10. Gaia: ERREGIMEN IRAGANKORRA

- Zirkuitu linealaren ordena zer den eta zeren mendekoa den jakitea.
- Lehen ordenako zirkuitu linealetan, denbora konstantearen garrantziaz jabetzea.
- Denbora konstantea kalkulatzen ikastea.
- Lehen ordenako zirkuituen benetako kasuak aipatzea.
- Lehen ordenako zirkuituen artean bereizi, sarrera nulupeko erantzunak eta hasierako egoera nulupeko erantzunak.
- Bereiztu zirkuitu baten erantzun naturala eta behartua.
- Lehen ordenako zirkuitu baten erantzun osoa ezagutzea.

- **Erregimen iragankorra:** Zirkuitu bateko magnitudeak, tentsioa edo korrontea, balioz aldatzen direnean, zirkuitua egoera iragankorrean dagoela esaten da; Zirkuitu horretako elementu baten ezaugarriak aldatzean, egoera egonkorra galduko da eta, behar diren tentsio-korronte aldaketen ostean, beste erregimen batean lortuko da berriro oreka. Bi erregimen horien arteko denbora tarteari egoera iragankorra esaten zaio.

- **Lehen ordenako zirkuituak:** Egoera iragankorrean gertatzen diren magnitude-aldaketak ekuazio diferentzial baten bidez adieraz daitezke. Izaera bakarreko elementu metatzailea dagoenean, lehen ordenakoa izango da ekuazio hori, eta zirkuitua lehen ordenakoa dela esango dugu:

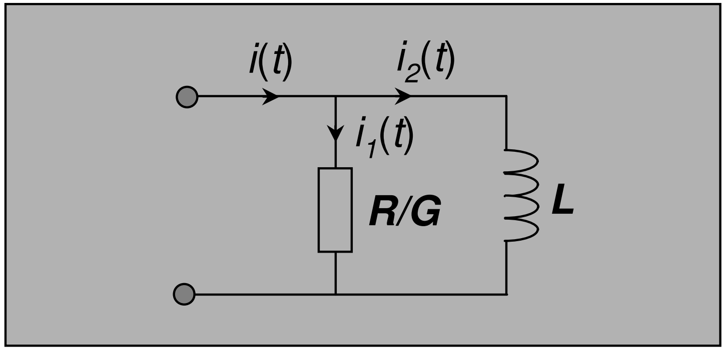
$$\frac{\mathrm{d}\,f(t)}{\mathrm{d}\,t} + \frac{1}{\tau} \cdot f(t) = g(t)$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\,f(t)}{\mathrm{d}\,t}+\frac{1}{\tau}\cdot f(t)=g(t)}$$

$f(t) \rightarrow$ Zirkuituko tentsioa, korrontea...

$g(t) \rightarrow$ Zirkuituko kitzikapena

$\tau \rightarrow$ Zirkuituko denbora-konstantea. $\begin{cases} \text{RL zirkuituak} & \tau=\dfrac{L}{R} \\ \text{RC zirkuituak:} & \tau=R\cdot C \end{cases}$



$$i(t)=i_R(t)+i_L(t)=\frac{u(t)}{R}+\frac{1}{L}\int u(t)dt \Rightarrow$$

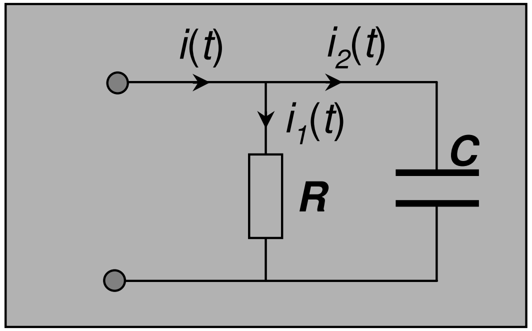
$$\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{L}\cdot u(t) \Rightarrow R\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}\,u(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{R}{L}\cdot u(t)$$

$$g(t)=\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{R}{L}\cdot u(t)$$

$$i(t)=i_R(t)+i_C(t)=\frac{u(t)}{R}+C\frac{\mathrm{d}u(t)}{dt} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{C}\cdot i(t)=\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{R\cdot C}\cdot u(t)$$

$$g'(t)=\frac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{R\cdot C}\cdot u(t)$$



Bi aldagai dutenez lehen ordenako ekuazio diferentzialen bi adibide lortu ditugu.

Ekuzio diferentzialaren ebazpenaz lortutako emaitzak bi osagai ditu:

HOMOGENEOAREN EMAITZA ($f_h(t)$) ETA EMAITZA PARTIKULARRA ($f_p(t)$)

$$\frac{\mathrm{d}\, f(t)}{\mathrm{d}\, t} + \frac{1}{\tau} \cdot f(t) = g(t) \quad \rightarrow \quad f(t) = f_h(t) + f_p(t)$$

$$\frac{\mathrm{d}\, f(t)}{\mathrm{d}\, t} + \frac{1}{\tau} \cdot f(t) = 0 \quad \rightarrow \quad f(t) = \mathrm{k} \cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

Egoera iragankorrean dugun erantzuna

$$f_p(t) = f_\infty(t)$$

Egoera egonkor berrirako emaitza

$$f(t) = f_h(t) + f_p(t) = \mathrm{k} \cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)} + f_\infty(t)$$

k konstantearen balio lortzeko, hasierako baldintzetaz baliatuko gara.

$$t = t_0 \quad \rightarrow \quad f(t_0) = f_h(t_0) + f_p(t_0) = \mathrm{k} \cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot 0} + f_\infty(t_0) = \mathrm{k} + f_\infty(t_0)$$

eta

$$\mathrm{k} = f(t_0) - f_\infty(t_0)$$

Emaitza:

$$f(t) = \left(f(t_0) - f_\infty(t_0)\right) \cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)} + f_\infty(t)$$

Emaitzaren adierazpen ohikoena:

$$f(t) = f_\infty(t) - \left(f_\infty(t_0) - f(t_0)\right) \cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

$$f(t) = f_\infty(t) - \left(f_\infty(t_0) - f(t_0)\right) \cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

Lehen ordenako zirkuituetarako emaitza iragankorra lortzeko:

1 Hasierako balioa kalkulatuko dugu: $f(t_0)$.

2 Egoera egonkorra ebatziko dugu, bertako emaitza kalkulatzeko: $f\infty(t)$.

3 Egoera egonkorreko emaitza tartearen hasierako unerako zehaztuko da. $f\infty(t_0)$

4 Zirkuituko denbora konstantea definituko da: τ.

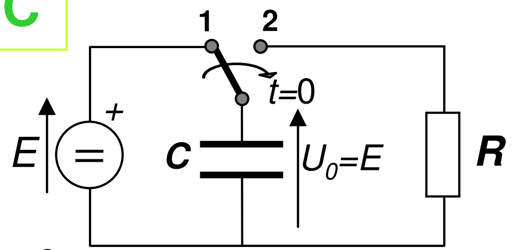
Tentsio edo korronteen hasierako balioak kalkulatzerakoan, kondentsadore eta harilen izaera kontuan hartu behar dugu:

-Kondentsadorean borneen arteko tentsioa ezin da bat-batean aldatu: $u_c(t_0^+) = u_c(t_0^-)$

-Harilean zehar zirkulatzen duen korrontea ezin da bat-batean aldatu: $i_L(t_0^+) = i_L(t_0^-)$

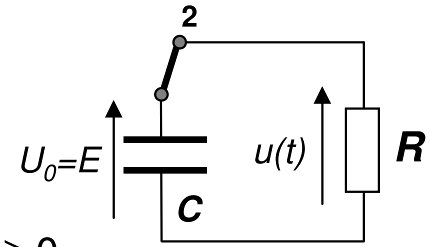
10.2 KARGADUN ELEMENTUEN DESKARGA ERRESISTENTZIA BATEN GAINEAN.(1) SARRERA NULUPEKO ZIRKUITUEN ERANTZUNA.

RC



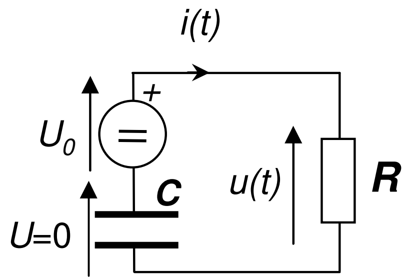
$\forall t < 0$

ERREGIMEN EGONKORRA: Kondentsadorea kargatuta dago. Bere borneen arteko tentsioaren balioa: $U_0=E$ V



$\forall t \geq 0$

ERREGIMEN IRAGANKORRA: Kondentsadorea erresistentzia baten gainean deskargatzen hasten da. Korronte zirkulazioa ezartzen da eta tentsioa *R*-en, *C*-ren tentsioaren berdina da.



Erregimen iragankorreko zirkuituan, kargadun kondentsadorea, *t*=0 unean kondentsadoreak zuen tentsioaren baliodun tentsio iturri bat eta seriean deskargatutako kondentsadore batez ordeztu daiteke. Erregimen iragankorra definitzen duen ekuazioa lortzeko asmoz.

Korrontea kondentsadorean

Erregimen iragankorra definitzen duen ekuazioa $t \geq 0$ deneko zirkuitua erabiliz lortuko da:

$$u(t) = R \cdot i(t) = U_0 - \frac{1}{C}\int_0^t i(t)\,\mathrm{d}t$$

deribatuz :

$$R\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}\,t} = 0 - \frac{1}{C}\,i(t) \quad \text{edo : } \boxed{0 = \frac{1}{RC}\,i(t) + \frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}\,t}}$$

$$f(t) = f_\infty(t) - \left(f_\infty(t_0) - f(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

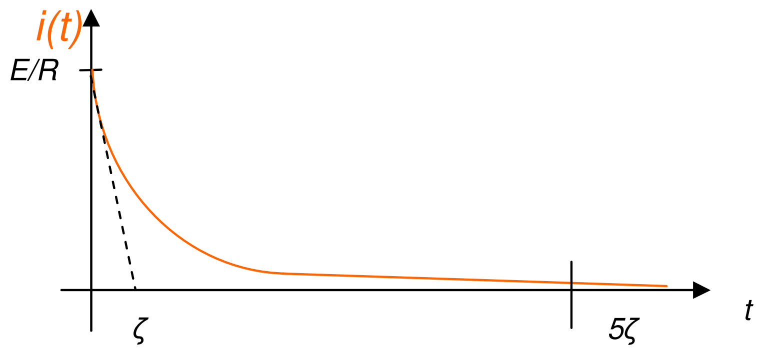
Ekuazioa ebazteko ereduzko emaitza erabiliz.

$$i(t) = i_\infty(t) - \left(i_\infty(0) - i(0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{RC}\cdot(t-0)}$$

$$i(t) = 0 - \left(0 - \frac{E}{R}\right)e^{-\frac{1}{RC}\cdot t}$$

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R}\,e^{-\frac{1}{RC}\cdot t}}$$

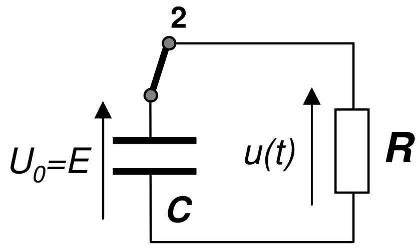
Esponentzial beherakorra



RC

Tentsioa kondentsadorean

Tentsioa aldagaia duen eta erregimen iragankorra definitzen duen ekuazioa, erregimen iragankorreko zirkuitutik lortua, hauxe da:



$$\left.\begin{aligned} i(t) &= \frac{u(t)}{R} \\ i(t) &= -C\frac{du(t)}{dt} \end{aligned}\right\} \frac{u(t)}{R} = -C\frac{du(t)}{dt};$$

$$\boxed{u(t) + RC\frac{du(t)}{dt} = 0}$$

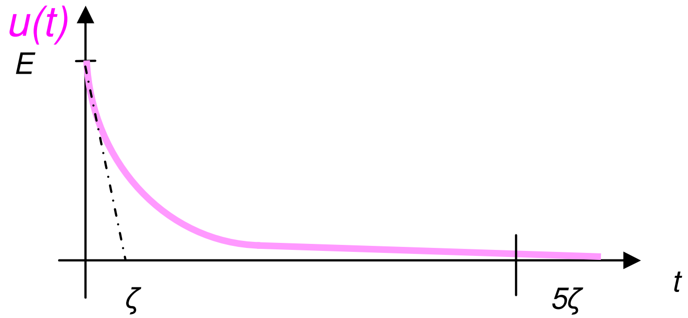
$$u(t) = u_\infty(t) - \left(u_\infty(0) - u(0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{RC}\cdot(t-0)}$$

$$u(t) = 0 - (0 - E)e^{-\frac{1}{RC}\cdot t}$$

$$\boxed{u(t) = Ee^{-\frac{1}{RC}\cdot t}}$$

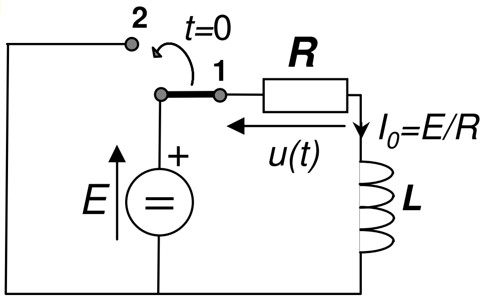
Ekuazioa ebazteko ereduzko emaitza erabiliz.

$$f(t) = f_\infty(t) - \left(f_\infty(t_0) - f(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$



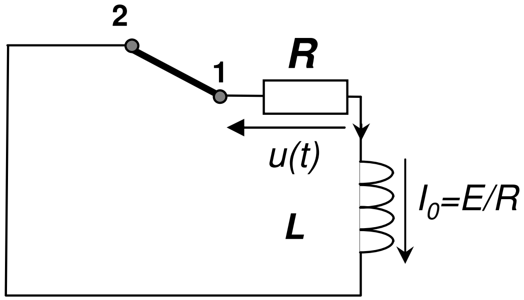
10.2 KARGADUN ELEMENTUEN DESKARGA ERRESISTENTZIA BATEN GAINEAN SARRERA NULUPEKO ZIRKUITUEN ERANTZUNA.(3)

RL



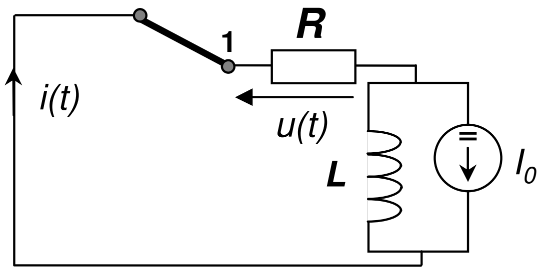
$\forall t < 0$

ERREGIMEN EGONKORRA: Harila kargatuta dago, harileko korrontea *t*=0 unean $I_0=E/R$ da . Harilaren borneen arteko tentsioa nulua da.



$\forall t \geq 0$

ERREGIMEN IRAGANKORRA: Harila erresistentziaren gainean deskargatzen hasten da. Tentsioa agertzen da harilaren borneen artean.



Erregimen iragankorreko ekuazioa lortzeko asmoz, zirkuituan kargadun harila, korronte-iturri batez eta berarekiko paraleloan karga gabeko haril batez ordeztu daiteke. Korronte iturriaren balioa *t*=0 unean harilaren korrontearen balioa izango da.

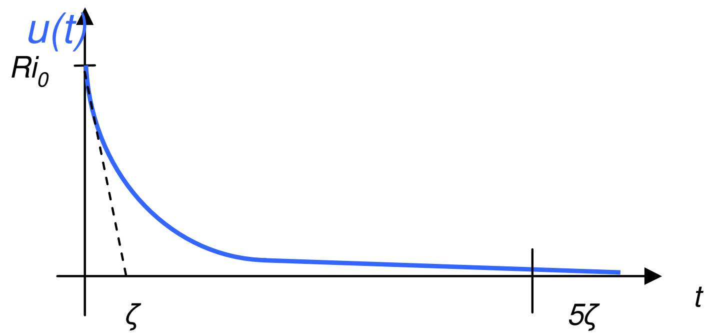
Harilaren borneen arteko tentsioa

Erregimen iragankorra definitzen duen ekuazioa $t \geq 0$ deneko zirkuitua erabiliz lortuko da:

$$i(t) = -\frac{u(t)}{R} = i_0 + \frac{1}{L}\int_0^t u(t)\mathrm{d}t$$

deribatuz :

$$-\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\,u(t)}{\mathrm{d}\,t} = 0 + \frac{1}{L}u(t) \quad \text{edo :} \quad \boxed{0 = \frac{R}{L}u(t) + \frac{\mathrm{d}\,u(t)}{\mathrm{d}\,t}}$$



$$u(t) = u_\infty(t) - \left(u_\infty(0) - u(0)\right)\cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot(t-0)}$$

$$u(t) = 0 - (0 - R\cdot I_0)e^{-\frac{R}{L}\cdot t}$$

$$\boxed{u(t) = R\cdot I_0 e^{-\frac{R}{L}\cdot t}}$$

RL

Harilaren korrontea

Erregimen iragankorra definitzen duen ekuazioa $t \geq 0$ deneko zirkuitua erabiliz lortuko da:

$$\left.\begin{aligned} u(t) &= -R \cdot i(t) \\ u(t) &= L\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}t} \end{aligned}\right\} -R \cdot i(t) = L\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}\,t};$$

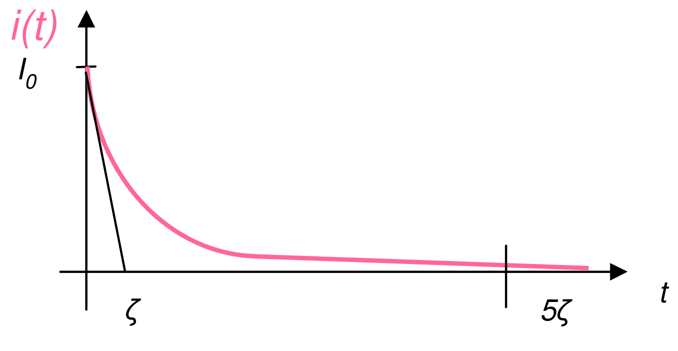
$$\boxed{\frac{R}{L}i(t) + \frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}\,t} = 0}$$

$$i(t) = i_\infty(t) - \left(i_\infty(0) - i(0)\right) \cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot(t-0)}$$

$$i(t) = 0 - \left(0 - I_0\right)e^{-\frac{R}{L}\cdot t}$$

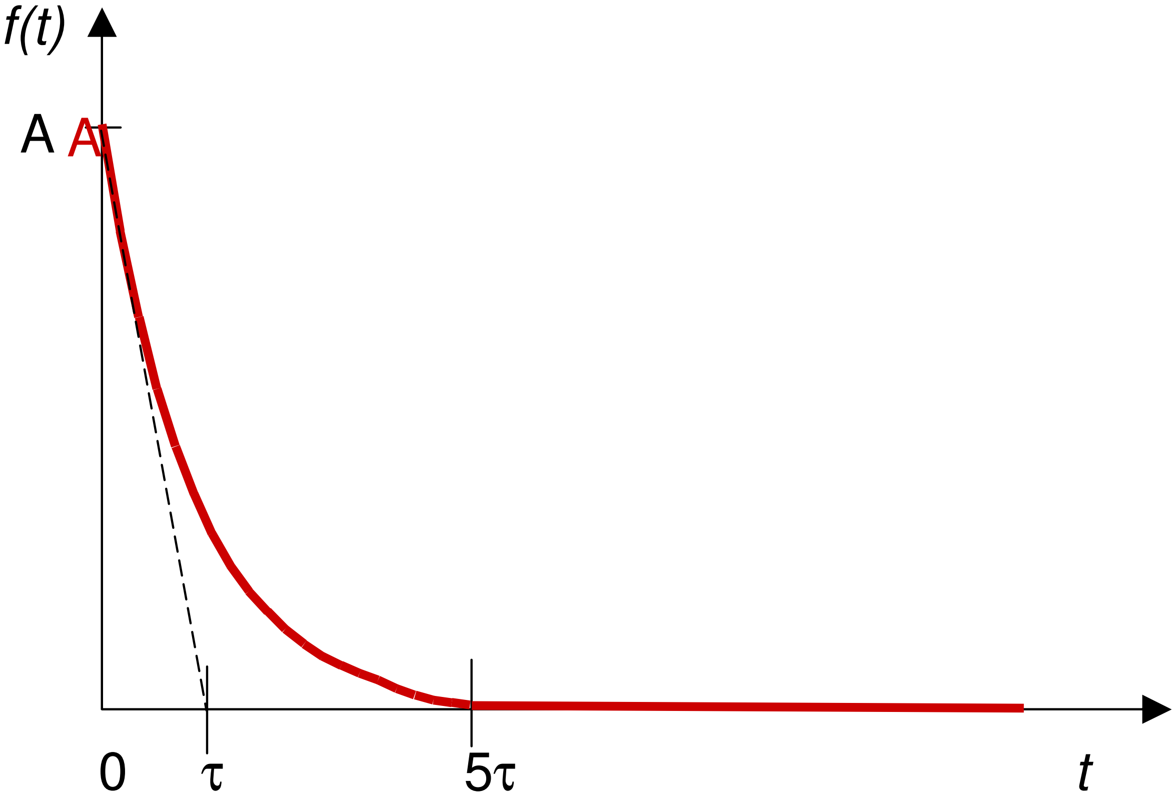
$$\boxed{i(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}\cdot t}}$$

$$f(t) = f_\infty(t) - \left(f_\infty(t_0) - f(t_0)\right) \cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$



$$f(t) = \mathrm{A}\, e^{-\frac{1}{\tau}\cdot t}$$

Harilaren eta kondentsadorearen deskargen ekuazioak tentsio zein korronteentzako ***funtzio esponentzial beherakorrak*** izan dira. Azter dezagun funtzio horren adierazpen grafikoa:

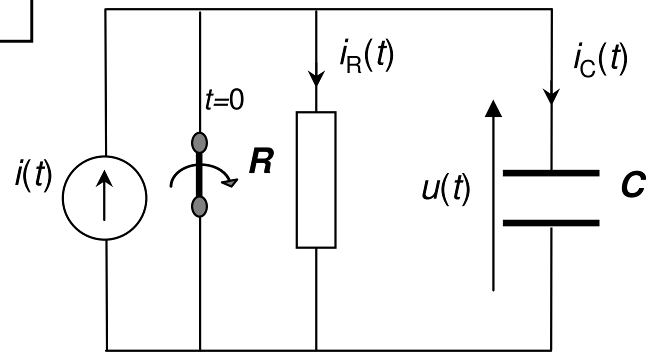


f(t)	*t*
A	0
$A{\cdot}e^{-1}$=0,36A	τ
$A{\cdot}e^{-5}$=0,006A	5τ

Denboraren balioa 5τ baino handiagoa denean, funtzioak hartzen duen balioa hain da txikia erregimen iragankorra 5τ-n amaitutzat ematen dela.

Elementu metatzaileek, hasierako unean, ez dutela energia metatuta adierazten du "*Hasierako egoera nuluak*".

R-C zirkuitua



$$u(0) = 0$$

$$i(t) = \frac{u(t)}{R} + C\frac{\mathrm{d}\,u(t)}{\mathrm{d}\,t} \rightarrow u(t) = u_h(t) + u_p(t)$$

Emaitza → Homogeneoa

ekuazio homogeneoa : $0 = \frac{u(t)}{R} + C\frac{\mathrm{d}\,u(t)}{\mathrm{d}\,t} = \frac{1}{RC}u(t) + \frac{\mathrm{d}\,u(t)}{\mathrm{d}\,t}$

homogeneoaren emaitza : $u_h(t) = k_1 e^{-\frac{1}{RC}t}$

\+

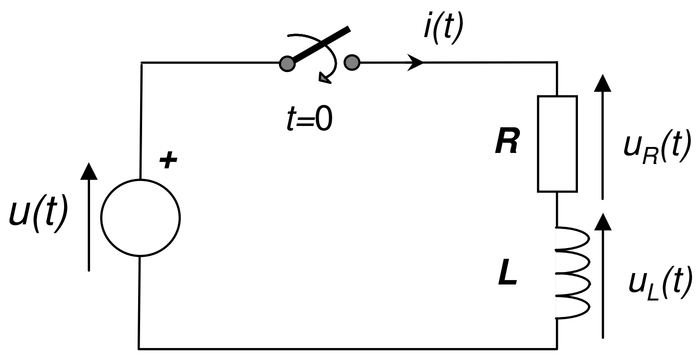
Emaitza → Emaitza partikularra

$u_p(t)$ egoera egonkorraren emaitza, elikadura iturriaren izaeraren araberakoa izango da.

II

$$\frac{\mathrm{d}\,f(t)}{\mathrm{d}\,t} + \frac{1}{\tau}\cdot f(t) = g(t) \rightarrow f(t) = f_h(t) + f_p(t)$$

R-L zirkuitua



$$i(0) = 0$$

$$u(t) = R \cdot i(t) + L\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}\,t} \rightarrow i(t) = i_h(t) + i_p(t)$$

Emaitza

Homogeneoa

ekuazio homogeneoa : $0 = R \cdot i(t) + L\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}\,t} = i(t) + \frac{L}{R}\frac{\mathrm{d}\,i(t)}{\mathrm{d}\,t}$

homogeneoaren emaitza : $i_h(t) = k_1 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$

\+

Emaitza partikularra

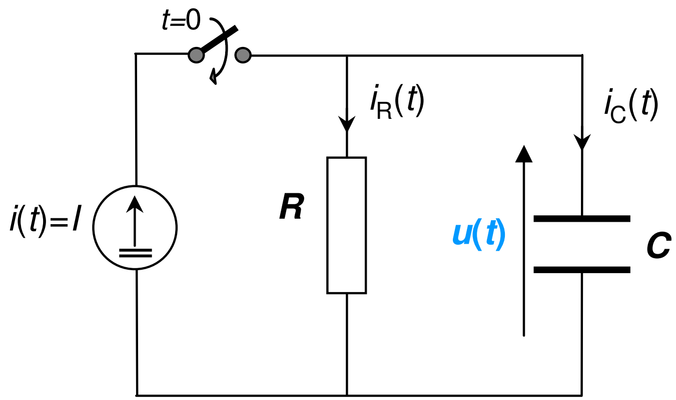
$i_p(t)$ egoera egonkorraren emaitza, elikadura iturriaren izaeraren araberakoa izango da.

10.3 ITURRIEZ ELIKATUTAKO ETA HASIERAKO EGOERA NULUPEKO ELEMENTUEN ERANTZUNA (3)

10.3.1 KZ-EKO ELIKADURA ITURRIA ETA HASIERAKO BALDINTZA NULUAK

R-C zirkuitua

$$u(t) = u_h(t) + u_p(t) \begin{cases} u_h(t) = k_1 \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t} \\ u_p(t) \equiv \text{Erregimen egonkorraren araberakoa.} \end{cases}$$



Erregimen egonkorrean eta korronte zuzenean, kondentsadorea etengailu ireki bat da, eta: $u_p(t) = R \cdot I$

$$u(t) = k_1 \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot t} + R \cdot I$$

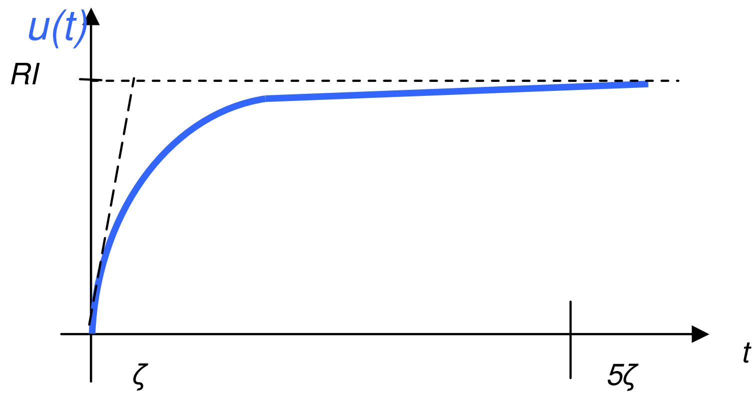
Badakigu $u(0)=0$ dela, k_1-en balioa zehazteko erabiliko dugu datu hau (*kondentsadoreak ez ditu bat bateko tentsio aldaketak baimentzen.)*

$$u(0) = 0 = k_1 \cdot e^{-\frac{1}{RC} \cdot 0} + R \cdot I$$

$$k_1 = R \cdot I$$

Azkenik tentsioaren adierazpena:

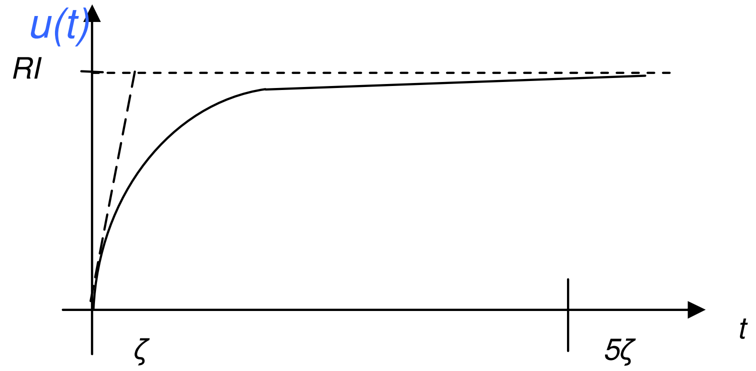
$$\boxed{u(t) = R \cdot I \left(1 - e^{-\frac{1}{RC} \cdot t} \right)}$$



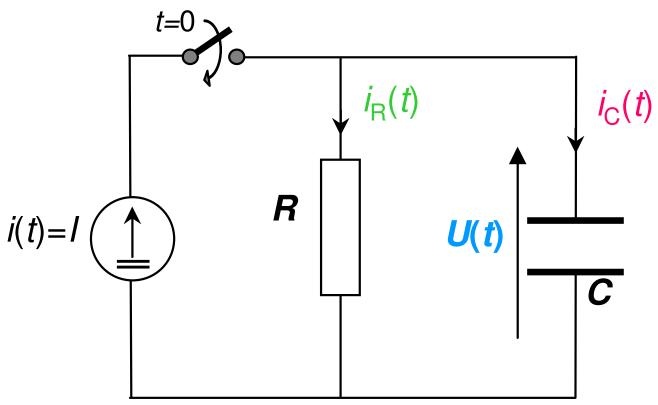
10.3.1 KZ-EKO ELIKADURA ITURRIA ETA HASIERAKO BALDINTZA NULUAK

R-C zirkuitua

$$u(t) = R \cdot I \left(1 - e^{-\frac{1}{RC} \cdot t}\right)$$

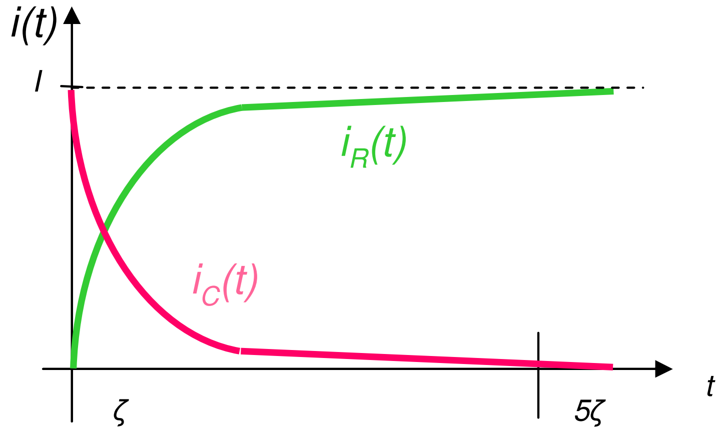


Tentsioaren adierazpenetik abiatuta korronteak lor daitezke:



$$i_C(t) = C \cdot \frac{d\,u(t)}{d\,(t)} = I \cdot e^{-\frac{1}{RC} t}$$

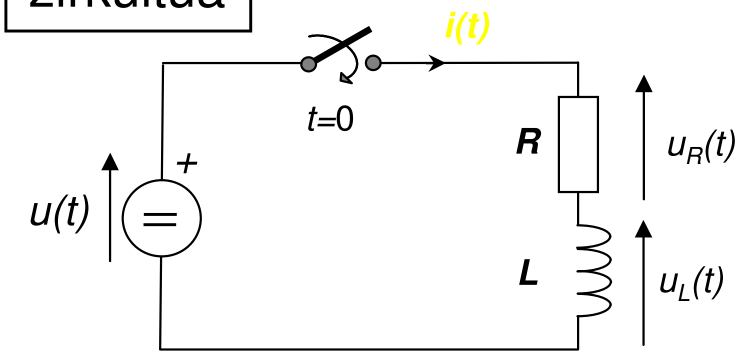
$$i_R(t) = \frac{u(t)}{R} = I \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{RC} \cdot t}\right)$$



$$i_R(t) + i_C(t) = I$$

10.3.1 KZ-EKO ELIKADURA ITURRIA ETA HASIERAKO BALDINTZA NULUAK

R-L zirkuitua



$$i(t) = i_h(t) + i_p(t) \begin{cases} i_h(t) = k_1 \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} \\ i_p(t) \equiv \text{Erregimen egonkorraren araberakoa.} \end{cases}$$

Korronte zuzenean eta erregimen egonkorrean, harila etengailu itxi bat izango da: $i_p(t) = U/R$

$$i(t) = k_1 \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t} + \frac{U}{R}$$

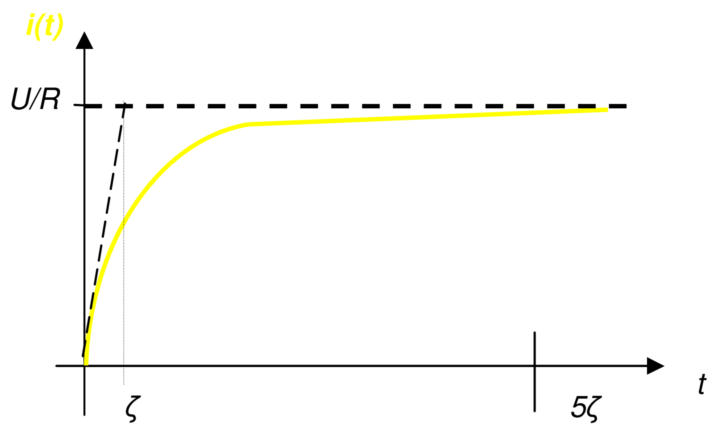
$i(0)=0$ baldintzarekin k_1-en (*<u>harilak ez ditu baimentzen bat-bateko korronte aldaketak</u>*)

$$i(0) = 0 = k_1 \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot 0} + \frac{U}{R}$$

$$k_1 = -\frac{U}{R}$$

Eta korrontearen adierazpena:

$$\boxed{i(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t}\right)}$$

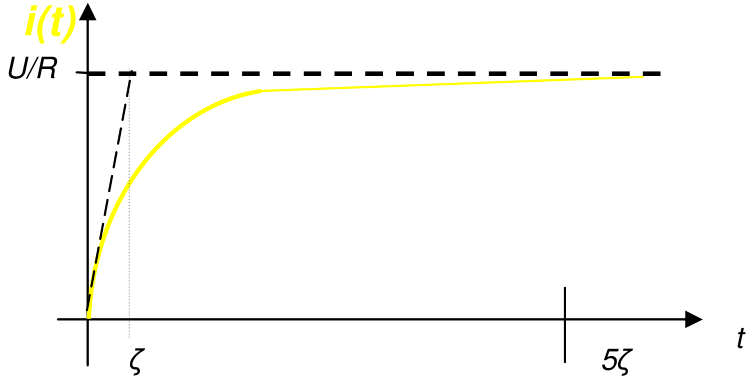


10.3 ITURRIEZ ELIKATUTAKO ETA HASIERAKO EGOERA NULUPEKO ELEMENTUEN ERANTZUNA (6)

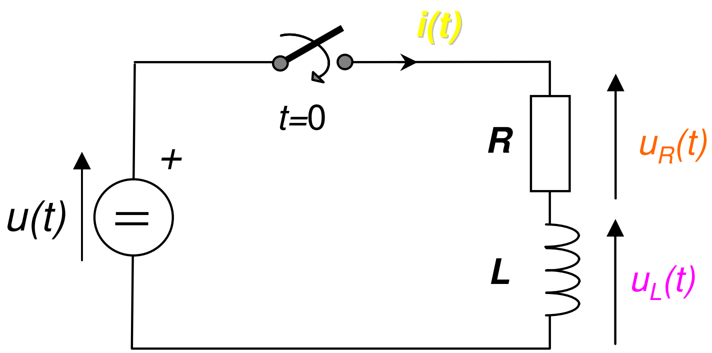
10.3.1 KZ-EKO ELIKADURA ITURRIA ETA HASIERAKO BALDINTZA NULUAK

R-L zirkuitua

$$i(t) = \frac{U}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}\cdot t}\right)$$

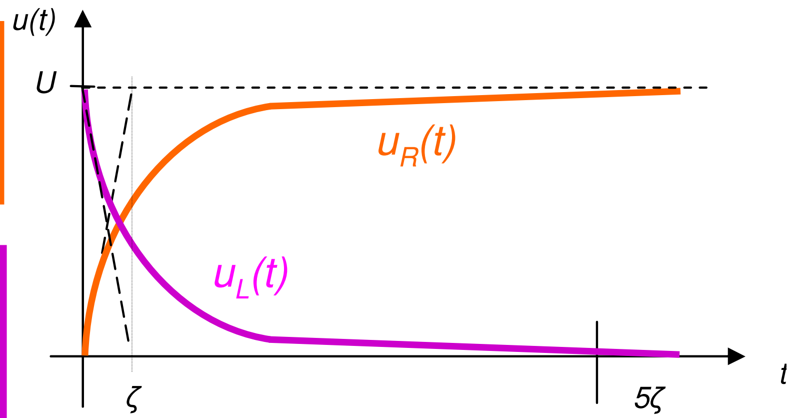


Korrontearen adierazpenetik, tentsioen adierazpenak lor daitezte:



$$u_R(t) = R\cdot i(t) = U\left(1 - e^{-\frac{R}{L}\cdot t}\right)$$

$$u_L(t) = L\cdot\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}(t)} = U\cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$



$$u_R(t) + u_L(t) = U$$

10.3 ITURRIEZ ELIKATUTAKO ETA HASIERAKO EGOERA NULUPEKO ELEMENTUEN ERANTZUNA (7)

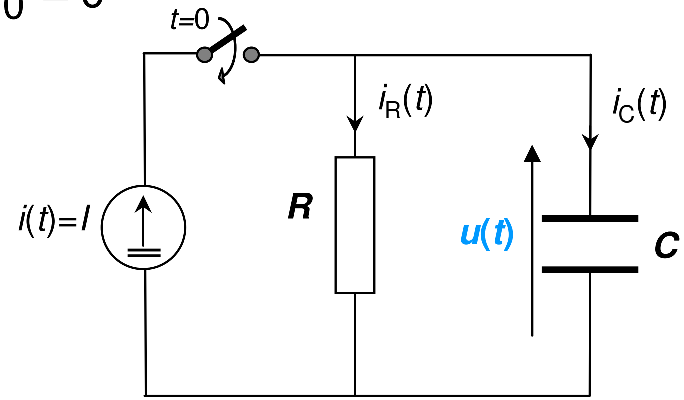
10.3.1 KZ-EKO ELIKADURA ITURRIA ETA HASIERAKO BALDINTZA NULUAK

$$\boxed{f(t) = f_\infty(t) - \left(f_\infty(t_0) - f(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}}$$

Emaitzaren ereduzko ekuazioa erabiliz, aurretik ikusitako zirkuituetako emaitzak “eraiki” ditzakegu. RC zirkuitua badugu tentsioarekin egingo dugu lan, hori baita kondentsadorean aldaketa bortitzik pairatzen ez duena, eta korrontearekin egingo dugu lan RL zirkuituetan, non harilak ez dituen korronte aldaketa bortitzik baimentzen. Era honetara $u_c(0)$ eta $i_L(0)$ ezagunak izango dira hurrenez hurren.

$$u_C(t) = u_{C\infty}(t) - \left(u_{C\infty}(t_0) - u_C(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

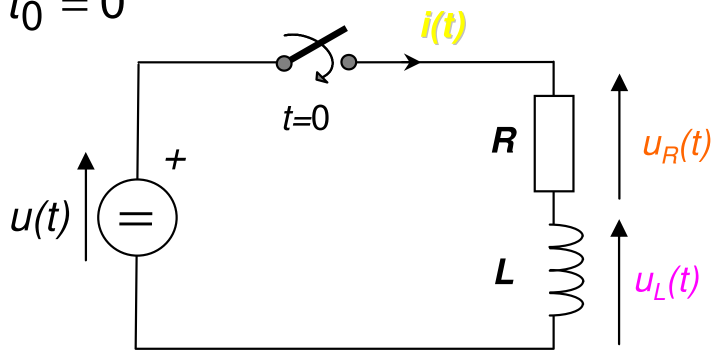
non $t_0 = 0$



$$\left.\begin{aligned} u_{C\infty}(t) &= RI \\ u_{C\infty}(0) &= RI \\ u_C(0) &= 0 \end{aligned}\right\} u_C(t) = RI - RI\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$i_L(t) = i_{L\infty}(t) - \left(i_{L\infty}(t_0) - i_L(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

non $t_0 = 0$

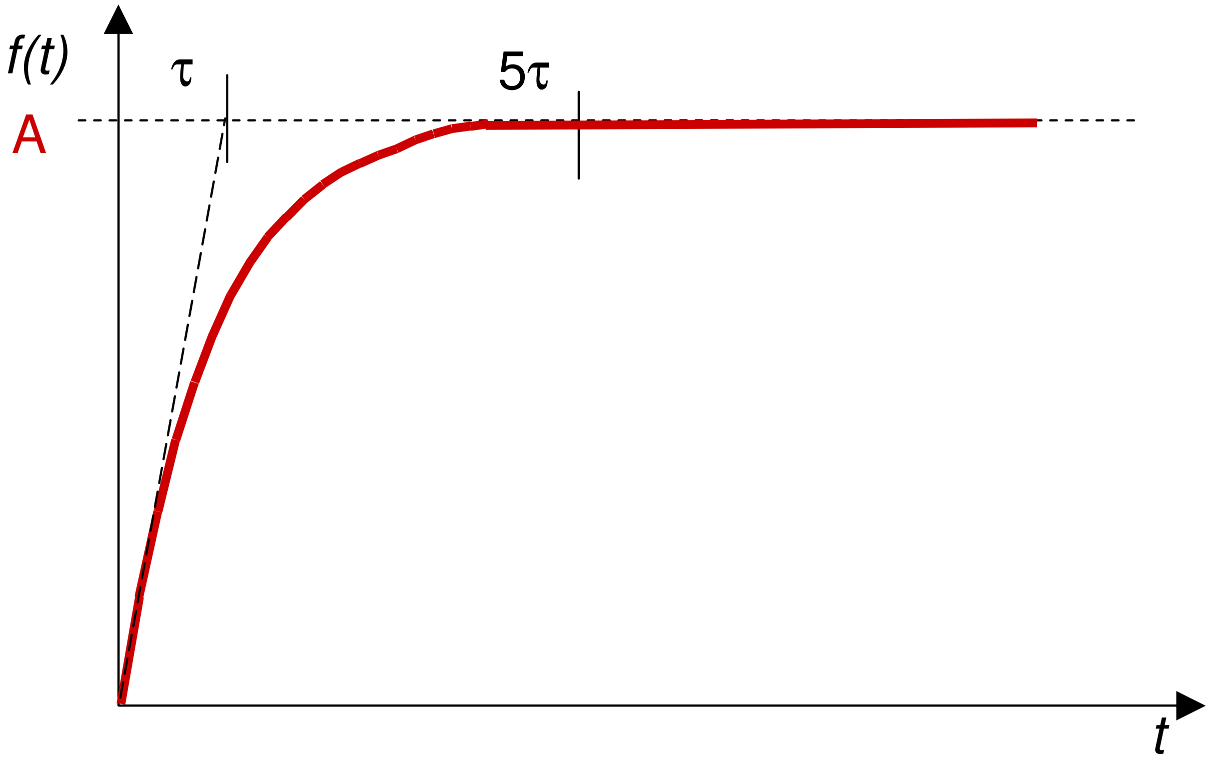


$$\left.\begin{aligned} i_{L\infty}(t) &= \frac{U}{R} \\ i_{L\infty}(0) &= \frac{U}{R} \\ i_L(0) &= 0 \end{aligned}\right\} i_L(t) = \frac{U}{R} - \frac{U}{R}\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

10.3.1 KZ-EKO ELIKADURA ITURRIA ETA HASIERAKO BALDINTZA NULUAK

$$f(t) = A\left(1 - e^{-\frac{1}{\tau}\cdot t}\right)$$

Korronte zuzeneko iturriekin harilaren eta kondentsadorearen kargen ekuazioak tentsio zein korronteentzako ***funtzio esponentzial gorakorrak*** izan dira. Azter dezagun funtzio horren adierazpen grafikoa:



f(t)	*t*
0	0
0,64A	τ
0,994A	5τ

5τ baino handiagoko *t*-ren balioentzako erregimen egonkorra lortu dela suposatuko dugu, funtzioak hartzen duen balioa A baita ia-ia.

10.3.2 KA-EKO ELIKADURA ITURRIA ETA HASIERAKO BALDINTZA NULUAK

R-L zirkuitua

Emaitza: homg.+part.

$$f(t) = f_\infty(t) - \left(f_\infty(t_0) - f(t_0)\right) \cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

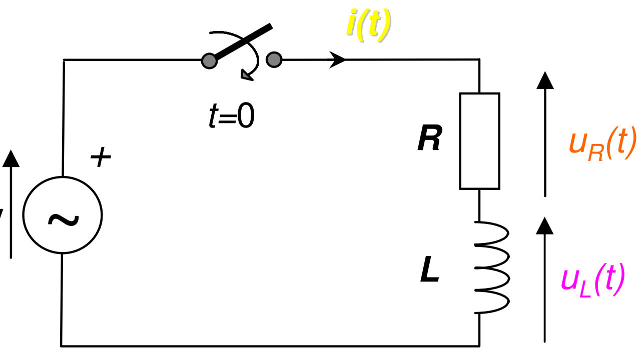
Harilak korronte aldaketa bortitzak baimentzen ez dituenez, korrontearekin egingo dugu lan.

Badakigu era berean: $i_L(0^-) = i_L(0^+) = 0$

$$i_L(t) = i_{L\infty}(t) - \left(i_{L\infty}(t_0) - i_L(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

non $t_0 = 0$, $i_L(0) = 0$ eta $\tau = \dfrac{L}{R}$

$$u(t) = U\sqrt{2}\cos\omega t = U_{\angle 0º}\,\text{V}$$



Erregimen egonkorrean, k.a.ko zirkuitu bat izango da, beraz:

$$\underline{I} = \frac{U}{R + j\omega L} = \frac{U_{\angle 0º}}{Z_{\angle \varphi º}} = I_{\angle -\varphi º}\,\text{A}$$

$$i_\infty(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$$

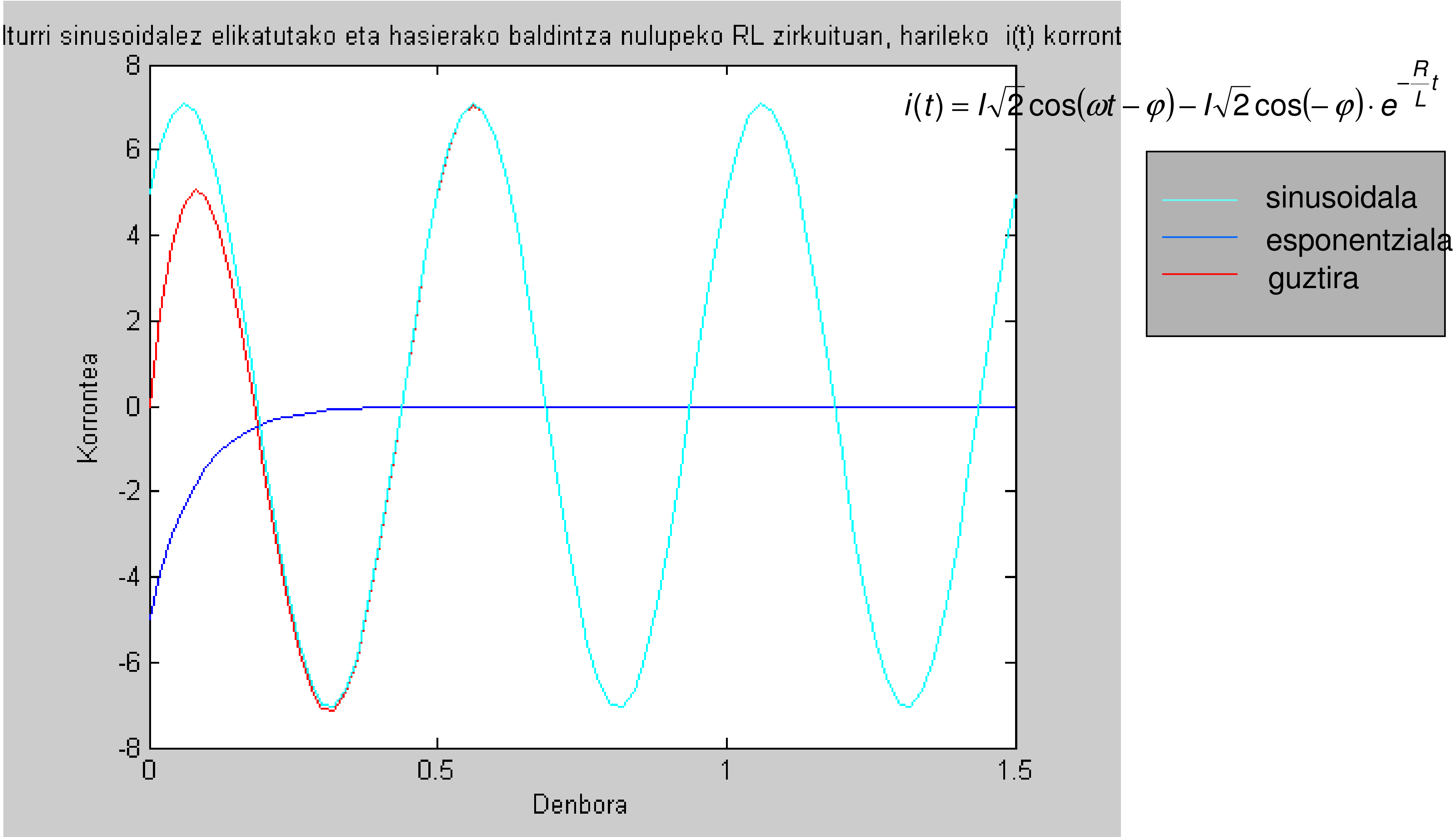
eta

$$i_\infty(0) = I\sqrt{2}\cos(-\varphi)$$

Emaitza: kosinua + funtzio esponentziala

$$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi) - I\sqrt{2}\cos(-\varphi)\cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

10.3.2 KA-EKO ELIKADURA ITURRIA ETA HASIERAKO BALDINTZA NULUAK



$$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi) - I\sqrt{2}\cos(-\varphi)\cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

Zirkuituko tentsioak lortzeko korrontearen adierazpena erabil daiteke:

$$u_R(t) = R \cdot i_L(t)$$

$$u_L(t) = eg(t) - u_R(t) = L\frac{\mathrm{d}\, i_L}{\mathrm{d}\, t}$$

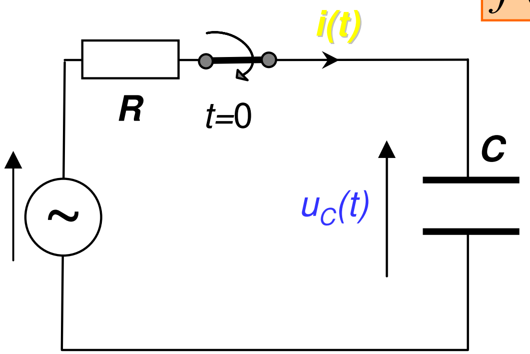
10.3.2 KA-EKO ELIKADURA ITURRIA ETA HASIERAKO BALDINTZA NULUAK

R-C zirkutiua

Emaitza: homg+part.

$$f(t)=f_\infty(t)-\left(f_\infty(t_0)-f(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

$$eg(t)=E\sqrt{2}\cos\omega t=E_{\angle 0º}\mathrm{V}$$



$$u_C(t)=u_{C\infty}(t)-\left(u_{C\infty}(t_0)-u_C(t_0)\right)\cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot(t-t_0)}$$

non : $t_0=0,\quad u_C(t_0=0)=0$ eta $\tau=RC$

Tentsioarekin egingo dugu lan, kondentsadoreak tentsio aldaketa bortitzak baimentzen ez dituenez, badakigu tentsioaren hasierako balioa: $u_C(0^-)=u_C(0^+)=0$

Erregimen egonkorrean korronte alternoko zirkuitua izango da:

$$\underline{I}=\frac{E}{R-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C}}=\frac{E_{\angle 0º}}{Z_{\angle -\varphi º}}=I_{\angle \varphi º}\mathrm{A}$$

$$\underline{U}_C=\left[\frac{1}{\omega C}\right]_{\angle -90º}\cdot I_{\angle \varphi º}=\left[\frac{I}{\omega C}\right]_{\angle \varphi-90º}$$

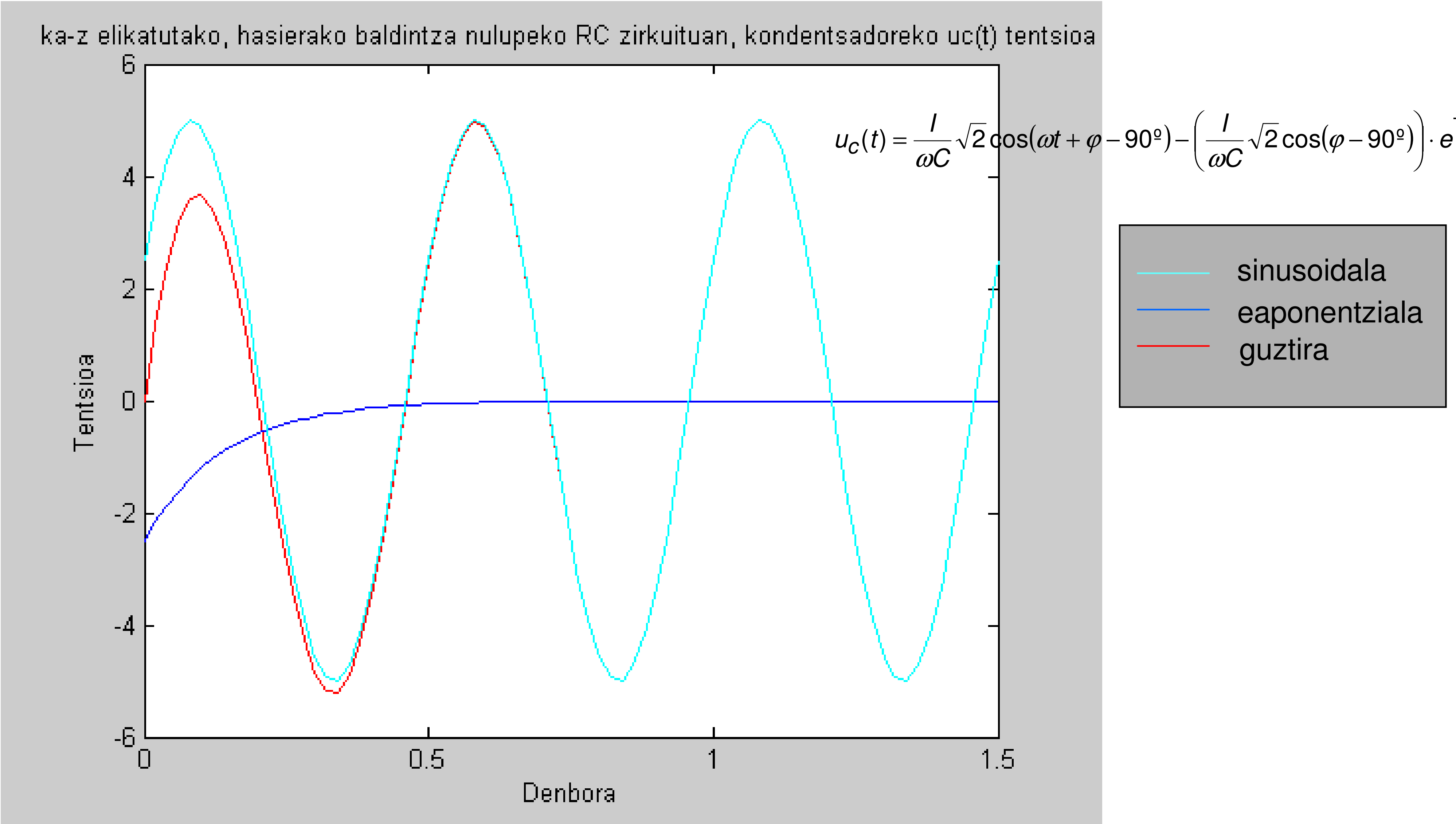
$$u_{C\infty}(t)=\frac{I}{\omega C}\sqrt{2}\cos(\omega t+\varphi-90º)$$

$$u_{C\infty}(0)=\frac{I}{\omega C}\sqrt{2}\cos(\varphi-90º)$$

Emaitza: kosinu funtzioa+funtzio esponentziala

$$u_C(t)=\frac{I}{\omega C}\sqrt{2}\cos(\omega t+\varphi-90º)-\left(\frac{I}{\omega C}\sqrt{2}\cos(\varphi-90º)\right)\cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

10.3.2 KA-EKO ELIKADURA ITURRIA ETA HASIERAKO BALDINTZA NULUAK



$$u_C(t) = \frac{I}{\omega C}\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi - 90º) - \left(\frac{I}{\omega C}\sqrt{2}\cos(\varphi - 90º)\right) \cdot e^{-\frac{1}{RC}t}$$

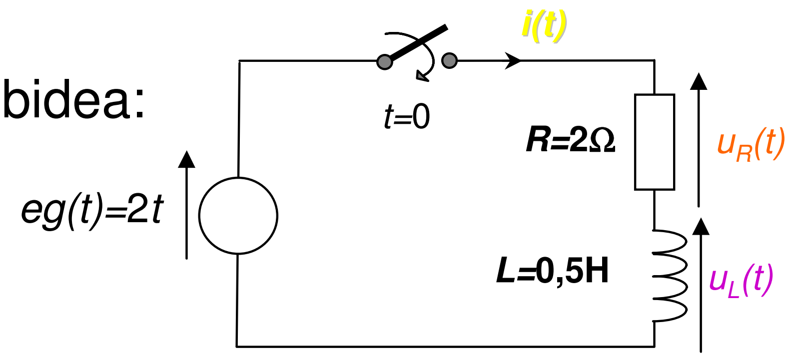
Zirkuituko beste aldagaiak lortzeko tentsioaren adierazpena $u_c(t)$ erabil daiteke:

$$u_R(t) = eg(t) - u_C(t)$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

Emaitza aurreko kasuetan bezala, bi emaitzen baturarekin lortzen da: homogeneoaren emaitza eta emaitza partikularra.

Adibidea:



$$e(t) = u_R(t) + u_L(t) = R \cdot i(t) + L\frac{\mathrm{d}\, i(t)}{\mathrm{d}\, t}$$

Homogeneoaren emaitza: $i(t) = k_1 \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$

Emaitza partikularra: Erregimen egonkorreko emaitza lortzeko, kontuan izan behar dugu, ekuazio diferentzial lineal baten emaitza egonkorra bere kitzikapenarekiko eta bere ondorengoko deribatuekiko proportzionalak izango diren gaiez osatuta egongo dela: $i_\infty(t) = k_0 e + k_1 e' + k_2 e'' + \ldots + k_n e^n + k_{n+1} 1$

Adibideko zirkuiturako: $e(t) = 2t$

$$i_\infty(t) = k_0 2t + k_1 2 + k_2 0 = \mathrm{A}t + \mathrm{B}$$

Gure adibiderako:

$$e(t) = 2t$$
$$i_\infty(t) = k_0 2t + k_1 2 + k_2 0 = \mathrm{A}t + \mathrm{B}$$

A eta B-ren balioak lortzeko, lortutako adierazpena, ekuazio diferentzialean ordeztuko dugu:

$$e(t) = R \cdot i(t) + L\frac{\mathrm{d}\, i(t)}{\mathrm{d}\, t}$$
$$2t = 2(\mathrm{A}t + \mathrm{B}) + 0{,}5 \cdot \frac{\mathrm{d}\,(\mathrm{A}t + \mathrm{B})}{\mathrm{d}\, t}$$
$$2t = 2\mathrm{A}t + 2\mathrm{B} + 0{,}5\mathrm{A}$$

$$\xrightarrow{\text{Gaiak identifikatuz}}$$

$$\left.\begin{aligned} 2\mathrm{A} &= 2 \\ 2\mathrm{B} + 0{,}5\mathrm{A} &= 0 \end{aligned}\right\} \mathrm{A} = 1 \ \text{ eta } \ \mathrm{B} = -\frac{1}{4}$$

Emaitza:

$$i(t) = k_1 e^{-4t} + \left[t - \frac{1}{4}\right]$$

non $i(0) = 0$

$$0 = k_1 e^{-4\cdot 0} + \left[0 - \frac{1}{4}\right] = k_1 - \frac{1}{4} \rightarrow k_1 = \frac{1}{4}$$

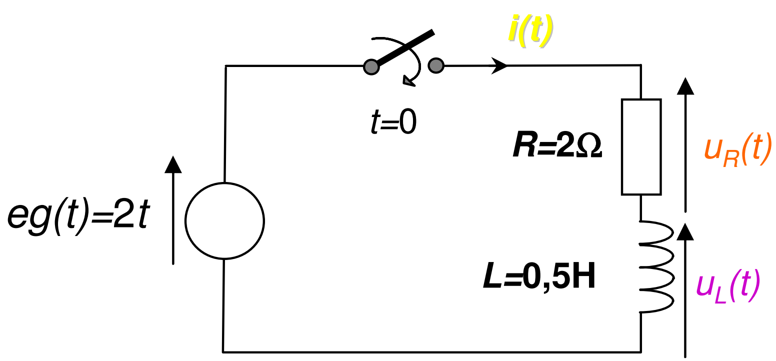
$$\boxed{i(t) = \frac{1}{4} e^{-4t} + \left[t - \frac{1}{4}\right]}$$

$$i(t) = \frac{1}{4}e^{-4t} + \left[t - \frac{1}{4}\right]$$

Tentsioak zehazteko, korrontearen adierazpena erabiliko dugu kasu honetan ere:

$$u_L(t) = L\frac{\mathrm{d}\, i(t)}{\mathrm{d}\, t}$$

$$u_R(t) = R \cdot i(t)$$



Gure adibiderako:

$$u_L(t) = -\frac{1}{2}e^{-4t} + \frac{1}{2}$$

$$u_R(t) = \frac{1}{2}e^{-4t} + 2t - \frac{1}{2}$$

10.4 BIBLIOGRAFIA

- V.M. Parra Prieto eta beste hainbat, Teoría de Circuitos, Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madril 1990.
- E. Alfaro Segovia, Teoría de Circuitos y Electrometría. Autorea, Madril 1970. XI Kapitulua 29.ikasgaia
- W.H. Hayt. JRy J.E. Kennerly, Análisis de Circuitos en Ingeniería, Ediciones del Castillo, Madril 1966. Bigarren zatia; 5 eta 6 kapituluak.
- Z. Aginako eta beste hainbat, Zirkuituen Teoriako 100 Ariketa, Elhuyar, Usurbil 2006. 8. atala.
- P. Sánchez Barrios eta beste hainbat otros, Teoría de Circuitos, Pearson Educación, Madril 2007. 4. Kapitulua
- A. Gómez, J.A. Olivera, Problemas resueltos de Teoría de Circuitos, Paraninfo, Madril 1990 4.Kapitulua
- A. Gómez y otros, Teoría de Circuitos, Ejercicios de autoevaluación, Thomson, Madril 2005. 6.Kapitulua
- J.A. Edminister, M. Nahvi, Circuitos Eléctricos (Problemas resueltos) McGraw Hill, Madril 1997. Capítulo 7.Kapitulua