a}=\underline{Y}_{22b}=\frac{1}{\underline{g}_{22}}=\frac{1}{4+\mathrm{j}3}=\frac{8-\mathrm{j}6}{50}\ \mathrm{S}; \qquad \underline{Y}_{22}=\underline{Y}_{22a}+\underline{Y}_{22b}=\frac{8-\mathrm{j}6}{25}\ \mathrm{S}$$

π baliokidearen parametroak:

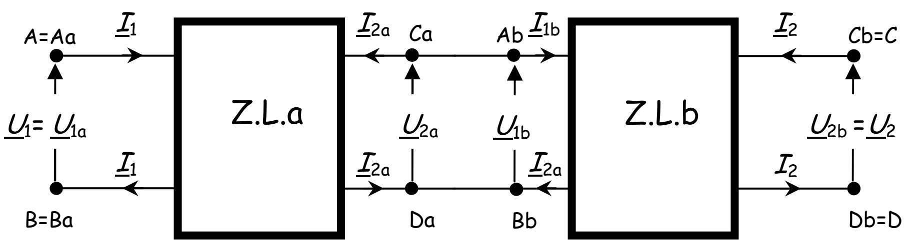
$$\underline{Y}_1=\underline{Y}_{11}+\underline{Y}_{12}=\frac{11-\mathrm{j}2}{25}\ \mathrm{S}$$

$$\underline{Y}_2=\underline{Y}_{22}+\underline{Y}_{12}=\frac{2-\mathrm{j}14}{25}\ \mathrm{S}$$



$$\underline{Y}_3 = -\underline{Y}_{12} = -\underline{Y}_{21} = \frac{6+j8}{25}\,S$$

3 Kate elkarketa



Transmisio parametroekin lan eginez, atebiko baliokidearen transmisio-matrizea erraz lortuko dugu.

[T]=[Ta]·[Tb]

Atebiko bien transmisio parametroak berdinak dira: $\underline{A}a=\underline{A}b$; $\underline{B}a=\underline{B}b$; $\underline{C}a=\underline{C}b$; $\underline{D}a=\underline{D}b$.

Transmisio parametro horiek lortzeko, izaera ezberdineko parametroen arteko bihurketa-taula erabiliko dugu, non bihurketa-erlazioak zehazten diren:

$$\underline{A}_a = \underline{A}_b = \frac{1}{\underline{g}_{21}} = \frac{1}{j} = -j$$

$$\underline{B}_a = \underline{B}_b = \frac{\underline{g}_{22}}{\underline{g}_{21}} = \frac{4+j3}{j} = (3-j4)\Omega$$

$$\underline{C}_a = \underline{C}_b = \frac{\underline{g}_{11}}{\underline{g}_{21}} = \frac{0{,}5}{j} = -j0{,}5\ S$$

$$\underline{D}_a = \underline{D}_b = \frac{\Delta \underline{g}}{\underline{g}_{21}} = \frac{1+j1{,}5}{j} = 1{,}5 - j$$

Atebiko baliokidearen transmisio parametroak:

$$[T] = [T_a]\cdot[T_b] = \begin{bmatrix} -j & 3-j4 \\ -j0{,}5 & 1{,}5-j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -j & 3-j4 \\ -j0{,}5 & 1{,}5-j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(3+j1{,}5) & -(3{,}5+j12) \\ -(1+j0{,}75) & -(0{,}75+j4{,}5) \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} = -(3+j1{,}5);\quad \underline{B} = -(3{,}5+j12)\,\Omega;\quad \underline{C} = -(1+j0{,}75)\,S;\quad \underline{D} = -(0{,}75+j4{,}5)$$

Transmisio parametroen araberako, ezaugarri-ekuazioak:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = -(3+j1{,}5)\cdot\underline{U}_2 + (3{,}5+j12)\cdot\underline{I}_2 & (1) \\ \underline{I}_1 = -(1+j0{,}75)\cdot\underline{U}_2 + (0{,}75+j4{,}5)\cdot\underline{I}_2 & (2) \end{cases}$$

4 Irteerako inpedantziaren balioa potentzia maximoa transferi dakion.

Konektatu beharreko inpedantzia Thevenin-en inpedantziaren konjokatua izango da: $\underline{Z}_L = \underline{Z}_{TH}{}^*$

Badakigu inpedantzia hori Thevenin-en tentsioa Norton-en korronteaz zatituz lor daitekeela: $\underline{Z}_{TH}=\dfrac{\underline{U}_{TH}}{\underline{I}_N}$

Zehaztu behar dira ba, Thevenin-en tentsioa eta Norton-en korrontea.

Thevenin-en tentsioa, $\underline{I}_2$ korrontea nulua denean, C eta D puntuen artean agertzen den tentsioa izango da. Baldintza hori (1) ekuaziora eramaten badugu, Thevenin-en tentsioa lortuko dugu:

$$\underline{U}_1=-(3+j1{,}5)\underline{U}_2+(3{,}5+j12)\underline{I}_2 \quad (1) \quad \xrightarrow{\underline{I}_2=0} \quad \underline{U}_2=\underline{U}_{TH}=\frac{-\underline{U}_1}{3+j1{,}5}$$

Norton-en korrontea, muturrak zirkuitulaburtuta daudenean ($\underline{U}_2$ nulua denean), D eta C-ren artean zirkulatzen duen korrontea izango da. Baina kontuz, Norton-en korrontearen polaritatea $\underline{I}_2$ korrontearenaren alderantzizkoa da, baldintza hori kontuan izan beharko dugu.
Norton-en korrontea (1) adierazpenean lortuko dugu, $\underline{U}_2$=0 dela ordeztuz.

$$\underline{U}_1=-(3+j1{,}5)\underline{U}_2+(3{,}5+j12)\underline{I}_2 \quad \xrightarrow{\underline{U}_2=0} \quad -\underline{I}_2=\underline{I}_N=\frac{-\underline{U}_1}{3{,}5+j12}$$

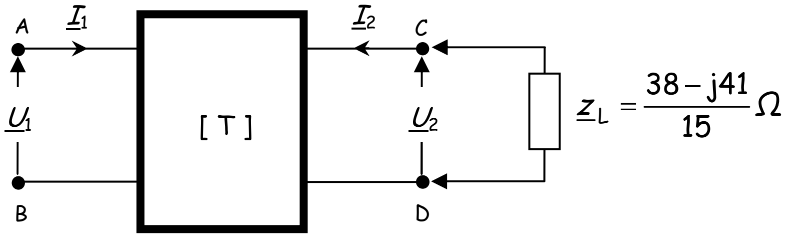
Aurreko bi adierazpenen zatiketa eginez, Thevenin-en inpedantzia kalkulatuko dugu:

$$\underline{Z}_{TH}=\frac{\underline{U}_{TH}}{\underline{I}_N}=\frac{\dfrac{-\underline{U}_1}{3+j1{,}5}}{\dfrac{-\underline{U}_1}{3{,}5+j12}}=\frac{38+j41}{15}\,\Omega$$

Eta azkenik, potentzia maximoa transferituko duen inpedantziaren balioa:

$$\underline{Z}_L=\underline{Z}_{TH}^{*}=\frac{38-j41}{15}\,\Omega$$

5 Sarrerako inpedantzia, korronte irabazia, eta tentsio irabazia.



Sarrerako inpedantzia:

$$\underline{Z}_{sarrera}=\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}$$

Bigarren ateko tentsioa, kargako inpedantzian, Ohm-en legea erabiliz zehazten da.

$\underline{U}_2 = -\underline{I}_2 \cdot \underline{z}_L = -\underline{I}_2 \cdot \frac{38 - j41}{15}\,\Omega$ eta baldintza hori, transmisio parametroen araberako ezaugarri-ekuazioetan txertatzen da. Horrela lehen ateko tentsio eta korrontea lortuko dira, bigarren ateko korrontearen menpe.

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = -(3 + j1{,}5) \cdot \left(-\underline{I}_2 \cdot \frac{38 - j41}{15}\right) + (3{,}5 + j12) \cdot \underline{I}_2 = (15{,}2 + j7{,}6) \cdot \underline{I}_2 \\[2ex] \underline{I}_1 = -(1 + j0{,}75) \cdot \left(-\underline{I}_2 \cdot \frac{38 - j41}{15}\right) + (0{,}75 + j4{,}5) \cdot \underline{I}_2 = \frac{16 + j11}{3} \underline{I}_2 \end{cases}$$

$$\underline{z}_{sarrera} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{(15{,}2 + j7{,}6) \cdot \underline{I}_2}{\frac{16 + j11}{3} \underline{I}_2} = \frac{(28{,}6 - j4)}{11}\,\Omega$$

Korronte irabazia: $\underline{G}_I = \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{I}_2}{\frac{16 + j11}{3} \cdot \underline{I}_2} = \frac{3}{16 + j11} = 0{,}154476_{\angle -34{,}5º}$

Tentsio irabazia: $\underline{G}_U = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\frac{38 - j41}{15} \cdot \underline{I}_2}{(15{,}2 + j7{,}6) \cdot \underline{I}_2} = \frac{-6{,}14 + j21{,}05}{100} = 0{,}22_{\angle 106{,}26º}$