11. Gaia: Zirkuitu Doigarriak.

11.0 HELBURUAK

11.1 DEFINIZIOAK: INBERTSIO KONPLEXUA ETA LEKU GEOMETRIKOAK.

11.2 HASI AURRETIK.

11.3 PUNTU BATEN ALDERANTZIZKOA EGITEA.

11.4 ZUZEN BATEN ALDERANTZIZKOA EGITEA.

11.5 ZIRKUNFERENTZIA BATEN ALDERANTZIZKOA EGITEA.

11.6 INPEDANTZIA EDO ADMITANTZIA BATEN LEKU GEOMETRIKOAREN PUNTU ESANGURATSUAK.

11.7 LEKU GEOMETRIKO BATEN PUNTUEN IZAERA.

11.8 ADIBIDEAK.

11.9 BIBLIOGRAFIA.

- Elementu aldakorrak dituzten zirkuituen jokabidea behatzea.
- Zirkuitu doigarrien garrantzi praktikoa zein den adierazi.
- Elementu doigarri bakarra duten zirkuituen adibide praktikoak jartzea.
- Zirkuitu doigarrien ebazpenean, inbertsioaren teoriaren garrantziaz arrazonatu.
- Elementu aldakor bakarreko zirkuitu sinpleak grafikoki ebaztea.
- Sor daitezkeen inmitantzien leku geometrikoak bereiztea.
- Leku geometrikoen puntu adierazgarriak zehaztu.

Inbertsio konplexua: Zenbaki konplexu baten alderantzizkoa, grafikoki lortzean datza. Hau da, ondoko operazioa grafikoki egitea izango da:

$$\underline{\underline{Z}} = Z_{\angle\varphi}$$

$$\frac{1}{\underline{\underline{Z}}} = \frac{1}{Z_{\angle\varphi}} = \frac{1}{Z}\ _{\angle-\varphi} = \underline{Y}$$

Bi operazio grafiko egingo dira:

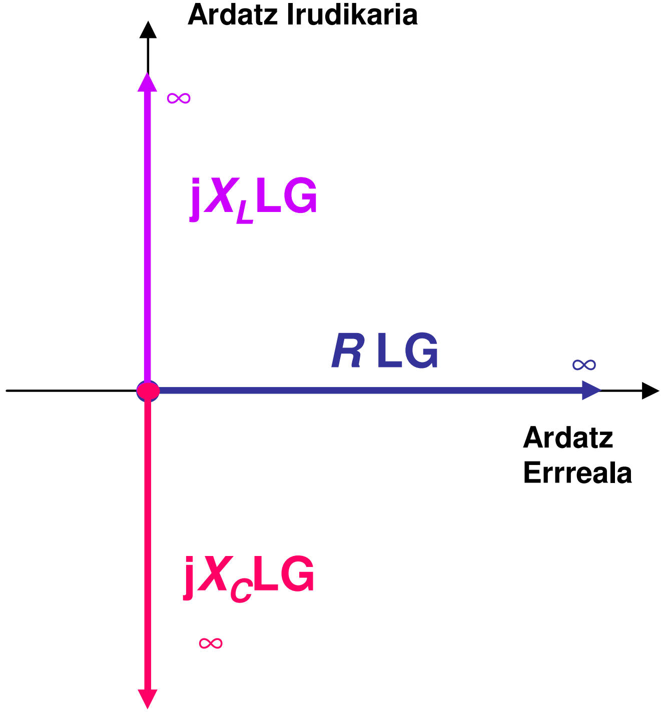
1) ***Bat balioko erradioa duen zirkunferentzia batekiko $\underline{\underline{Z}}$ bektorearen alderantzizkoa lortu.*** Operazio horretan $\underline{\underline{Z}}$-ren angelu bereko baina moduluz alderantzizko balioa duen bektorea ($\underline{\underline{Z}}$') lortuko da.

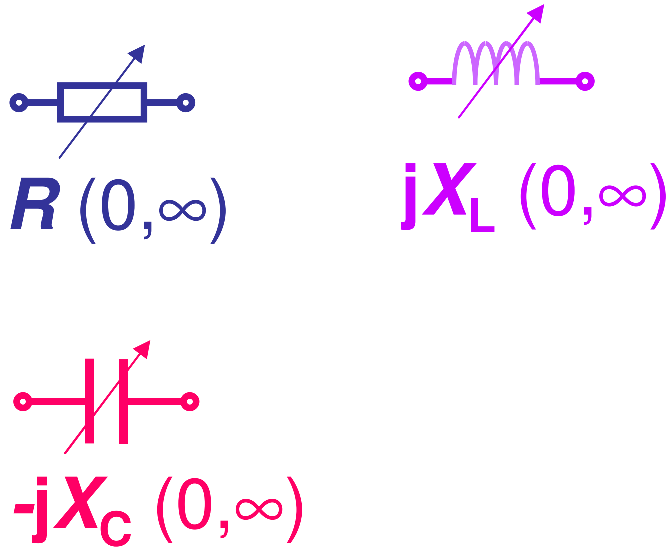
2) Aurreko operazioan lortutako bektorearen ($\underline{\underline{Z}}$'-ren) ***ardatz errealarekiko simetrikoa irudikatu:*** ($\underline{\underline{Z}}$'') Era horretara, angeluaren zeinua aldatuko da.

Zentzuzkoa da ***leku geometrikoekin*** lan egiterakoan bakarrik erabiltzea operazio aipatutako operazio grafikoak. Izan ere, bektoreekin lan egiteko aritmetikoki operazioak egitea sinpleago gertatzen da.

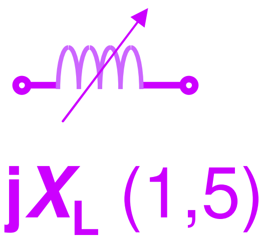
Bektore baten gezi-punta posible guztiek osatzen duten zuzen edo zirkunferentziak dira ***leku geometrikoak***. Zirkuituko elementu batek hainbat balio ezberdin izan ditzakeenean agertzen dira.

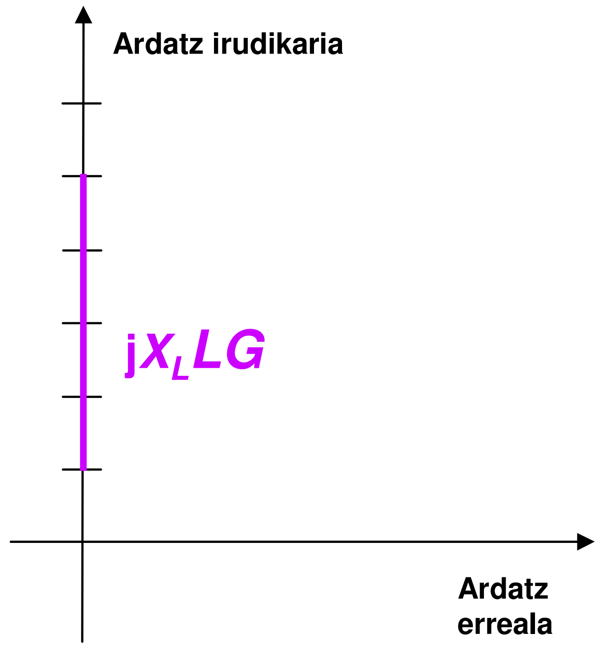
Adibideak:





Leku geometriko baten luzera ez da zertan infinitua izan behar, neurri mugatua ere eduki dezake, ikus dezagun:

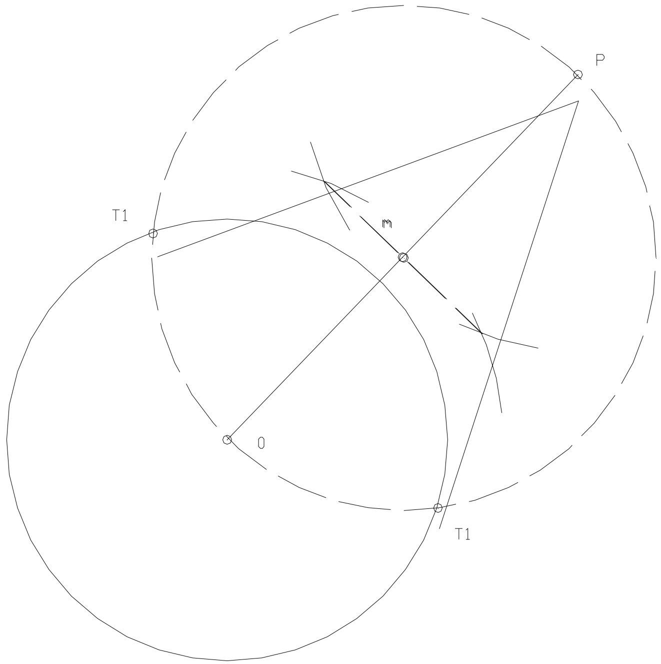




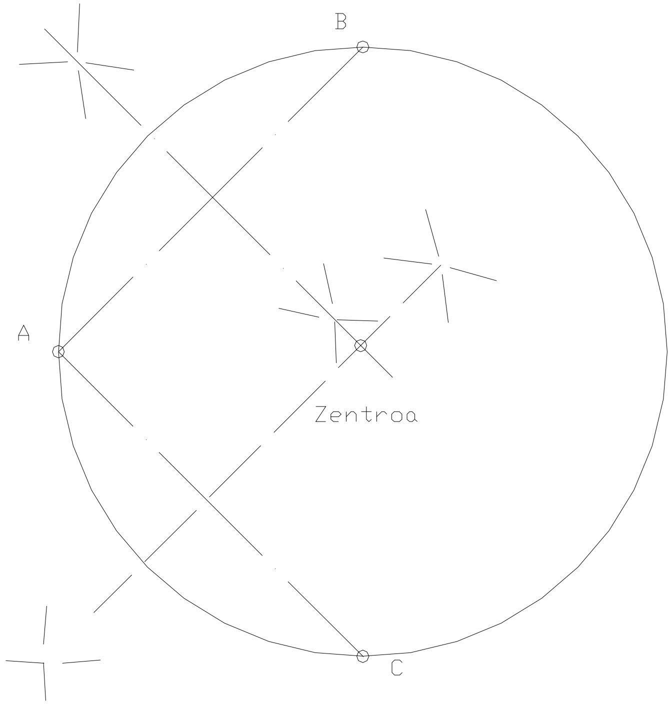
Zirkuituak ebaztean ohikoa da $\underline{Y}$ edo $\underline{Z}$-ren leku geometrikoa lortzea, horren baliotik abiatuz beste zenbait aldagai definitzeko, hala nola: korronteak, potentziak,…eta abar.

GARRANTZITSUA: Zirkunferentzia batekiko zuzen-ukitzaileak, ukipen puntuan erradioarekiko elkartzutak direla gogoan izan.

1. Lotu P puntua zirkunferentziaren 0 zentroarekin: $\overline{PO}$
2. $\overline{PO}$ Zuzenaren erdibitzailea egin.
3. $\overline{PO}$ eta erdibitzailearen arteko ebaketa puntua, ukipen puntuak (T_1,T_2) lortzen lagunduko digun zirkunferentzia laguntzailearen zentroa da. Bere erradioa: $\overline{PO}/2$
4. Zuzen ukitzaileak marraztu: $\overline{T_1P}$ eta $\overline{T_2P}$.



P PUNTUTIK ZIRKUNFERENTZIA BATEKIKO ZUZEN UKITZAILEEN MARRAZKETA.



Emandako hiru puntuak binaka lotzen dira.

Puntuak lotzean, lortu diren bi zuzenen erdibitzaileak marraztu.

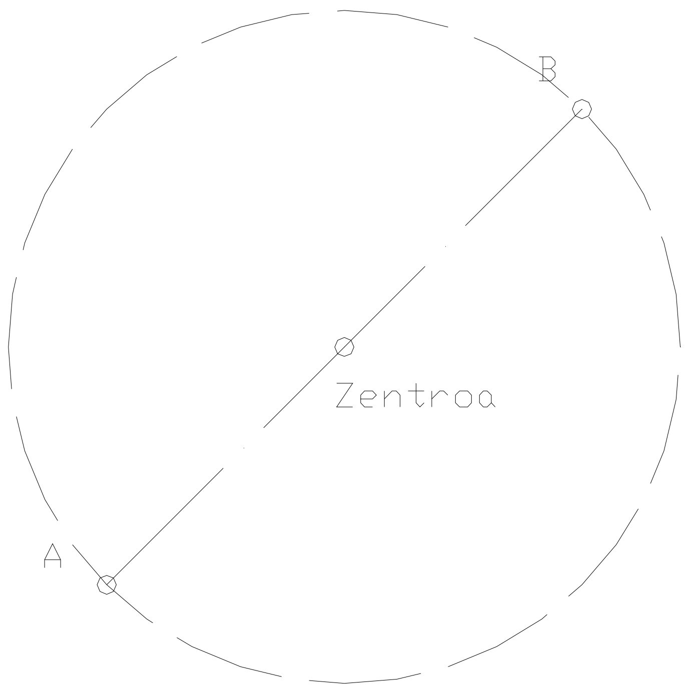
Erdibitzaileen ebaketa- puntua zirkunferentziaren zentroa da.

Behin zentroa ezagututa, emandako hiru puntuetatik igarotzen den zirkunferentzia marrazten da.

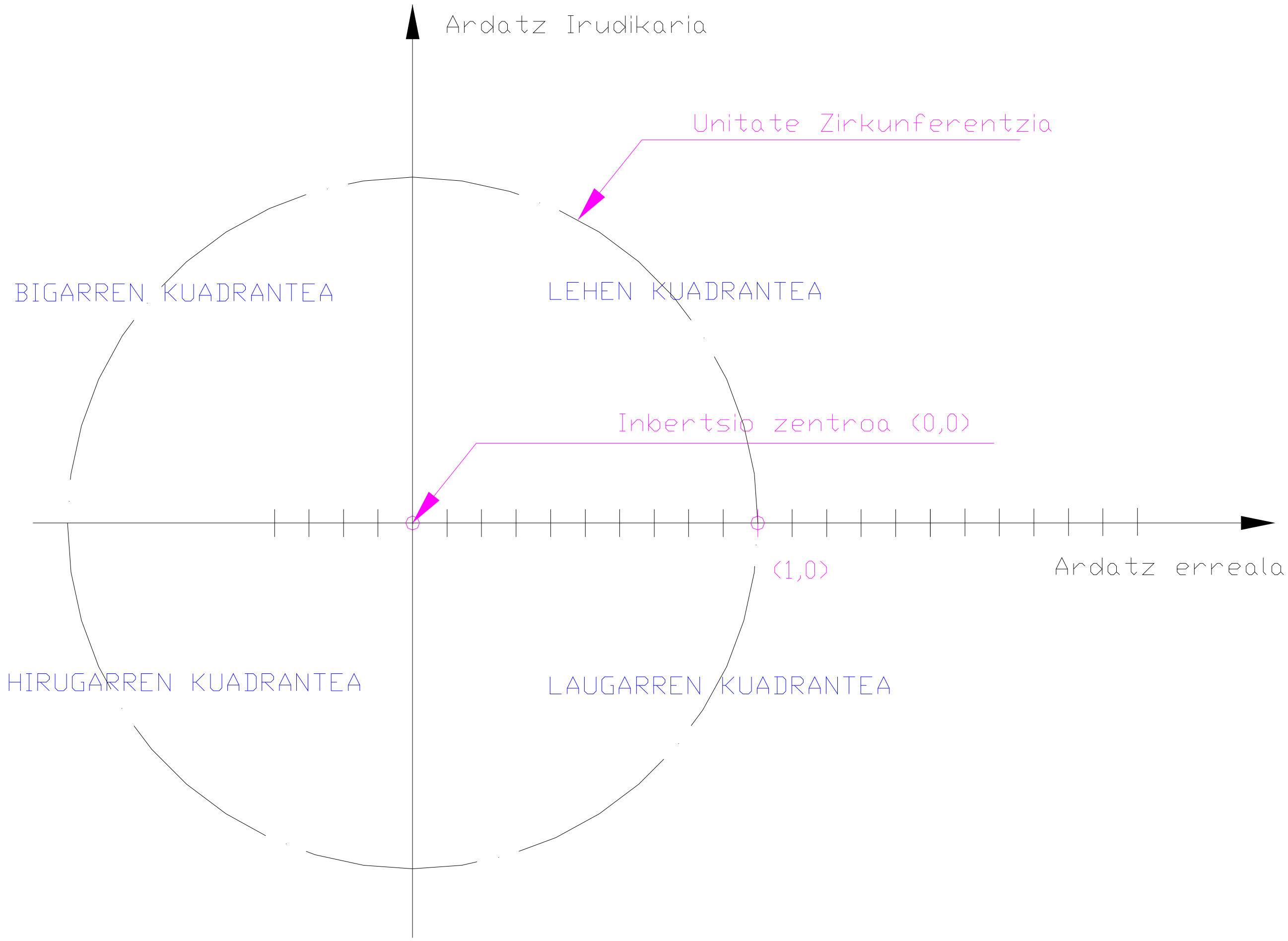
ZIRKUNFERENTZIA BATEN MARRAZKETA BERE HIRU PUNTU EZAGUTUZ.

Puntuek diametroa osatzen dutenez, zuzen batez lotzen dira, zuzenaren erdian zirkunferentziaren zentroa egongo da.

Zentroa ezagutuz, emandako puntu bietatik igarotzen den zirkunferentzia marrazten da



ZIRKUNFERENTZIA BATEN MARRAZKETA DIAMETROZ AURKAKO PUNTU BI ERABILIZ.



PLANO KONPLEXUA: DEFINIZIOAK.

Inbertsio zentroa: (0,0) puntua.

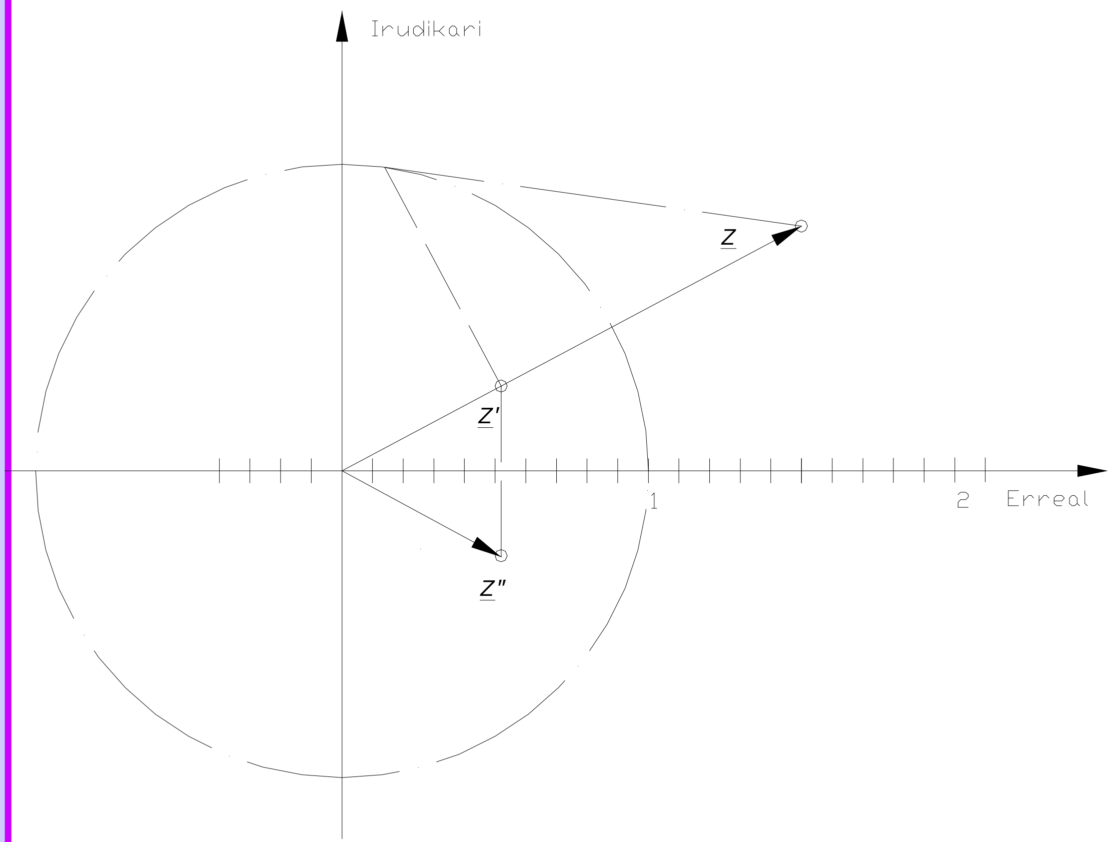
Inbertsioaren konstantea: 1 (unitate zirkunferentziaren erradioa).

1. Lotu puntua ($\underline{Z}$ bektorearen punta) inbertsio zentroarekin: $\overline{ZO}$ zuzena.

2. Puntutik ($\underline{Z}$ bektorearen punta) unitate zirkunferentziarekiko zuzen ukitzailea irudikatu, bi zuzen-ukitzaileetatik edozeinek balio du.

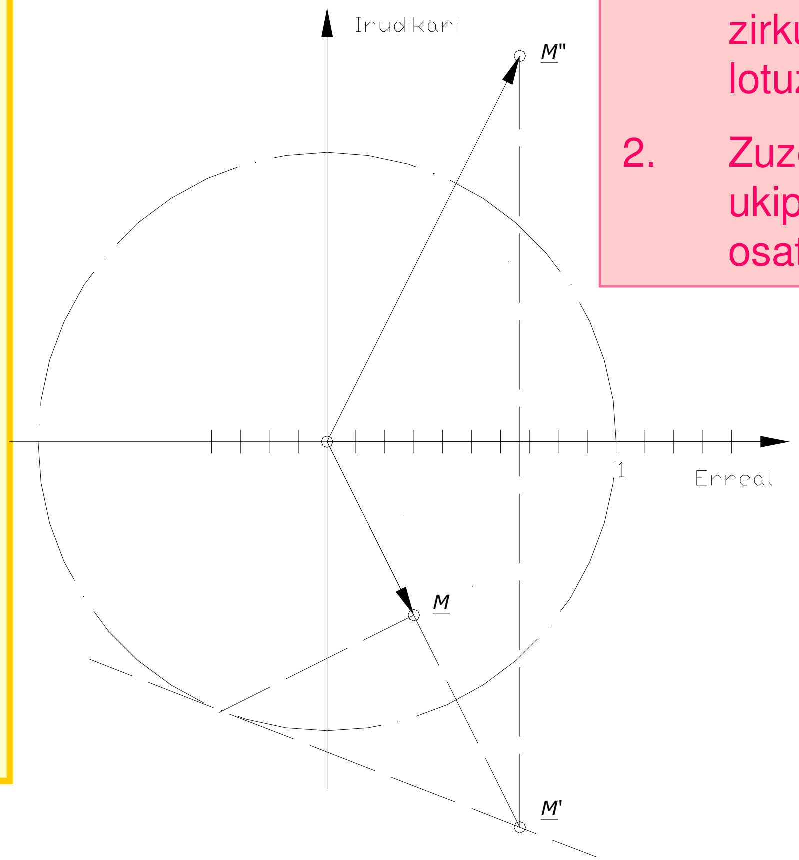
3. Ukipen puntutik $\overline{ZO}$ zuzenarekiko zuzen elkartzuta marraztu; Bi zuzenen arteko ebaketa puntua $\underline{Z}$ -ren alderantzikoa da $\underline{Z}$'-z izendatuko duguna.

4. $\underline{Z}$'-ren simetrikoa egin ardatz errealarekiko. Azken puntu hori $\underline{Z}$–ren alderantzizko konplexua izango da, $\underline{Z}$''–z izendatuko duguna.



UNITATE ZIRKUNFERENTZIAREN KANPOKO PUNTU BATEN ALDERANTZIKOAREN LORPENA

1. Lotu M puntua (<u>*M*</u> bektorearen punta) inbertsio puntuarekin (0,0): $\overline{MO}$ zuzena
2. M puntutik $\overline{MO}$ zuzenarekiko zuzen elkatzuta marraztu.
3. $\overline{MO}$ zuzenarekiko elkartzutak unitate zirkunferentzia mozten duen puntutik, zirkunferentziarekiko zuzen ukitzailea marraztu.
4. Zuzen ukitzailea eta $\overline{MO}$ zuzenaren arteko ebaketa puntua M' puntua da (M–ren alderantzizkoa).
5. <u>*M'*</u> –ren simetrikoa egiten badugu ardatz errealarekiko <u>*M*</u> -ren alderantzizko konplexua lortuko dugu, <u>*M*</u>".



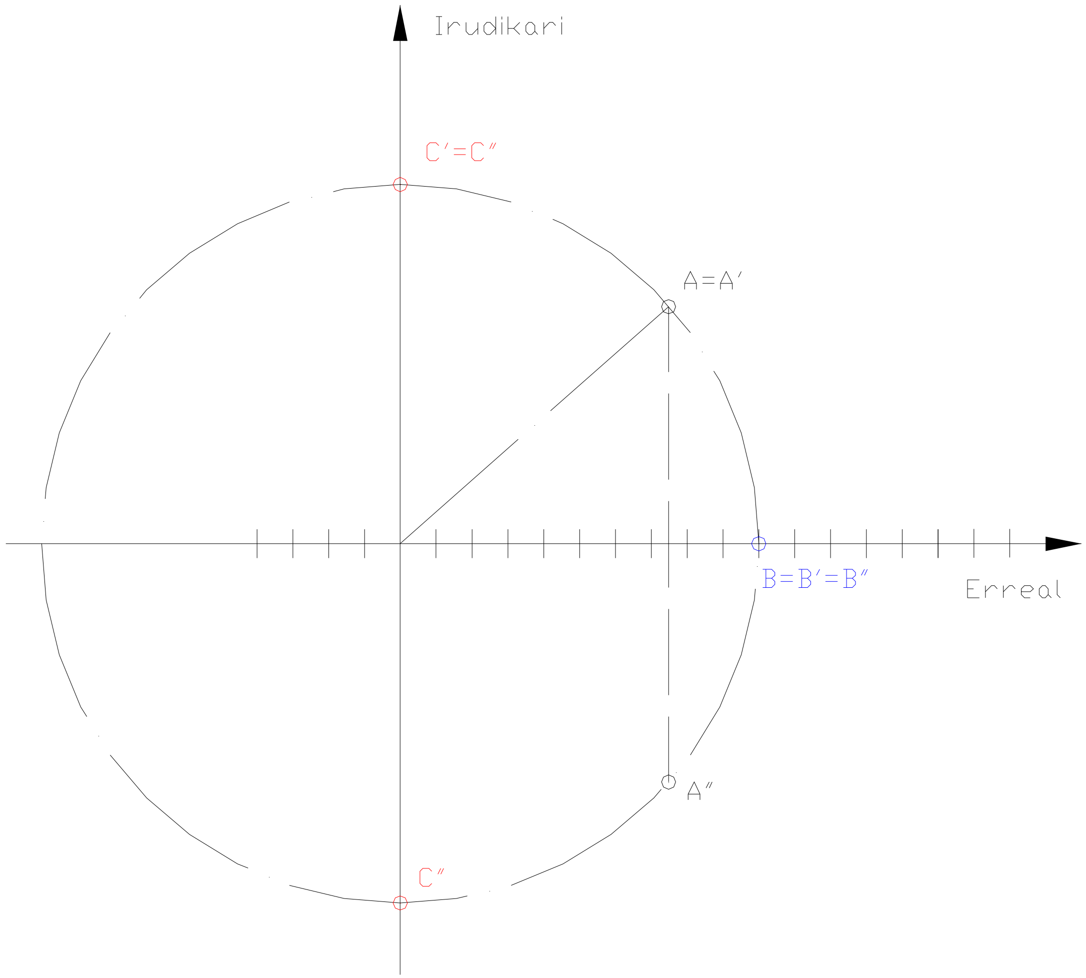
Zirkunferentzia batekiko zuzen-ukitzailearen marrazketa, ukipen puntua ezagutuz:

1. Ukipen puntutik erradioa marrazten da (ukipen puntua zirkunferentziaren zentroarekin lotuz).
2. Zuzen ukitzailea marrazten da, ukipen puntutik, erradioarekin 90º osatuz.

UNITATE ZIRKUNFERENTZIAREN BARNEKO PUNTU BATEN ALDERANTZIKOAREN LORPENA

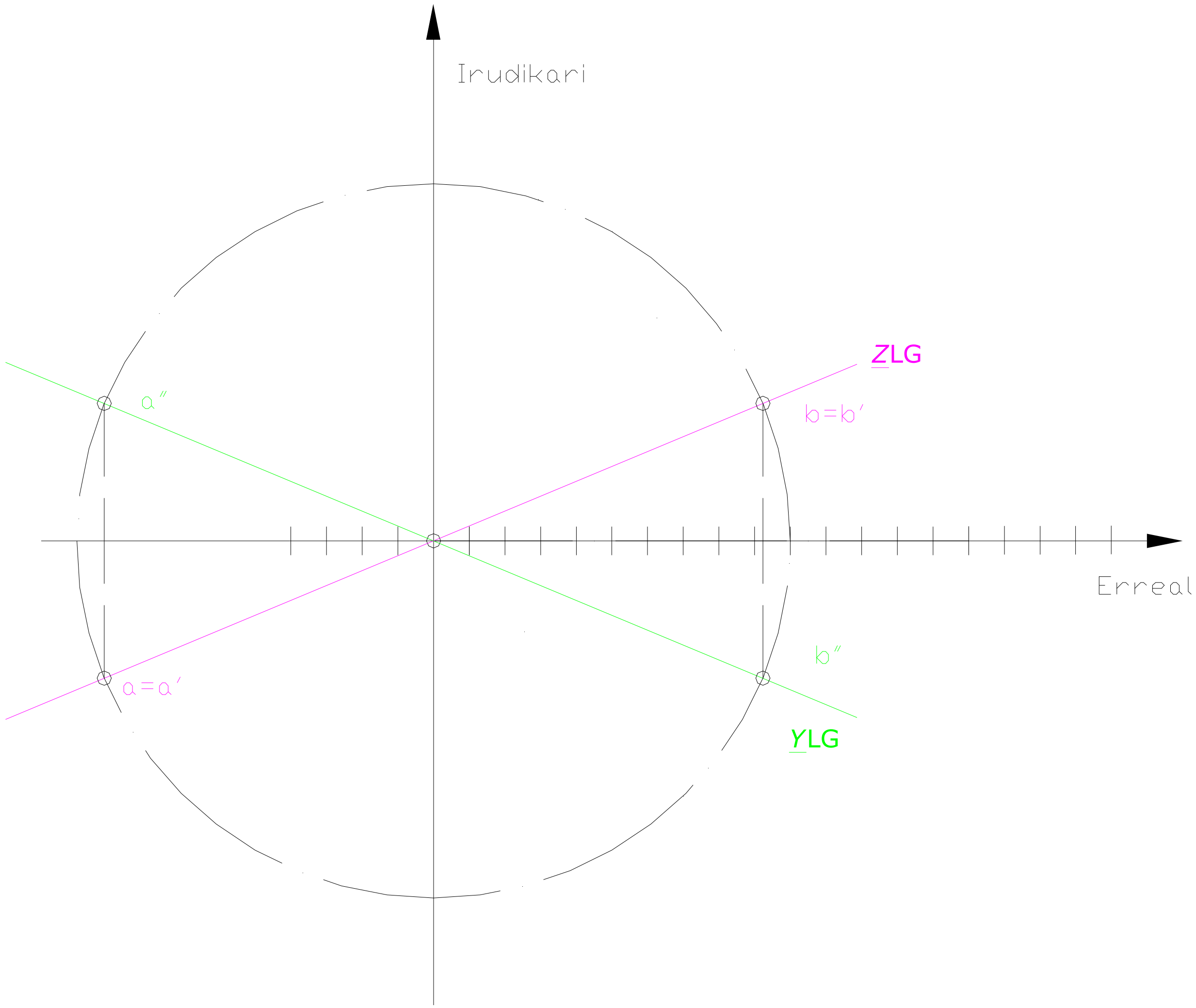
PUNTUAK

1. Unitate zirkunferentzian dauden puntuak bat datoz beren alderantzizkoekin. Alderantzizko konplexuak lortzeko simetrikoak lortzea baino ez dugu, unitate zirkunferentzian ere egongo direlarik.
2. (1,0) eta (-1,0) puntuak bat datoz beren alderantzizko konplexuekin.
3. Unitate zirkunferentziaren barruko puntu batek, alderantzizkoa unitate zirkunferentziaren kanpoan dauka.
4. Unitate zirkunferentziaren kanpoko puntu batek, alderantzizkoa, unitate zirkunferentziaren barruan dauka.
5. Infinituko puntu baten alderantzizkoa (0,0) puntua da.
6. (0,0) puntuaren alderantzizkoa infinituko puntu bat da.



UNITATE ZIRKUNFERENTZIAKO PUNTUEN ALDERANTZIZKOAK

Inbertsio zentrotik igarotzen den zuzen baten alderantzizkoa, **inbertsio zentrotik igaroko den beste zuzen bat izango da.**



Errazena unitate zirkunferentzia mozten duten puntu biak erabiltzea da, beren alderantzizkoak ia berehalakoak baitira.

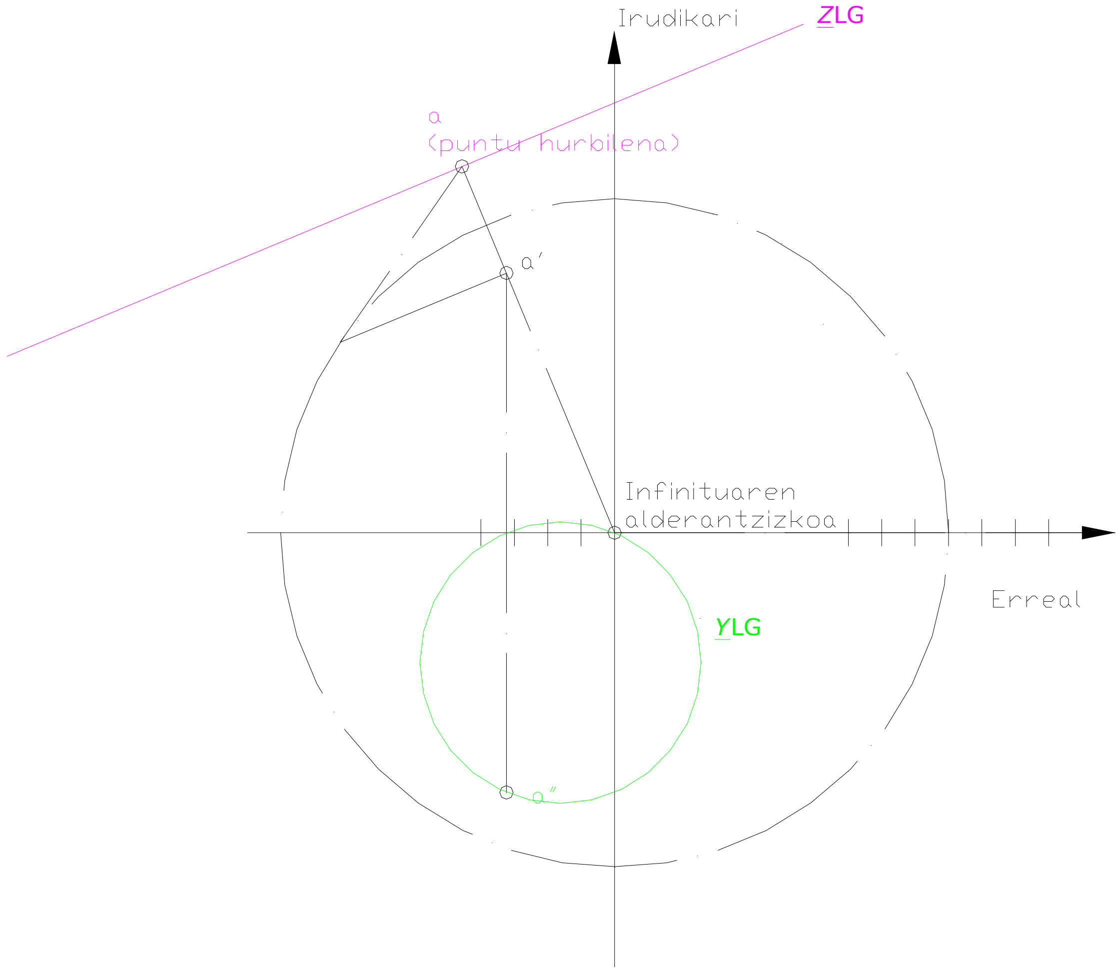
(0,0) INBERTSIO ZENTROTIK IGAROTZEN DEN ZUZEN BATEN ALDERANTZIKOA

Inbertsio zentrotik igarotzen **ez** den zuzen baten alderantzizkoa, **inbertsio zentrotik igarotzen den zirkunferentzia bat da.**

Zirkunferentzia marrazteko, errazena diametroa osatzen duten puntu bi erabiltzea da: Inbertsio zentrotik hurbilen eta urrunen dauden bi puntuak dira horiek.

Inbertsio zentrotik hurbilen dagoen puntua lortzeko, inbertsio zentrotik zuzenera zuzen-elkartzuta eraikitzen da, bi zuzenen arteko ebaketa-puntua, puntu hurbilena izango da. Puntu urrunena, infinitua da alderantzizkotzat (0,0) puntua duena,

Aipatutako bi puntu horien inbertsoekin, zirkunferentzia eraikitzen da, diametroz aurkako puntuak baitira.

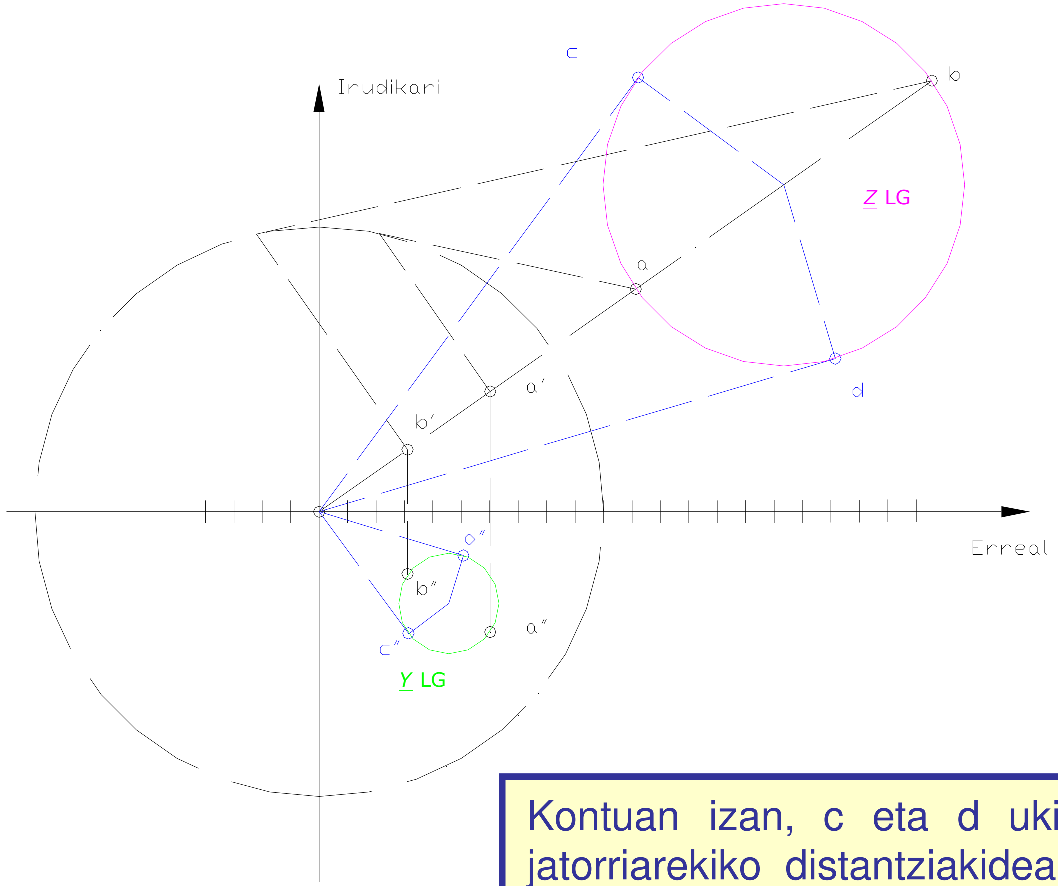


INBERTSIO ZENTROTIK IGAROTZEN EZ DEN ZUZEN BATEN ALDERANTZIKOA

Inbertsio zentrotik igarotzen **ez** den zirkunferentzia baten alderantzizkoa, **inbertsio zentrotik igarotzen ez den beste zirkunferentzia bat izango da.**

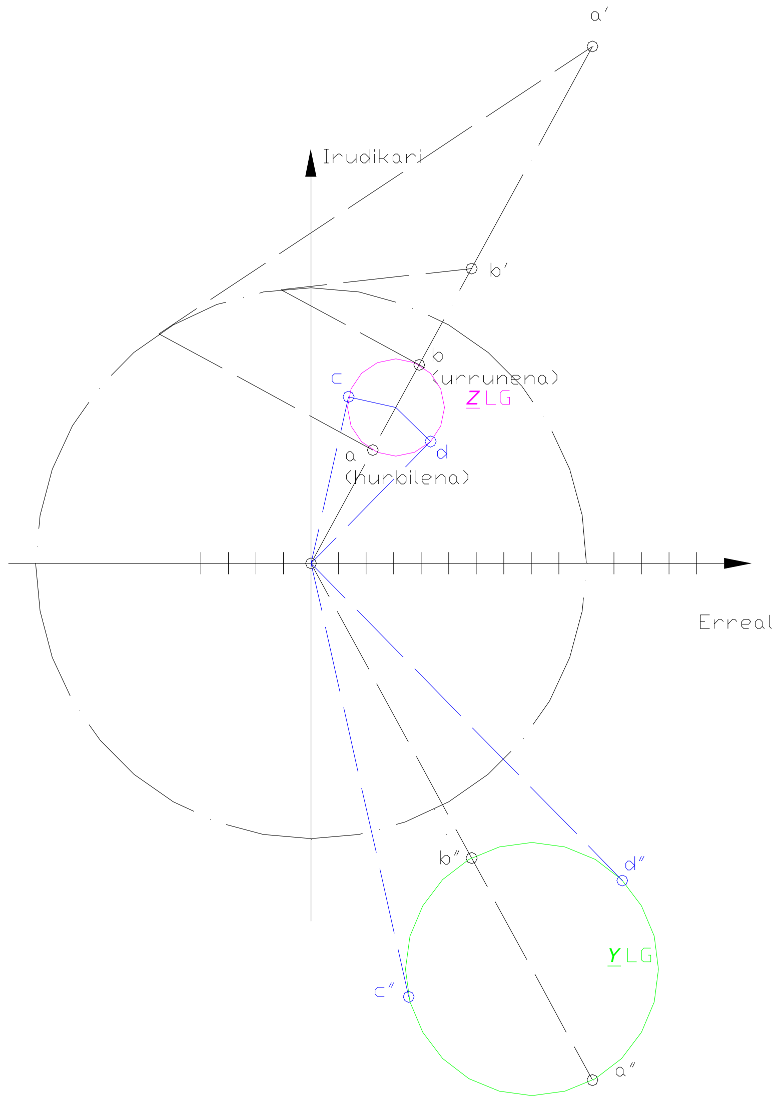
Zirkunferentzia marrazteko, errazena diametroa osatzen duten puntu bi erabiltzea da: Inbertsio zentrotik hurbilen eta urrunen dauden bi puntuak dira horiek.

Puntu horiek aukeratzeko, (0,0) eta zirkunferentziaren zentroa zuzen batez lotzen dira, zuzena zirkunferentzia moztu arte luzatuz. Ebaketa puntu biak, puntu hurbilena eta urrunena dira. Beren alderantzikoak lortu ondoren, alderantzizko zirkunferentzia irudikatzen da.



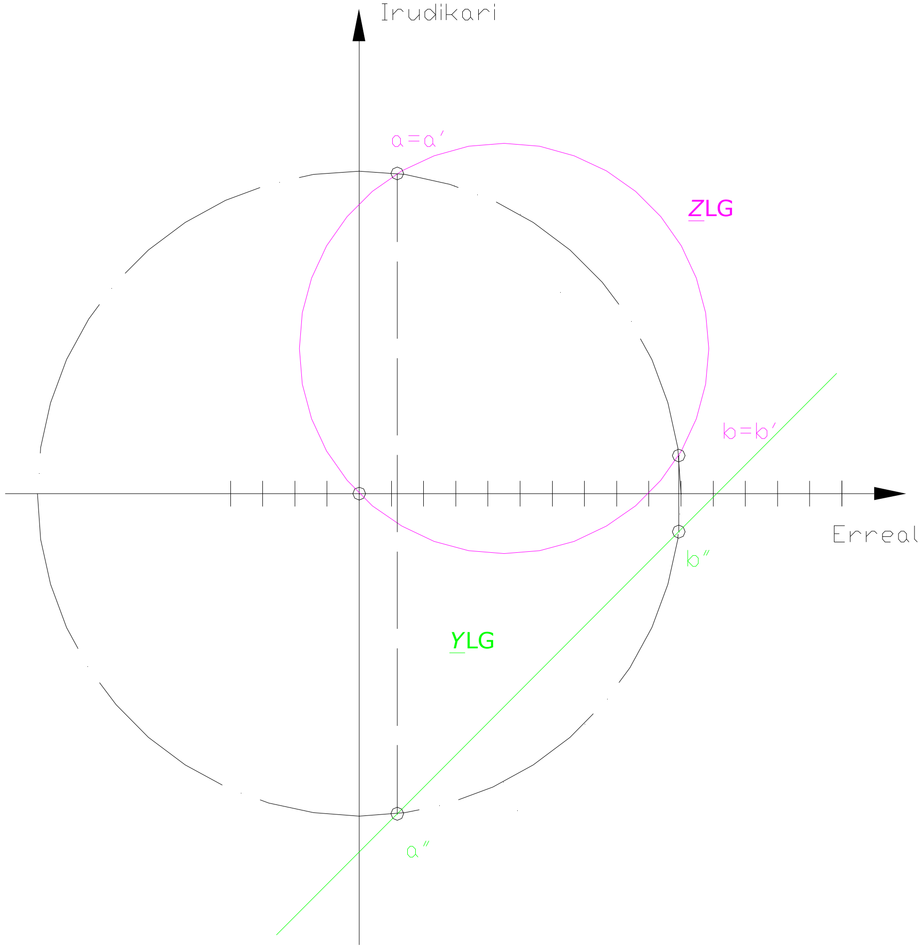
Kontuan izan, c eta d ukipen puntuak jatorriarekiko distantziakideak direla, eta, era berean, beren alderantzizkoak ere (c" eta d"). Eta zuzen-ukitzaileen angeluak gordetzen direla, baina inbertiturik.

INBERTSIO ZENTRUTIK IGARO EZ ETA UNITATE ZIRKUNFERENTZIAREN KANPOAN DAGOEN ZIRKUNFERENTZIA BATEN ALDERANTZIZKOA



INBERTSIO ZENTRUTIK IGARO EZ ETA UNITATE ZIRKUNFERENTZIAREN BARRUAN DAGOEN ZIRKUNFERENTZIA BATEN ALDERANTZIZKOA

Inbertsio zentrotik igarotzen den zirkunferentzia baten alderantzikoa, **inbertsio zentrotik igarotzen ez den zuzen bat izango da.**



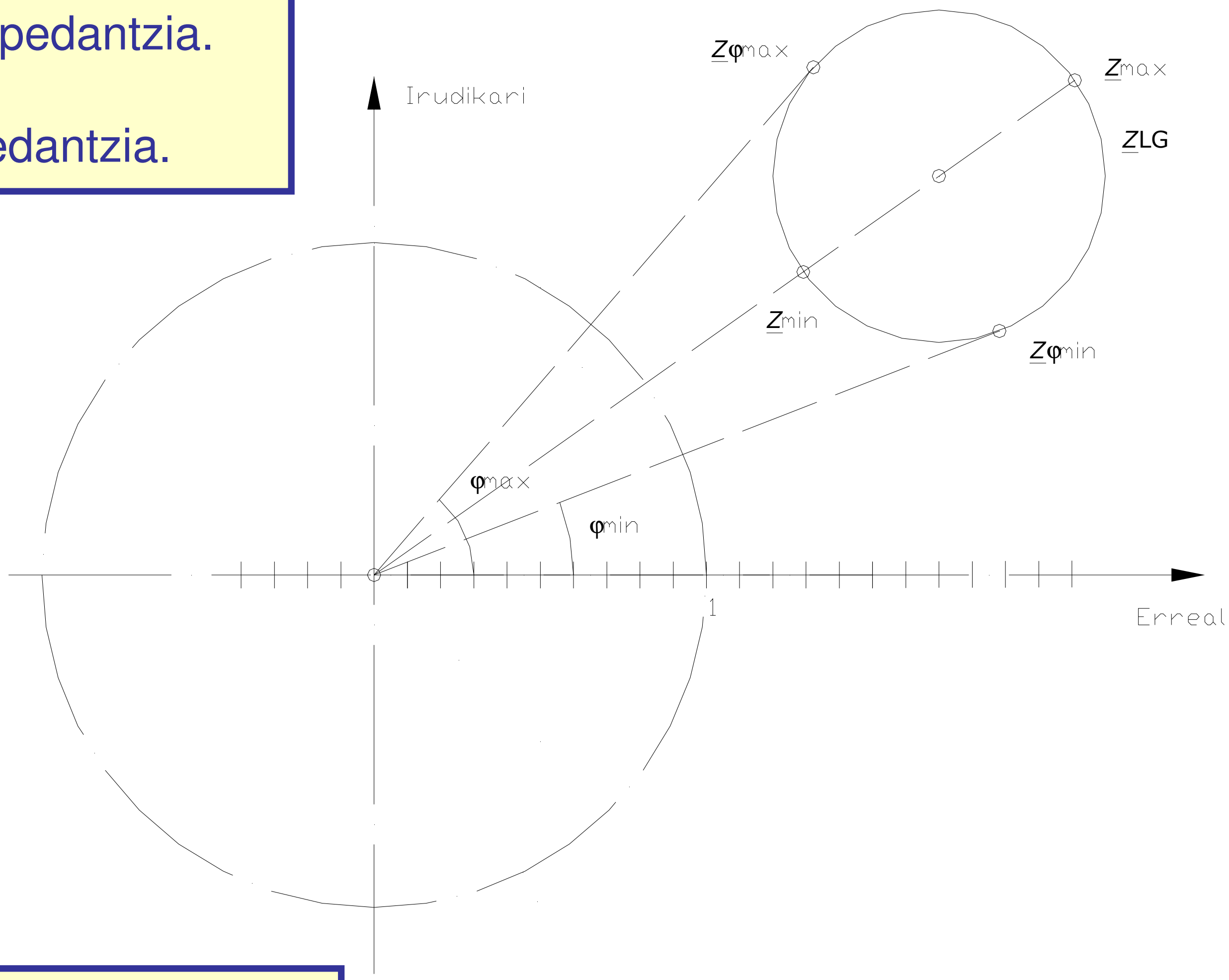
Zuzena marrazteko puntu bi behar dira. Unitate zirkunferentzia mozten duen punturik badugu, horiek dira hoberenak, beren alderantzizkoak berehalakoak direlako. Zuzenak ez badu unitate zirkunferentzia mozten edozein puntu bi erabiliko ditugu.

INBERTSIO ZENTRUTIK IGAROTZEN DEN ZIRKUNFERENTZIA BATEN ALDERANTZIZKOA

11.6 INPEDANTZIA EDO ADMITANTZIA BATEN LEKU GEOMETRIKOAREN PUNTU ESANGURATSUAK

$\underline{Z}_{\varphi max}$: angelu handieneko inpedantzia.

$\underline{Z}_{\varphi min}$: angelu txikieneko inpedantzia.

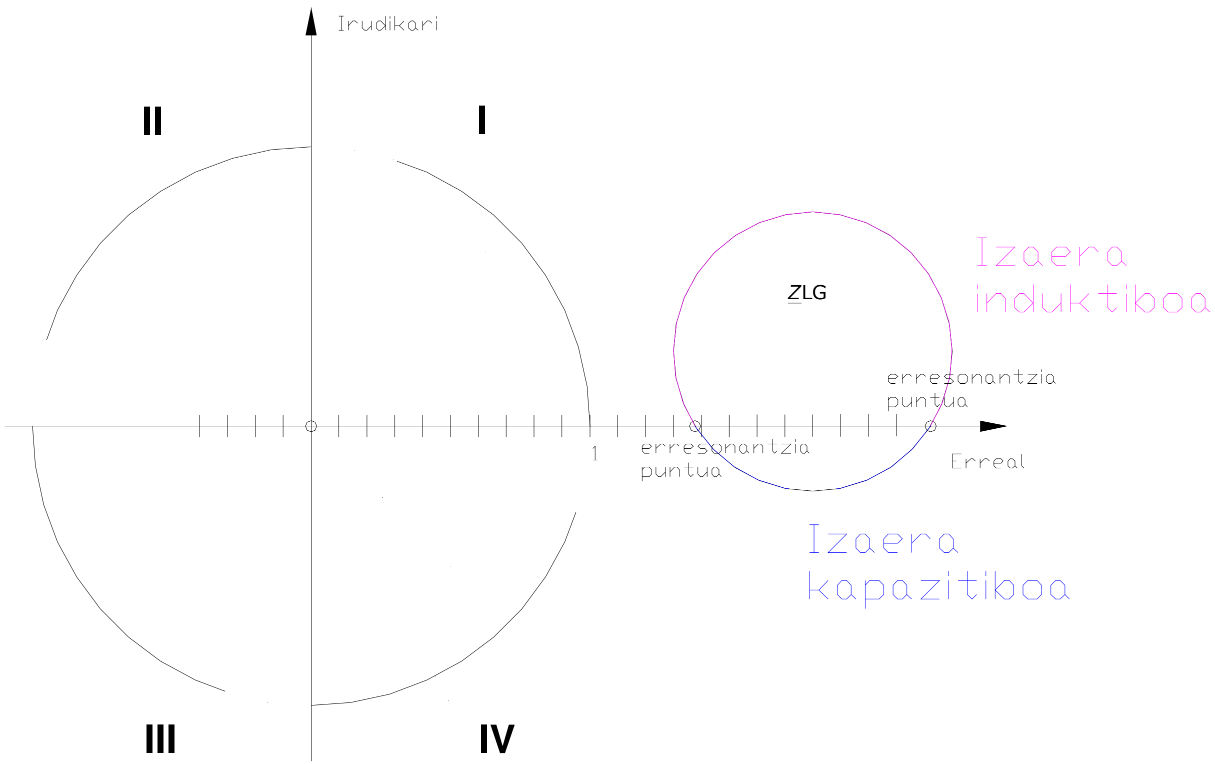


$\underline{Z}_{max}$: modulu handieneko inpedantzia.

$\underline{Z}_{min}$: modulu handieneko inpedantzia.

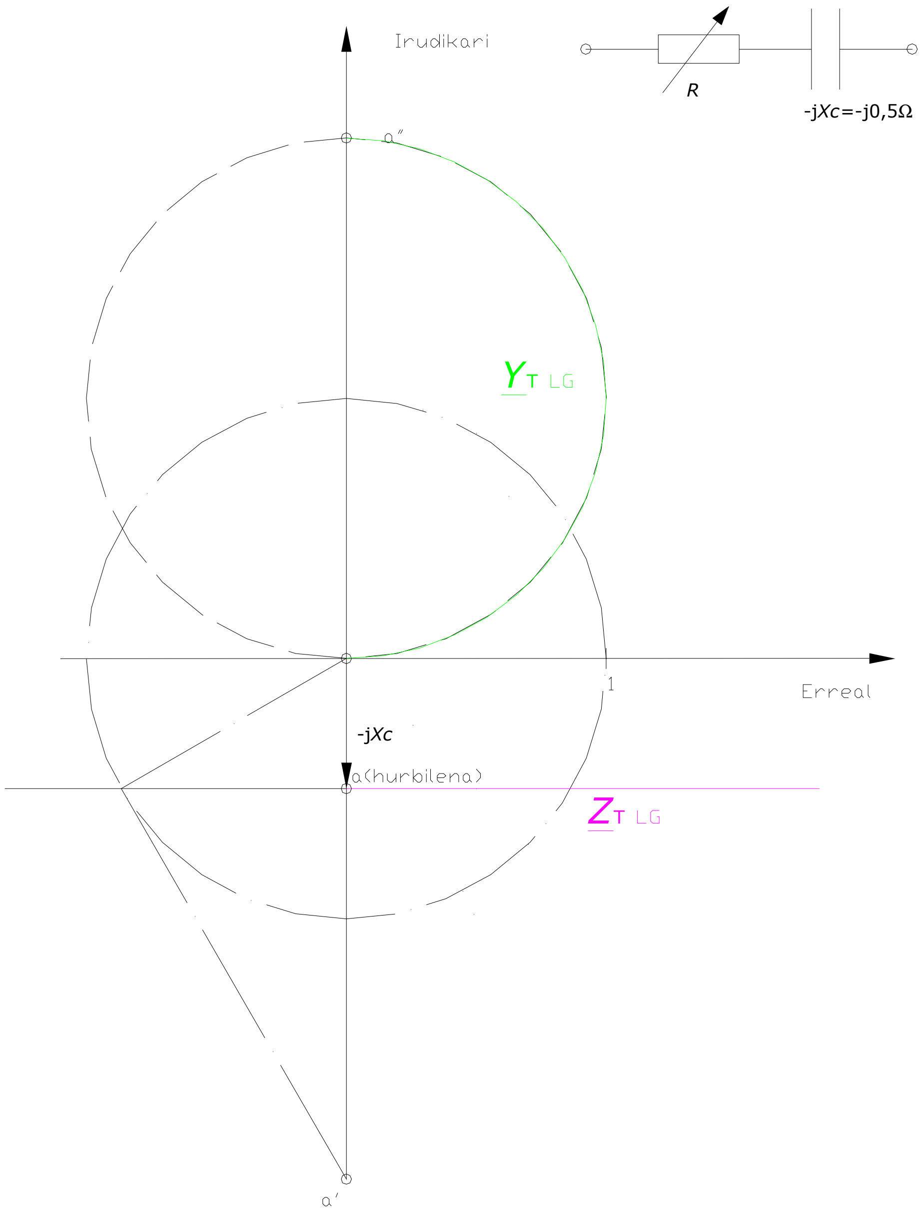
11.7 LEKU GEOMETRIKO BATEN PUNTUEN IZAERA

Inpedantzia baten leku geometrikoa marraztu del kontuan izan. Lehenengo koadranteko puntuak izaera induktibokoak dira (R+jXL). Laugarren koadranteko puntuek izaera kapazitiboa dute (R-jXC), eta ardatz erreal positiboko puntuak erresistibo hutsak (R), dira, azken horiek erresonantzia-puntuak ere deitzen dira.



Inpedantzia baten leku geometrikoa adierazi beharrean **admitantzia** batena irudikatuz gero. Leku geometrikoaren puntuetako izaera honako izango litzateke: Lehenengo koadrantean kokatutako puntuak izaera kapazitibokoak izango lirateke (G+jB_C). Laugarren koadranteko puntuak izaera induktibokoak (G-jB_L), eta ardatz erreal positiboan kokatutakoak erresistibo hutsak (G).

11.8 ADIBIDEAK (1)



1 ADIBIDEA: Irudiko zirkuiturako, lortu $\underline{Y}_T$LG

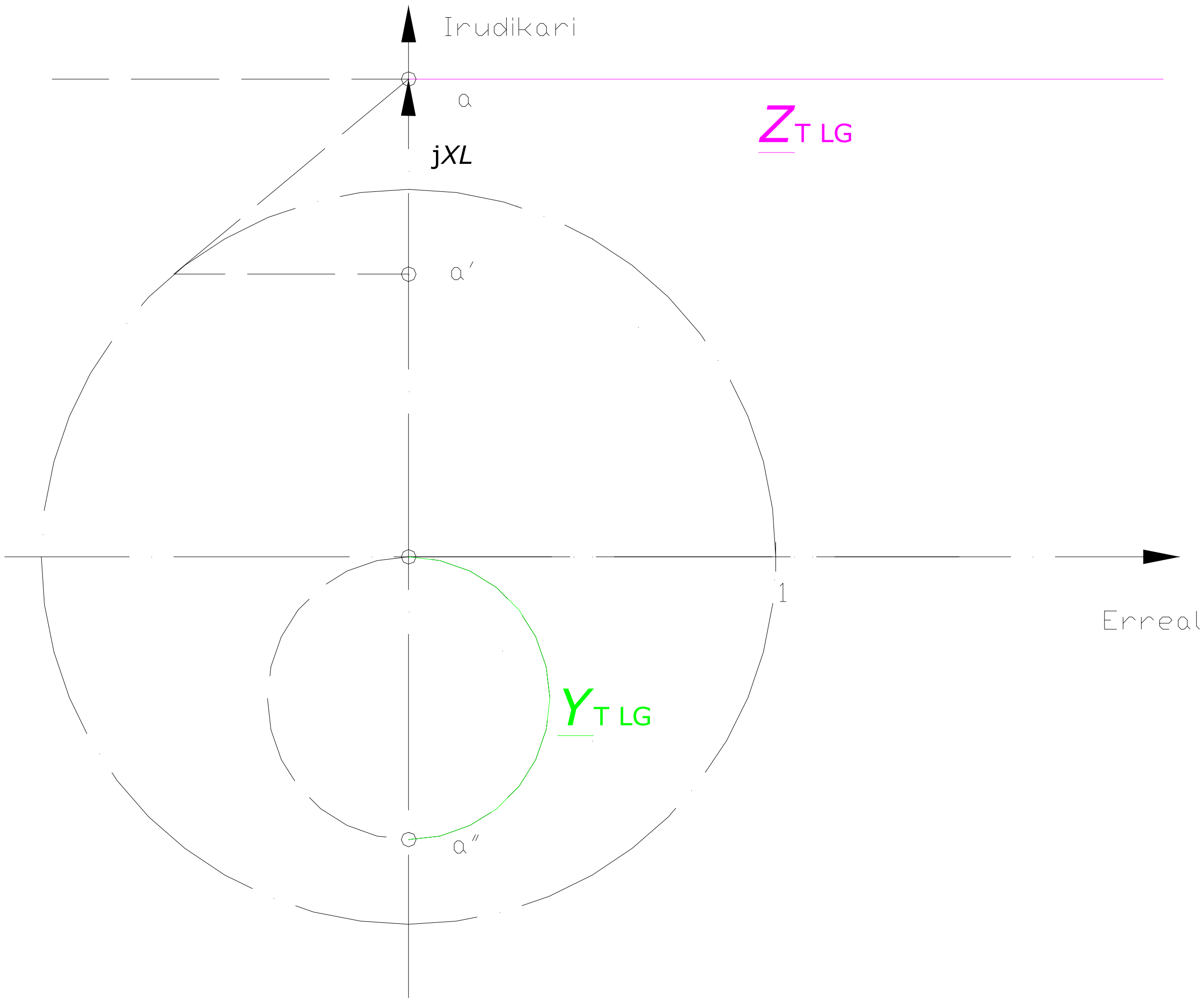
Enuntziatuko zirkuituan balio zehatzeko kondentsadorea, eta balio aldakorreko erresistentzia bat seriean konektatutik daude. Beraz, $\underline{Z}_T$LG ardatz errealarekiko paraleloa den zuzenerdi bat izango da, ardatz irudikarian kondentsadorearen erreaktantziaren (-j*Xc*). neurriko desplazamenduarekin.

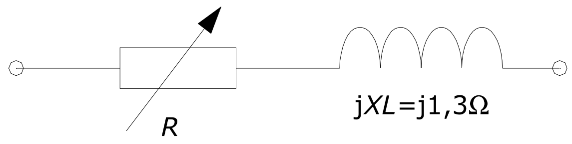
$\underline{Z}_T$LG inbertsio zentrotik igarotzen ez den zuzena izanik, bere alderantzizkoa inbertsio zentrotik igarotzen den zirkunferentzia bat izango da.

Zirkunferentzia irudikatzeko, diametroa eratzen duten puntu bi behar ditugu: (0,0)-rekiko hurbilen eta urrunen daudenak. Edozein hiru punturekin ere marraz liteke.

Urrunena infinitoa da eta bere alderantzizkoa (0,0) eta hurbilena lortzeko zuzen elkartzuta marrazten da (0,0)tik $\underline{Z}_T$LG –ra.

Diametroa osatzen duten a” eta (0,0) erabiliz, zuzen osoaren alderantzizkoa den, zirkunferentzia marrazten da. Gure leku geometrikoa laugarren koadranteko zuzenerdia denez, bere alderantzizkoa lehen koadranteko zirkunferentzierdia izango da: $\underline{Y}_T$LG.





$\underline{Z}_T$LG inbertsio zentrorik igarotzen ez den zuzenerdi bat denez, bere alderantzizkoa inbertsio zentrotik igarotzen den zirkunferentzierdi bat izango da.

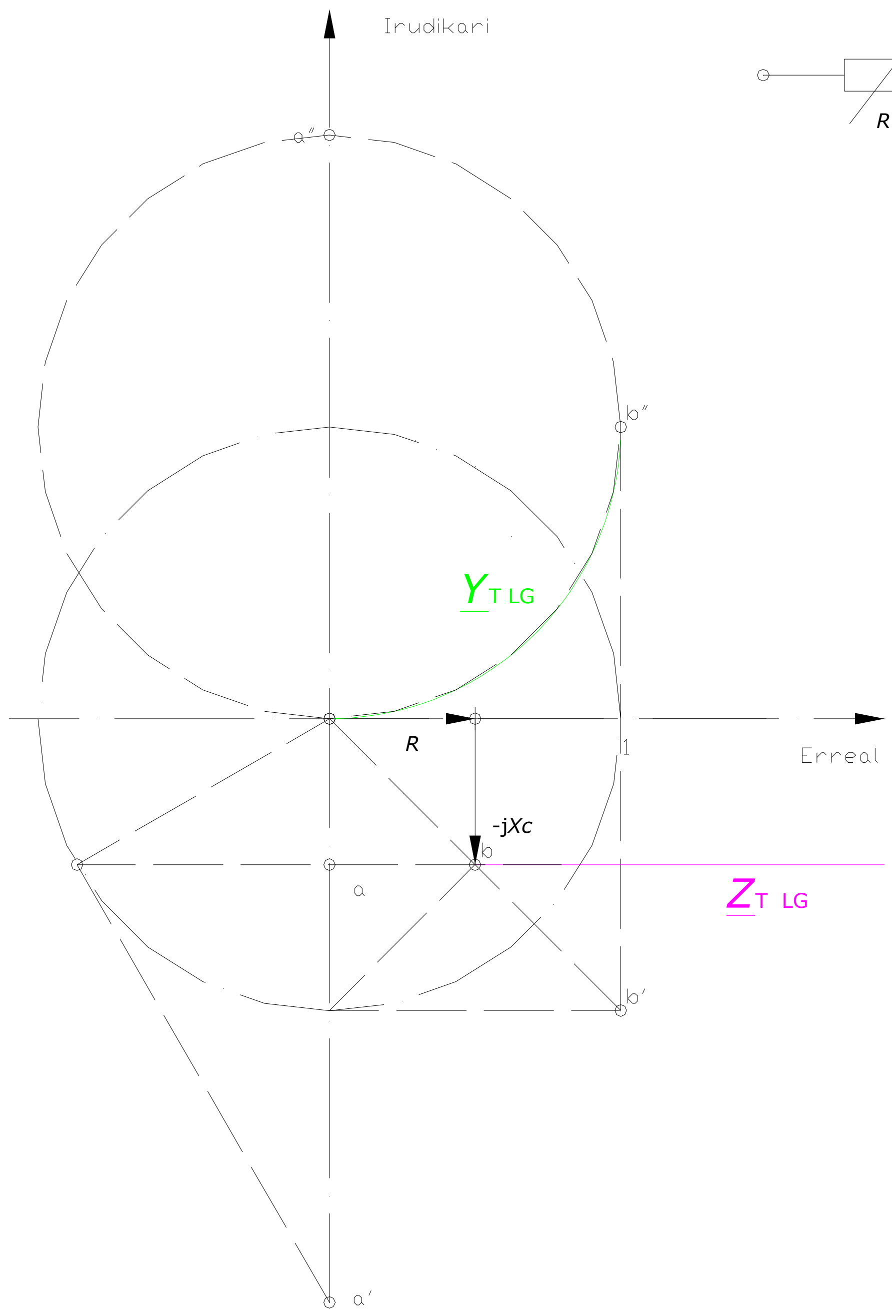
Hori lortzeko, diametroa osatzen duten puntu biren alderantzizkoak lortuko ditugu: (0,0)-rekiko puntu hurbilena eta urrunenak izango dira.

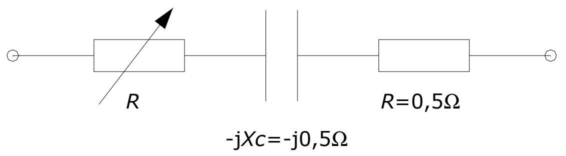
Aurreko adibidean bezala a puntua (hurbilena) eta infinitua (urrunena) inbertituko ditugu. Eta bere alderantzizkoekin a”–rekin eta (0,0)-rekin, alderantzizko zirkunferentzia marraztuko dugu.

$\underline{Z}_T$LG lehen koadranteko zuzenerdia denez, alderantzizkoa , LG$\underline{Y}_{T.}$, laugarren koadranteko zirkunferentzierdia izango da.

2. ADIBIDEA: Irudiko zirkuiturako, lortu $\underline{Y}_T$LG

11.8 ADIBIDEAK (3)



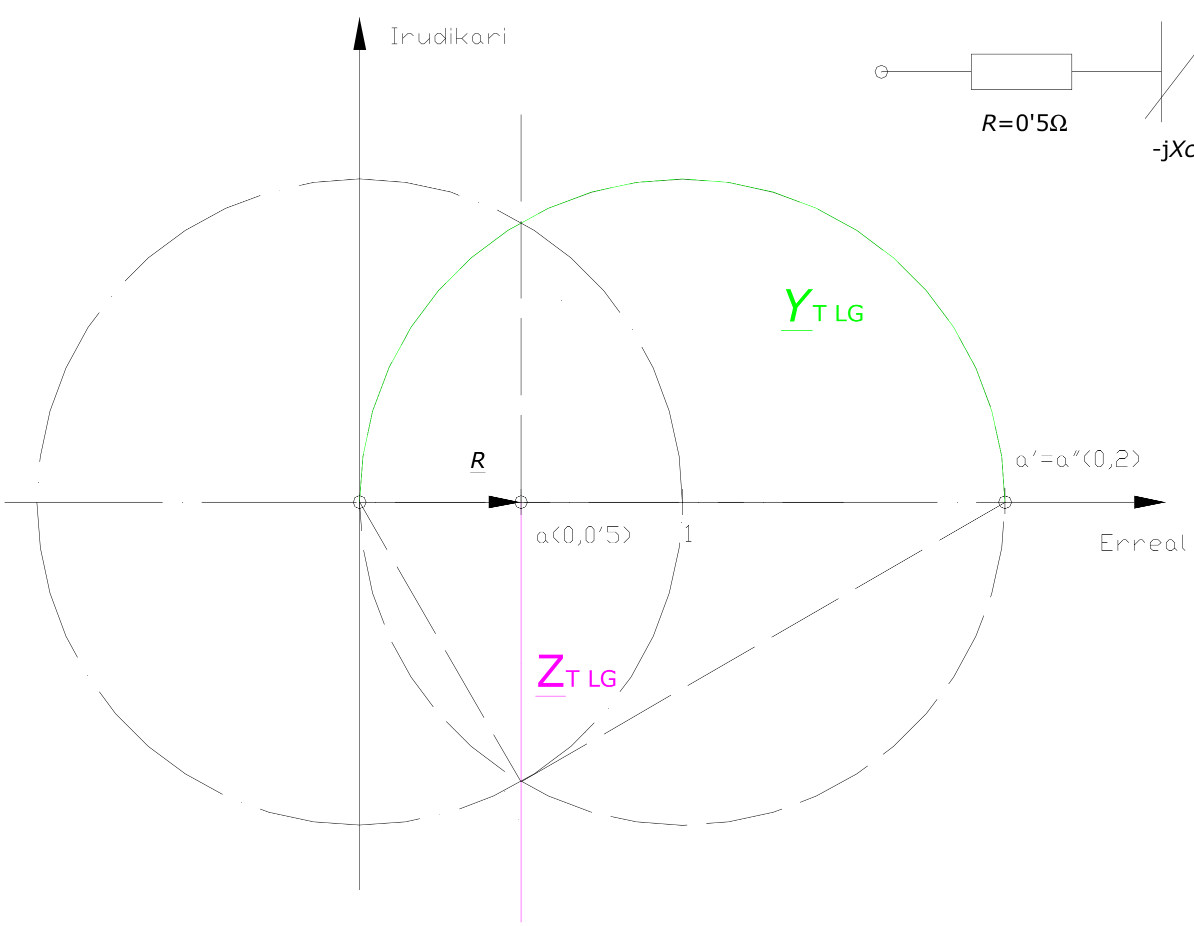


$\underline{Z}_T$LG inbertsio zentrotik igarotzen ez den zuzen batean dago, bere alderantzizkoa inbertsio zentrotik igarotzen den zirkunferentzia batean egongo da.

Zuzenaren alderantzizkoa den zirkunferentzia aurreko kasu bietan bezala lortuko dugu.

Zirkunferentzian $\underline{Y}_T$LG mugatzeko b puntuaren alderantzizkoa lortu beharko da; $\underline{Y}_T$LG lehen koadrantean egongo da b" eta (0,0) artean mugaturik.

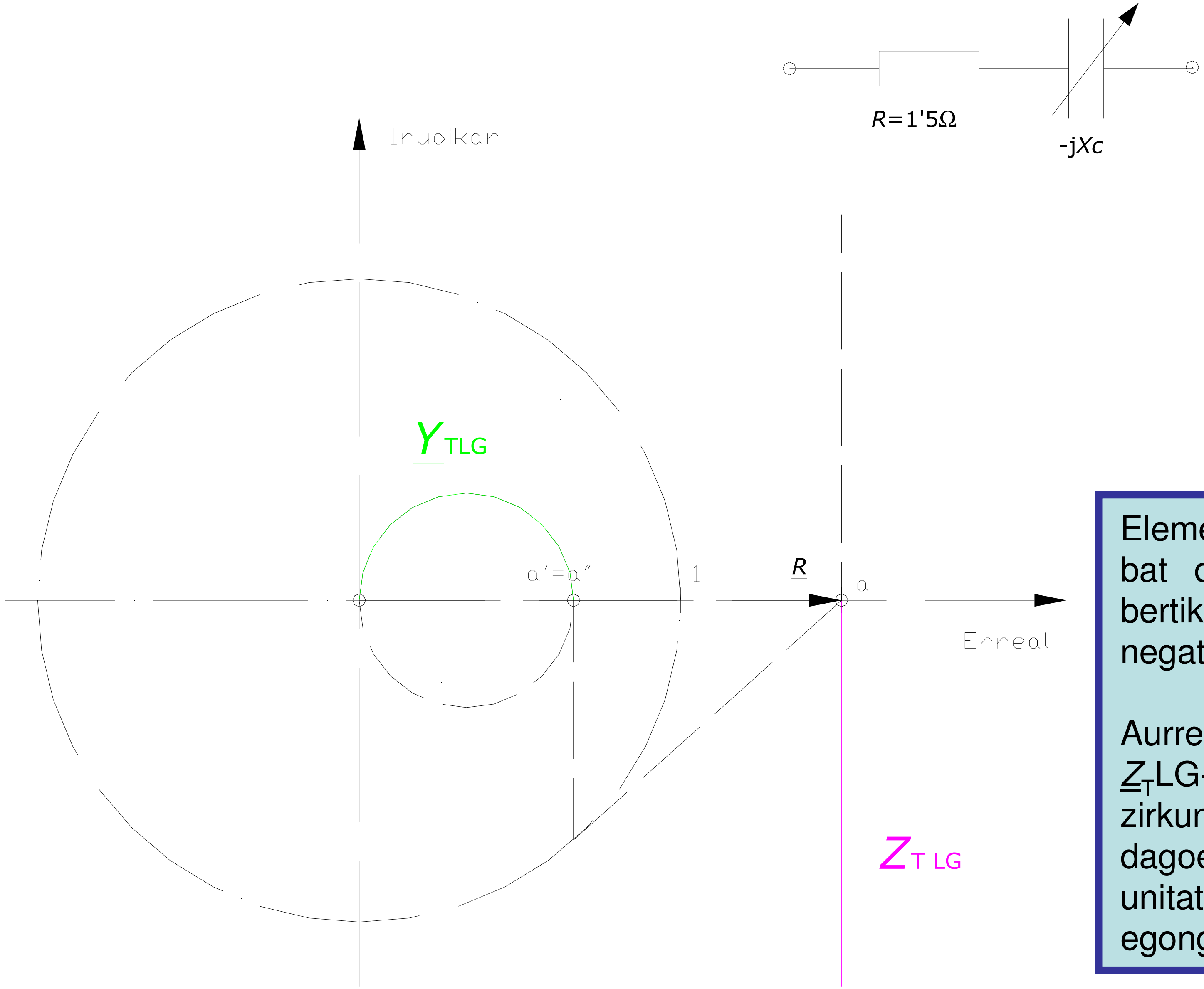
3. ADIBIDEA: Irudiko zirkuiturako, lortu $\underline{Y}_T$LG



Elementu aldakorra kondentsadore bat da, eta beraz, zuzen bertikal batean dago $\underline{Z}_T$LG (zuzenerdi negatiboa), eta *R* konstante bat da.

Nabarmenduko dugu $\underline{Y}_T$LG lehen koadrantean dagoela, $\underline{Z}_T$LG laugarrenean dagoelako.

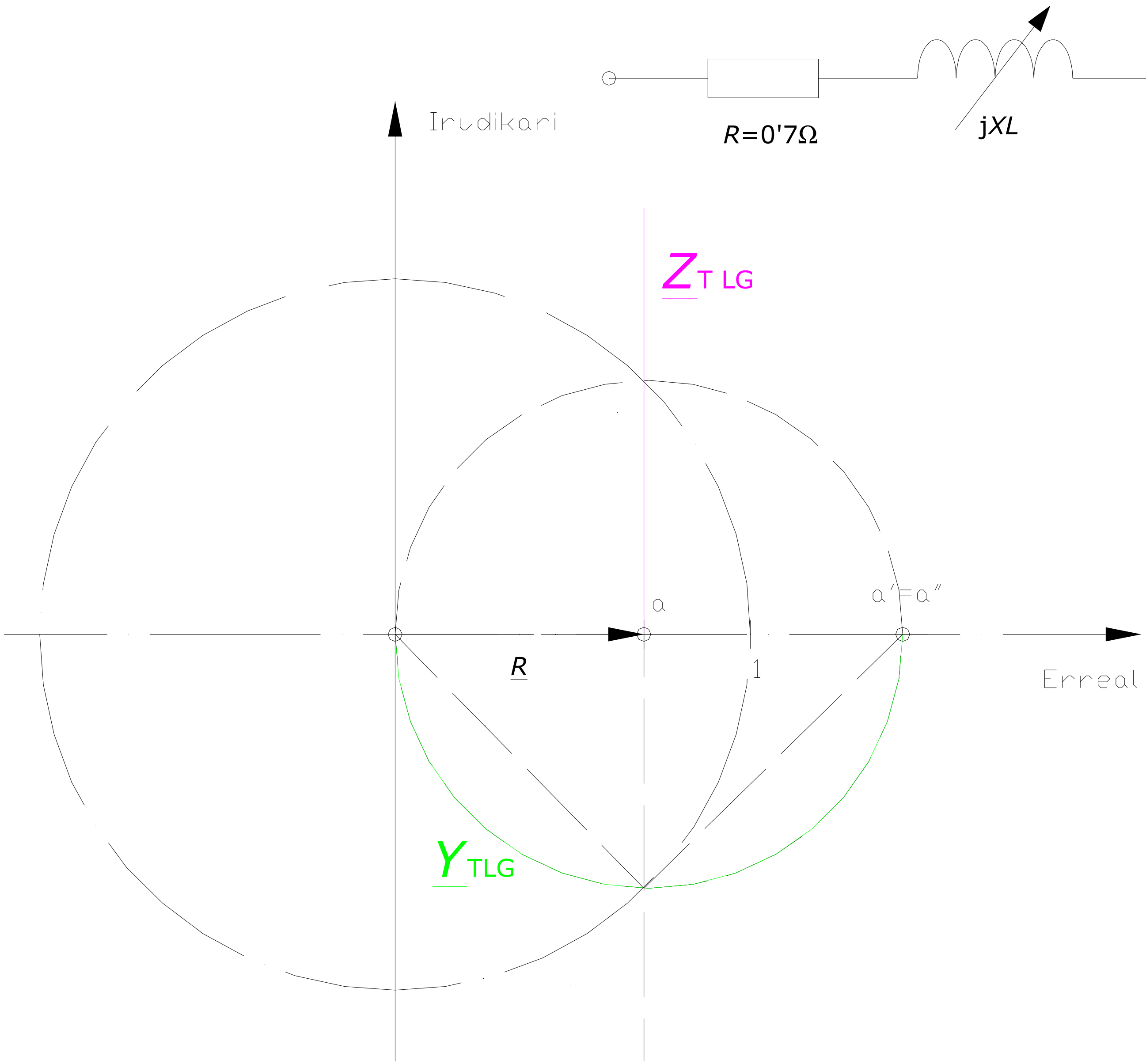
4. ADIBIDEA: Irudiko zirkuiturako, lortu $\underline{Y}_T$LG



Elementu aldakorra kondentsadore bat da, eta beraz, $\underline{Z}_T$LG zuzen bertikal batean dago (zuzenerdi negatiboa), eta R konstante bat da.

Aurreko adibidetik bereizten da, $\underline{Z}_T$LG-aren zuzena, osorik unitate zirkunferentziaren kanpoan dagoelako, eta beraz $\underline{Y}_T$LG osorik unitate zirkunferentziaren barruan egongo da.

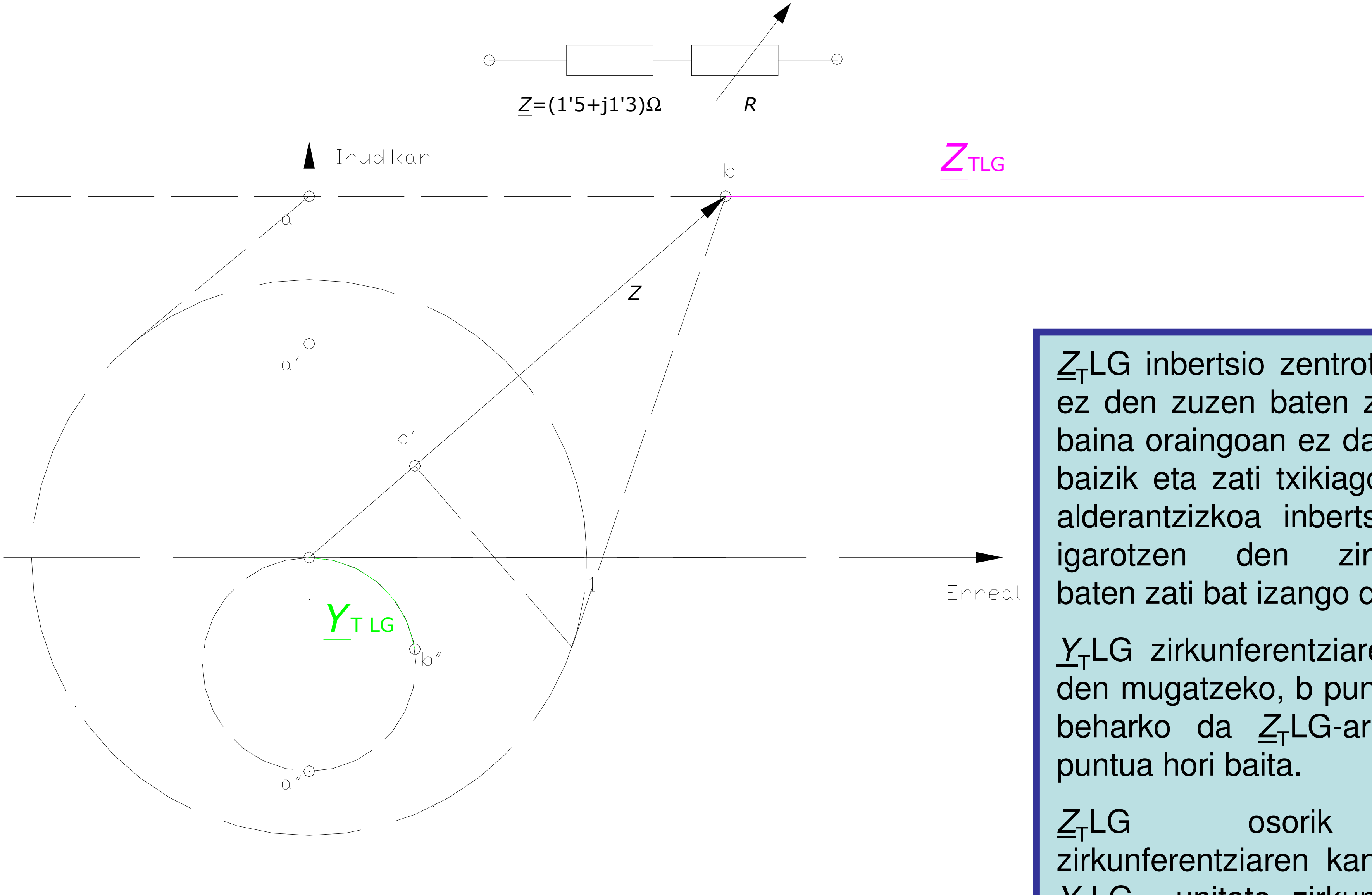
5. ADIBIDEA: Irudiko zirkuiturako, lortu $\underline{Y}_T$LG



Elementu aldakorra haril bat da, $\underline{Z}_T$LG beraz zuzen bertikal batean dago (zuzenerdi bat da) R konstantea delarik.

$\underline{Z}_T$LG lehen koadrantean egonik, $\underline{Y}_T$LG laugarrenean egongo da. Era berean, $\underline{Z}_T$LG-aren zati bat unitate zirkunferentziaren barruan eta beste zati bat kanpoan daudenez, $\underline{Y}_T$LG-arekin gauza bera gertatzen da; zirkunferentziaren barruan dagoen $\underline{Z}_T$LG–aren zatia, kanpoan egongo da $\underline{Y}_T$LG–an eta alderantziz.

6. ADIBIDEA: Irudiko zirkuiturako, lortu $\underline{Y}_T$LG

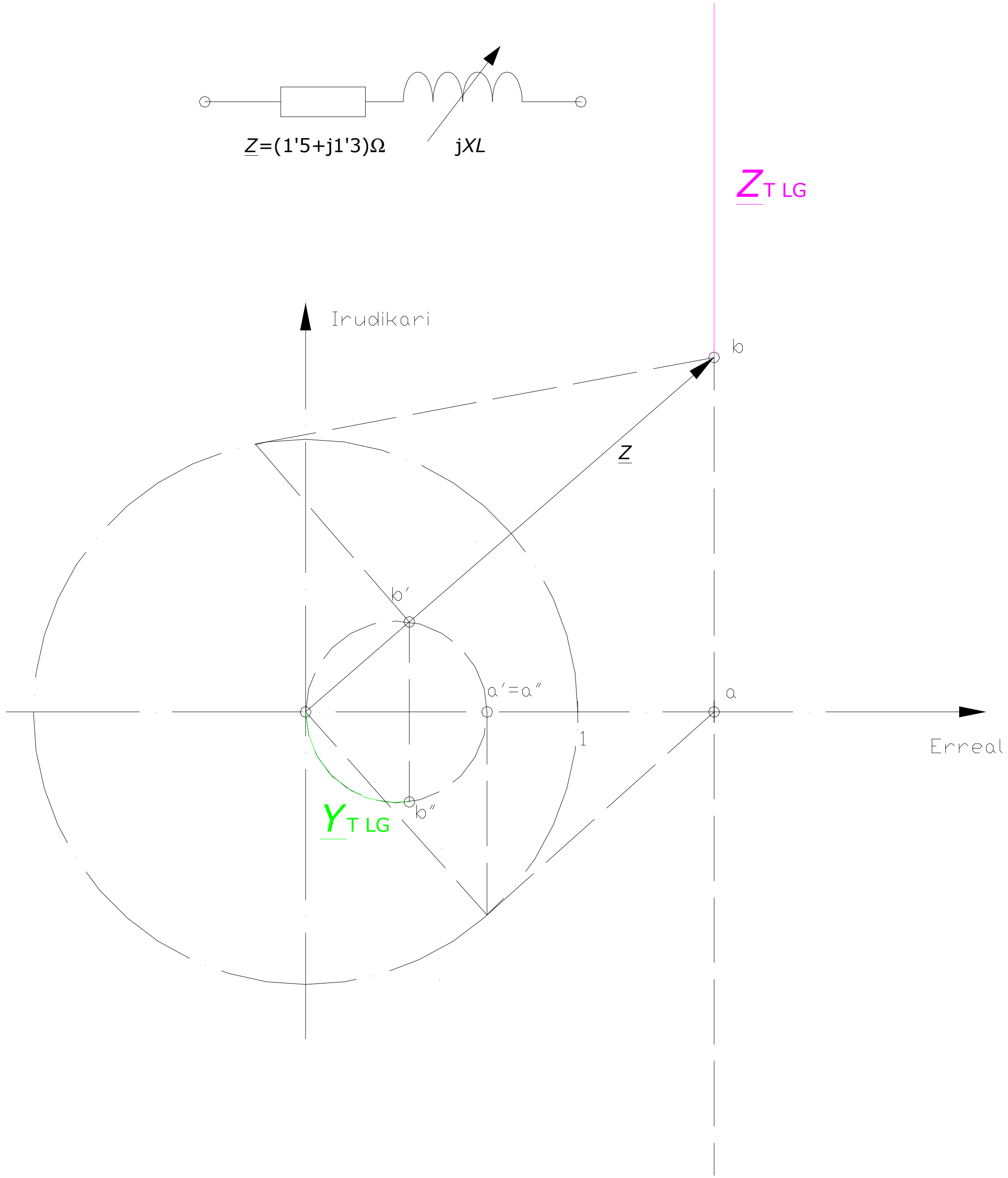


$\underline{Z}_T$LG inbertsio zentrotik igarotzen ez den zuzen baten zati bat da (baina oraingoan ez da zuzenerdia baizik eta zati txikiago bat). Bere alderantzizkoa inbertsio zentrotik igarotzen den zirkunferentzia baten zati bat izango da.

$\underline{Y}_T$LG zirkunferentziaren zein zati den mugatzeko, b puntua inbertitu beharko da $\underline{Z}_T$LG-aren mugako puntua hori baita.

$\underline{Z}_T$LG osorik unitate zirkunferentziaren kanpoan dago. $\underline{Y}_T$LG unitate zirkunferentziaren barruan egongo da, beraz.

7. ADIBIDEA: Irudiko zirkuiturako, lortu $\underline{Y}_T$LG



$\underline{Z}_T$LG inbertsio zentrotik igarotzen ez den zuzen baten zati bat da (baina oraingoan ez da zuzenerdia baizik eta zati txikiago bat). Bere alderantzizkoa inbertsio zentrotik igarotzen den zirkunferentzia baten zati bat izango da. Aurreko adibideaz bereizten da elementu aldakorra harila izanik, $\underline{Z}_T$LG zuzen bertikala delako.

$\underline{Y}_T$LG zirkunferentziaren zein zati den mugatzeko, b puntua inbertitu beharko da $\underline{Z}_T$LG-aren mugako puntua hori baita.

$\underline{Z}_T$LG osorik unitate zirkunferentziaren kanpoan dagoenez, $\underline{Y}_T$LG unitate zirkunferentziaren barruan egongo da.

8. ADIBIDEA: Irudiko zirkuiturako, lortu $\underline{Y}_T$LG

- Hayt & Kemernerly , Análisis de Circuitos en Ingeniería, McGraw-Hill V.M., New York 1966, 4. Atala, 5. Kapitulua.
- Hugh Hildreth Skilling, Circuitos en Ingeniería Eléctrica, John Wiley, New York 1966 8. kapitulua.
- E. Alfaro Segovia, Teoria de Circuitos y electrometría, Autorea, Madril 1970 10. kapitulua 28. irakasgaia.
- E. Ras Oliva, Teoria de Circuitos Fundamentos, Marcombo S.A. Bartzelona 1969. I. Eranskina, E. Eranskina eta Ariketak.
- Z. Aginako, K. Sagastabeitia, F. de la Bodega, eta M.D. Gutierrez, Zirkuituen teoriako 100 Ariketa, Elhuyar, Usurbil 2007; 5. Atala.
- Joseph A. Edminister, Circuitos eléctricos 350 problemas resueltos, McGraw-Hill, New York 1969; 8. Atala.
- Syed A. Nasar, Sistemas eléctricos de Potencia, McGraw-Hill Mexiko D.F. 1990 10. Atala