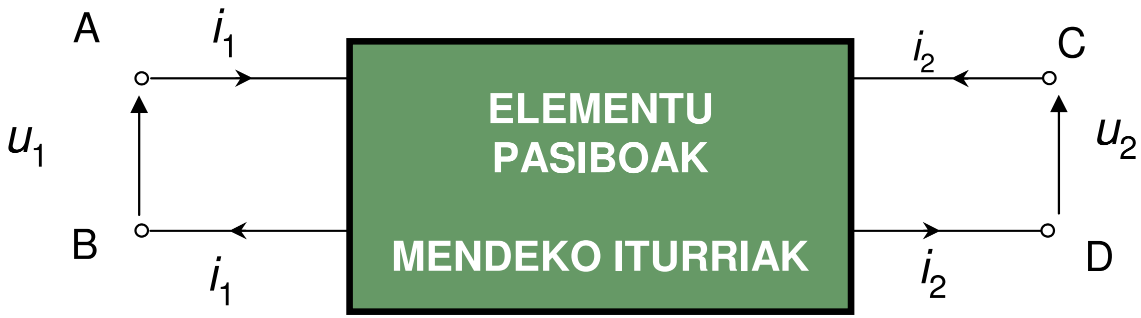
9.Gaia: ATEBIKOAK

OHARRA: Gai osoan zehar aldagaiak zenbaki konplexuak izango balira bezala erabili ditugu, eta beren adierazpen bektorialez baliatu gara. Ala ere, azpimarratu behar dugu, adierazpen horiek berak, zirkuituak uhin sinusoidalak ez diren beste funtzioez elikatzen direnean ere, erabilgarriak izango direla. Aldagaiak definItzeko aldiuneko balioak erabiliz, eta inpedantzia eta admitantzia operazionalak erabiliz elementu pasiboak definitzeko. Lehen filminan adibidez, korronte eta tentsioetarako aldiuneko balioak erabili ditugu.

9.0 HELBURUAK

- Atebikoak eta laupoloak bereizi.
- Atebikoak definitzeko modu ezberdinak ezagutu.
- Disziplina bakoitzak erabiltzen dituen parametroak, eta horren zergatia azaldu.
- Atebikoa elkarrekiko eta simetrikoa izan dadin bete behar diren baldintza beharrezko eta nahikoak adierazi.
- Atebiko baten “T” eta “∏” baliokideak lortzen jakitea.
- Atebikoen lotura garrantzitsuak ezagutzea.
- Atebiko denak edozein parametro bidez ezin direla adierazi onartzea.

Lau borne eskuragarri dituen zirkuitua da, non, A terminaletik sartzen den korrontea (i_1) B-tik irteten dena izango den, eta era berean C-tik sartzen dena (i_2) D-tik irtengo den.
Ate bakoitza independentea delarik.



Gainontzeko zirkuituarekiko lotura ateen bidez egiten da.

$\boldsymbol{i_1}$, $\boldsymbol{i_2}$, $\boldsymbol{u_1}$, eta $\boldsymbol{u_2}$ lau aldagaiak, elkarren artean bi ekuazioekin erlazionatzen dira : **Atebikoaren ezaugarri-ekuazioak**.

Beren barnean iturriak ez dauzkaten atebikoak pasiboak dira. Beren barnean mendeko iturriak dauzkatenak berriz aktiboak.

$$\begin{cases} U_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \\ \\ U_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 \end{cases} \qquad \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

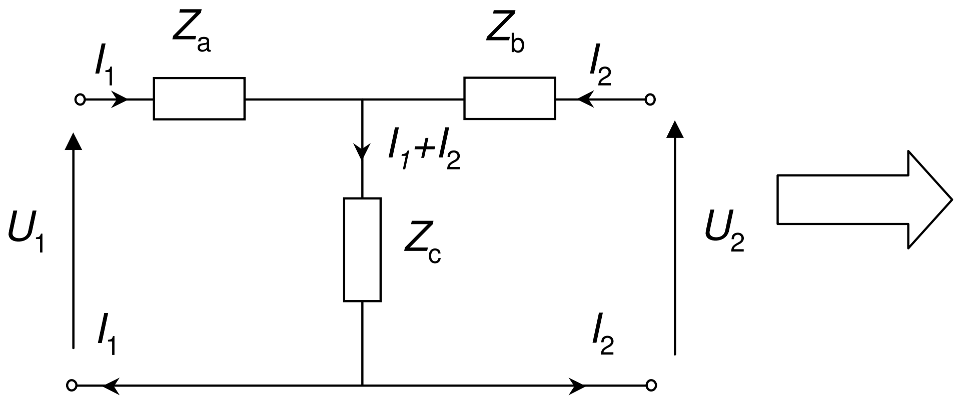
non Z_{ij} elementuek inpedantzien unitateak dauzkaten, eta ***Z parametroak*** deitzen diren. ***Zirkuitu irekiko*** *parametroak* ere deitzen dira, ateetako batetik neurtu daitezkeelako beste atea zirkuitu irekian dagoenean:

$$Z_{22} = \left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{I_1=0} \qquad Z_{21} = \left.\frac{U_2}{I_1}\right|_{I_2=0} \qquad Z_{12} = \left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0} \qquad Z_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$$

Atebikoa elkarrekikoa izango da $Z_{12}=Z_{21}$ baldin bada (pasiboak beti dira)

Simetrikoa bada: $Z_{11}=Z_{22}$ beteko du.

9.2.2 ATEBIKO ELKARREKIKOEN T BALIOKIDEA.



$$\begin{cases} U_1 = Z_a \cdot I_1 + Z_C \cdot (I_1 + I_2) = (Z_a + Z_C) \cdot I_1 + Z_C \cdot I_2 \\ U_2 = Z_C \cdot (I_1 + I_2) + Z_b \cdot I_2 = Z_C \cdot I_1 + (Z_b + Z_C) \cdot I_2 \end{cases}$$

Atebikoaren ezaugarri-ekuazioak:

$$\begin{cases} U_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \\ U_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 \end{cases}$$

Koefizienteak alderatuz:

$$\begin{cases} Z_a + Z_C = Z_{11} \\ Z_C = Z_{12} \\ Z_C = Z_{21} \\ Z_b + Z_C = Z_{22} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Z_C = Z_{12} = Z_{21} \\ Z_a = Z_{11} - Z_{21} \\ Z_b = Z_{22} - Z_{21} \end{cases}$$

Elkarrekikoaz gain simetrikoa denean, T baliokidearen parametroen artean ondoko erlazioa beteko da: $Z_a = Z_b$

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} \cdot U_1 + Y_{12} \cdot U_2 \\ \\ I_2 = Y_{21} \cdot U_1 + Y_{22} \cdot U_2 \end{cases} \qquad \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

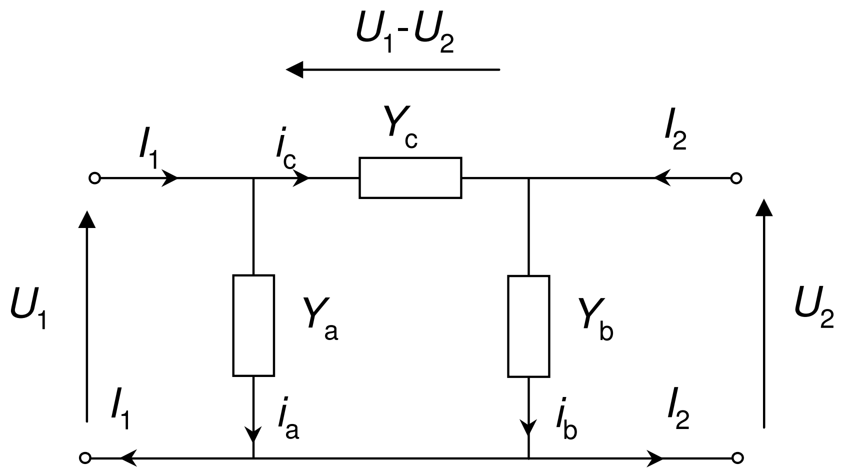
Y_{ij} koefizienteak, admitantzia unitatea duten ***Y parametroak*** dira edo ***zirkuitulaburreko admitantzien parametroak***. Izan ere ate batetik neurtu ahal izango ditugu beste atea zirkuitulaburrean dagoenean. Horrela:

$$Y_{11} = \left.\frac{I_1}{U_1}\right|_{U_2=0} \qquad Y_{12} = \left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{U_1=0} \qquad Y_{21} = \left.\frac{I_2}{U_1}\right|_{U_2=0} \qquad Y_{22} = \left.\frac{I_2}{U_2}\right|_{U_1=0}$$

Atebiko elkarrekikoetan : $Y_{12} = Y_{21}$

Atebiko simetrikoetan : $Y_{11} = Y_{22}$

9.3.1 ATEBIKO ELKARREKIKOEN Π BALIOKIDEA



$$\begin{cases} I_1 = Y_a \cdot U_1 + Y_c \cdot (U_1 - U_2) = (Y_a + Y_c) \cdot U_1 - Y_c \cdot U_2 \\ I_2 = Y_b \cdot U_2 + Y_c \cdot (U_2 - U_1) = -Y_c \cdot U_1 + (Y_b + Y_c) \cdot U_2 \end{cases}$$

Atebikoaren ezaugarri-ekuazioak:

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} \cdot U_1 + Y_{12} \cdot U_2 \\ I_2 = Y_{21} \cdot U_1 + Y_{22} \cdot U_2 \end{cases}$$

Koefizienteak alderatuz :

$$\begin{cases} Y_a + Y_c = Y_{11} \\ -Y_c = Y_{12} \\ -Y_c = Y_{21} \\ Y_b + Y_c = Y_{22} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Y_a = Y_{11} + Y_{21} \\ Y_b = Y_{22} + Y_{21} \\ Y_c = -Y_{12} = -Y_{21} \end{cases}$$

Atebikoa simetrikoa denean, Π baliokideko parametroen artean $Y_a = Y_b$ dela beteko da

9.4 H PARAMETROAK EDO PARAMETRO HIBRIDOAK

$$\begin{cases} U_1 = h_{11} \cdot I_1 + h_{12} \cdot U_2 \\ I_2 = h_{21} \cdot I_1 + h_{22} \cdot U_2 \end{cases} \qquad \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

$h_{11} = \left.\dfrac{U_1}{I_1}\right|_{U_2=0}$ Sarrerako inpedantzia, irteera zirkuitulaburtuta dagoenean.

$h_{12} = \left.\dfrac{U_1}{U_2}\right|_{I_1=0}$ Tentsio irabazia, 2. atetik elikatzen denean.

$h_{21} = \left.\dfrac{I_2}{I_1}\right|_{U_2=0}$ Korronte irabazia, 1. atetik elikatzen denean.

$h_{22} = \left.\dfrac{I_2}{U_2}\right|_{I_1=0}$ Admitantzia 2. atetik ikusita.

Atebiko elkarrekikoetan: $h_{12}=-h_{21}$

Atebiko simetrikoetan: $\Delta h=1$; ($h_{11} \cdot h_{22} - h_{12} \cdot h_{21} = 1$).

9.5 G PARAMETROAK EDO ALDERANTZIZKO PARAMETRO HIBRIDOAK.

$$\begin{cases} I_1 = g_{11} \cdot U_1 + g_{12} \cdot I_2 \\ U_2 = g_{21} \cdot U_1 + g_{22} \cdot I_2 \end{cases} \qquad \begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$g_{11} = \left.\frac{I_1}{U_1}\right|_{I_2=0}$$ Sarrerako admitantzia, irteera zirkuitu irekian dagoenean.

$$g_{12} = \left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{U_1=0}$$ Korronte irabazia 2. atetik elikatzen denean.

$$g_{21} = \left.\frac{U_2}{U_1}\right|_{I_2=0}$$ Tentsio irabazia 1. atetik elikatzen denean.

$$g_{22} = \left.\frac{U_2}{I_2}\right|_{U_1=0}$$ Inpedantzia, 2. atetik ikusita.

Elkarrekikoa denean: $g_{12}=-g_{21}$

Simetrikoa denean: $\Delta g=1$; ($g_{11} \cdot g_{22} - g_{12} \cdot g_{21} = 1$).

A, B, C, eta *D* transmisio parametroek, sorgailuaren aldeko aldagaiak (I_1 eta U_1), karga aldeko aldagaiekin (I_2 eta U_2). erlazionatzen dituzte.

$$\begin{cases} U_1 = A \cdot U_2 - B \cdot I_2 \\ I_1 = C \cdot U_2 - D \cdot I_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

Sorgailua   Hargailua

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B \\ C & -D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Non *A, B, C,* eta *D* parametroak hauexek diren:

$$A = \left.\frac{U_1}{U_2}\right|_{I_2=0} \qquad B = -\left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{U_2=0} \qquad C = \left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{I_2=0} \qquad D = -\left.\frac{I_1}{I_2}\right|_{U_2=0}$$

Adimentsionala   Ω   S   Adimentsionala

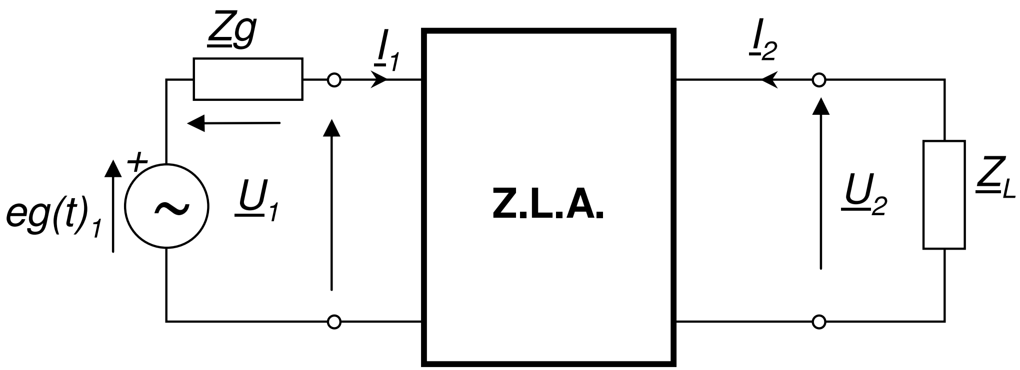
Atebikoa elkarrekikoa bada ondokoa beteko du: $AD\text{-}BC=1$

Atebikoa simetrikoa izango da baldin eta $A=D$ bada.

Lau ezezagun ebatzi behar ditugu atebikoa definitzeko, atebikoaren ezaugarri-ekuazio bi dauzkagu:

$$\begin{cases} U_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \\ U_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 \end{cases} \quad \text{EDO} \quad \begin{cases} I_1 = Y_{11} \cdot U_1 + Y_{12} \cdot U_2 \\ I_2 = Y_{21} \cdot U_1 + Y_{22} \cdot U_2 \end{cases}$$

Beste bi ekuazioak, kanpoko zirkuitutik lor ditzakegu:



$$\begin{cases} eg(t)_1 = Z_g \cdot I_1 + U_1 \\ 0 = U_2 + Z_L \cdot I_2 \end{cases}$$

Lau ekuazio dauzkagu lau ezezagunak lortzeko, eta beraz atebikoa definitzeko.

Y parametroak Z parametroetatik abiatuz lor daitezke:

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Aurreko sisteman Cramer aplikatuz:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} U_1 & Z_{12} \\ U_2 & Z_{22} \end{vmatrix}}{|\Delta Z_Z|} = \frac{Z_{22}}{|\Delta Z_Z|} U_1 - \frac{Z_{12}}{|\Delta Z_Z|} U_2 \qquad I_2 = \frac{\begin{vmatrix} Z_{11} & U_1 \\ Z_{21} & U_2 \end{vmatrix}}{|\Delta Z_Z|} = \frac{Z_{11}}{|\Delta Z_Z|} U_2 - \frac{Z_{21}}{|\Delta Z_Z|} U_1$$

Carmer-en bidez lortutako I_1 eta I_2-ren balioak ondoko ekuazioekin alderatuz:

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} \cdot U_1 + Y_{12} \cdot U_2 \\ I_2 = Y_{21} \cdot U_1 + Y_{22} \cdot U_2 \end{cases}$$

Y admitantzien balioak Z inpedantzien arabera eman ahal izango ditugu:

$$Y_{11} = \frac{Z_{22}}{\Delta Z_Z} \qquad Y_{12} = -\frac{Z_{12}}{\Delta Z_Z} \qquad Y_{21} = -\frac{Z_{21}}{\Delta Z_Z} \qquad Y_{22} = \frac{Z_{11}}{\Delta Z_Z}$$

Z parametroak Y parametroetatik abiatuz lor daitezke:

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11} \cdot U_1 + Y_{12} \cdot U_2 \\ I_2 = Y_{21} \cdot U_1 + Y_{22} \cdot U_2 \end{cases}$$

Aurreko sisteman Cramer aplikatuz:

$$U_1 = \frac{\begin{vmatrix} I_1 & Y_{12} \\ I_2 & Y_{22} \end{vmatrix}}{\left|\Delta Y_y\right|} = \frac{Y_{22}}{\left|\Delta Y_y\right|} I_1 - \frac{Y_{12}}{\left|\Delta Y_y\right|} I_2 \qquad U_2 = \frac{\begin{vmatrix} Y_{11} & I_1 \\ Y_{21} & I_2 \end{vmatrix}}{\left|\Delta Y_y\right|} = \frac{Y_{11}}{\left|\Delta Y_y\right|} I_2 - \frac{Y_{21}}{\left|\Delta Y_y\right|} I_1$$

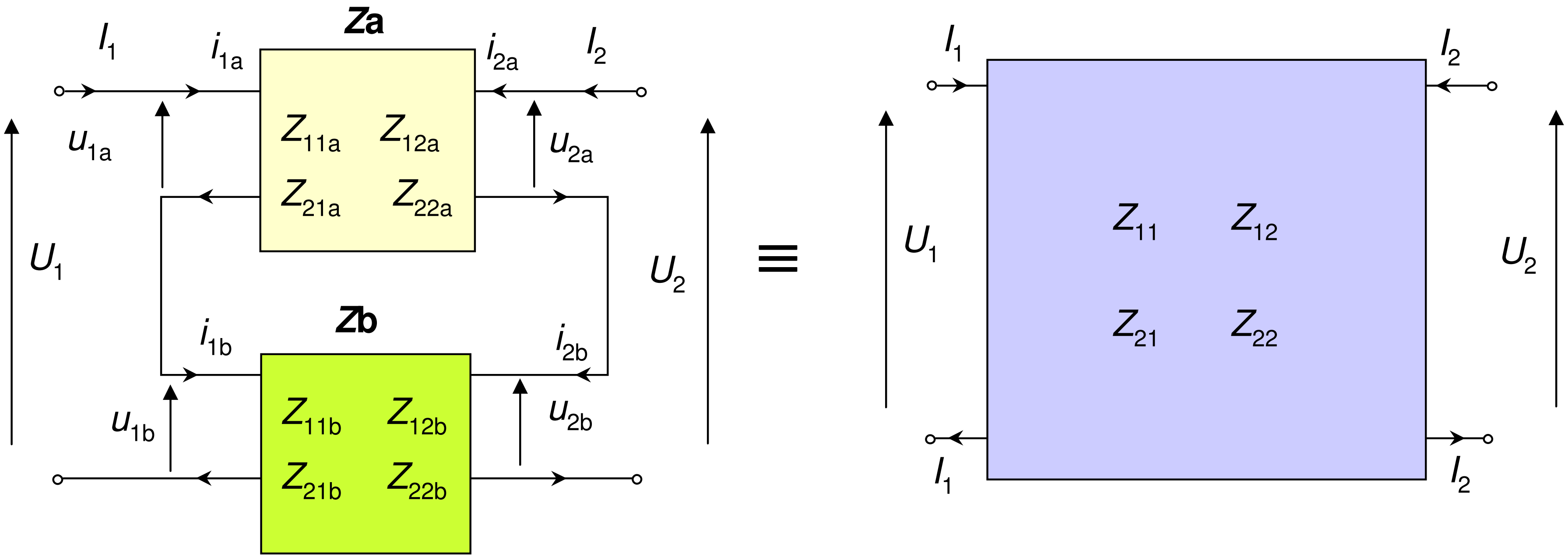
Carmer-en bidez lortutako U_1 eta U_2-ren balioak ondoko ekuazioekin alderatuz:

$$\begin{cases} U_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2 \\ U_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2 \end{cases}$$

Z inpedantzien balioak *Y* admitantzien arabera eman ahal izango ditugu:

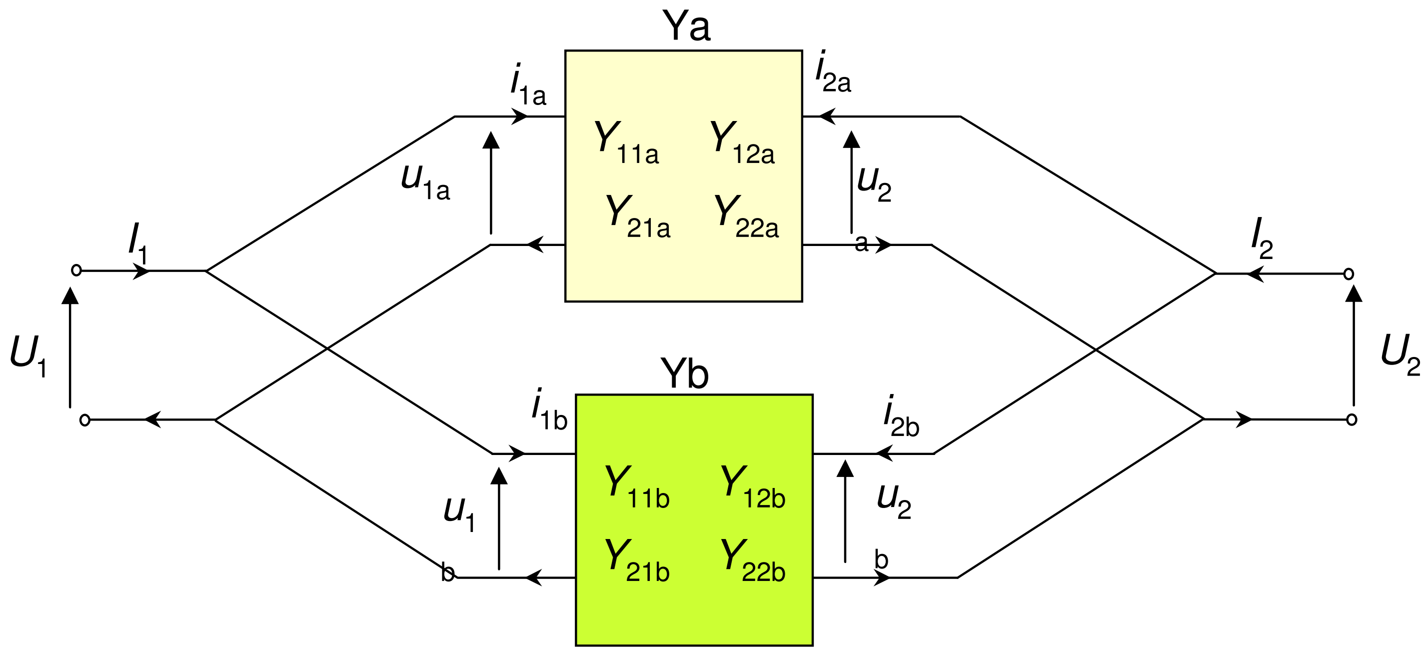
$$Z_{11} = \frac{Y_{22}}{\Delta Y_Y} \qquad Z_{12} = -\frac{Y_{12}}{\Delta Y_Y} \qquad Z_{21} = -\frac{Y_{21}}{\Delta Y_Y} \qquad Z_{22} = \frac{Y_{11}}{\Delta Y_Y}$$

9.1 SERIE ELKARKETA:

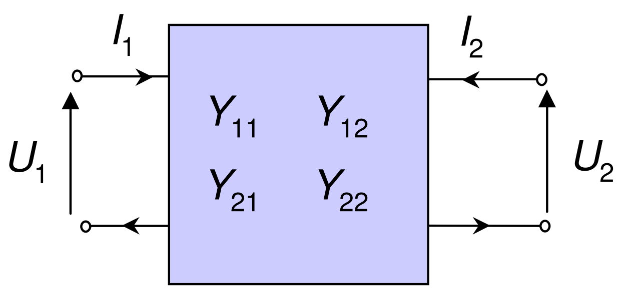


$$\begin{cases} Z_{11} = Z_{11a} + Z_{11b} \\ Z_{12} = Z_{12a} + Z_{12b} \\ Z_{21} = Z_{21a} + Z_{21b} \\ Z_{22} = Z_{22a} + Z_{22b} \end{cases}$$

9.2 PARALELO ELKARKETA:

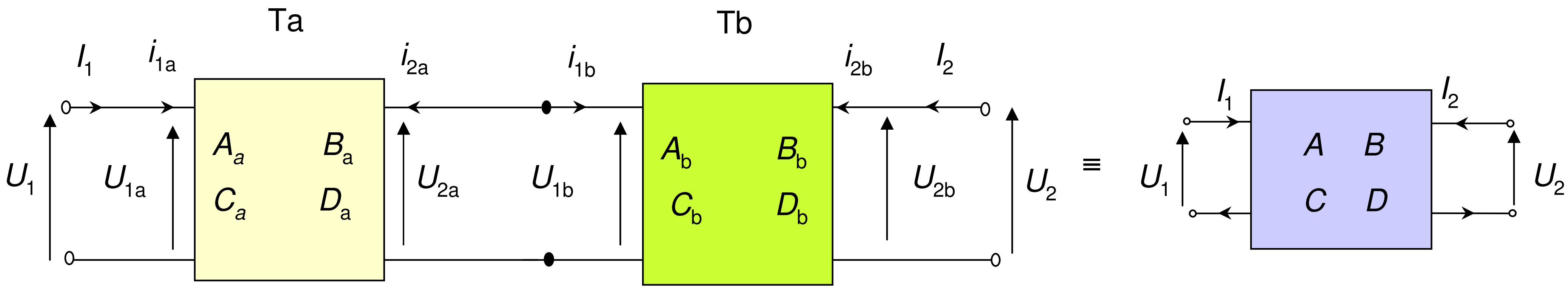


≡



$$\begin{cases} Y_{11} = Y_{11a} + Y_{11b} \\ Y_{12} = Y_{12a} + Y_{12b} \\ Y_{21} = Y_{21a} + Y_{21b} \\ Y_{22} = Y_{22a} + Y_{22b} \end{cases}$$

9.3 KATE ELKARKETA:



$$\begin{cases} A = A_a \cdot A_b + B_a \cdot C_b \\ B = A_a \cdot B_b + B_a \cdot D_b \\ C = C_a \cdot A_b + D_a \cdot C_b \\ D = C_a \cdot B_b + D_a \cdot D_b \end{cases}$$

$$[T_a] = [T_a] \cdot [T_b] = \begin{bmatrix} A_a & B_a \\ C_a & D_a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_b & B_b \\ C_b & D_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

9.10 PARAMETRO MOTA EZBERDINEN ARTEKO ERLAZIOA.

	Z	**Y**	**h**	**g**	**T**
Z	$\begin{matrix} \mathbf{Z_{11}} & \mathbf{Z_{21}} \\ \mathbf{Z_{12}} & \mathbf{Z_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{Y_{22}}{\Delta Y} & \frac{-Y_{21}}{\Delta Y} \\ \frac{-Y_{12}}{\Delta Y} & \frac{Y_{11}}{\Delta Y} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta h}{h_{22}} & \frac{-h_{21}}{h_{22}} \\ \frac{h_{12}}{h_{22}} & \frac{1}{h_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{g_{11}} & \frac{g_{21}}{g_{11}} \\ \frac{-g_{12}}{g_{11}} & \frac{\Delta g}{g_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{A}{C} & \frac{1}{C} \\ \frac{\Delta T}{C} & \frac{D}{C} \end{matrix}$
Y	$\begin{matrix} \frac{Z_{22}}{\Delta Z} & \frac{-Z_{21}}{\Delta Z} \\ \frac{-Z_{12}}{\Delta Z} & \frac{Z_{11}}{\Delta Z} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \mathbf{Y_{11}} & \mathbf{Y_{21}} \\ \mathbf{Y_{12}} & \mathbf{Y_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{h_{11}} & \frac{h_{21}}{h_{11}} \\ \frac{-h_{12}}{h_{11}} & \frac{-\Delta h}{h_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta g}{g_{22}} & \frac{-g_{21}}{g_{22}} \\ \frac{g_{12}}{g_{22}} & \frac{1}{g_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{D}{B} & \frac{-1}{B} \\ \frac{-\Delta T}{B} & \frac{A}{B} \end{matrix}$
h	$\begin{matrix} \frac{\Delta Z}{Z_{22}} & \frac{-Z_{21}}{Z_{22}} \\ \frac{Z_{12}}{Z_{22}} & \frac{1}{Z_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{Y_{11}} & \frac{Y_{21}}{Y_{11}} \\ \frac{-Y_{12}}{Y_{11}} & \frac{\Delta Y}{Y_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \mathbf{h_{11}} & \mathbf{h_{21}} \\ \mathbf{h_{12}} & \mathbf{h_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{g_{22}}{\Delta g} & \frac{g_{21}}{\Delta g} \\ \frac{g_{12}}{\Delta g} & \frac{1}{\Delta g} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{B}{D} & \frac{-1}{D} \\ \frac{\Delta T}{D} & \frac{C}{D} \end{matrix}$
g	$\begin{matrix} \frac{1}{Z_{11}} & \frac{Z_{21}}{Z_{11}} \\ \frac{-Z_{12}}{Z_{11}} & \frac{\Delta Z}{Z_{11}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{\Delta Y}{Y_{22}} & \frac{-Y_{21}}{Y_{22}} \\ \frac{Y_{12}}{Y_{22}} & \frac{1}{Y_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{h_{22}}{\Delta h} & \frac{-h_{21}}{\Delta h} \\ \frac{-h_{12}}{\Delta h} & \frac{h_{11}}{\Delta h} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \mathbf{g_{11}} & \mathbf{g_{21}} \\ \mathbf{g_{12}} & \mathbf{g_{22}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{C}{A} & \frac{1}{A} \\ \frac{-\Delta T}{A} & \frac{B}{A} \end{matrix}$
T	$\begin{matrix} \frac{Z_{11}}{Z_{21}} & \frac{1}{Z_{21}} \\ \frac{\Delta Z}{Z_{21}} & \frac{Z_{22}}{Z_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{-Y_{22}}{Y_{21}} & \frac{-\Delta Y}{Y_{21}} \\ \frac{-1}{Y_{21}} & \frac{-Y_{11}}{Y_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{-\Delta h}{h_{21}} & \frac{-h_{22}}{h_{21}} \\ \frac{-h_{11}}{h_{21}} & \frac{-1}{h_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \frac{1}{g_{21}} & \frac{g_{11}}{g_{21}} \\ \frac{g_{22}}{g_{21}} & \frac{\Delta g}{g_{21}} \end{matrix}$	$\begin{matrix} \mathbf{A} & \mathbf{C} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{matrix}$

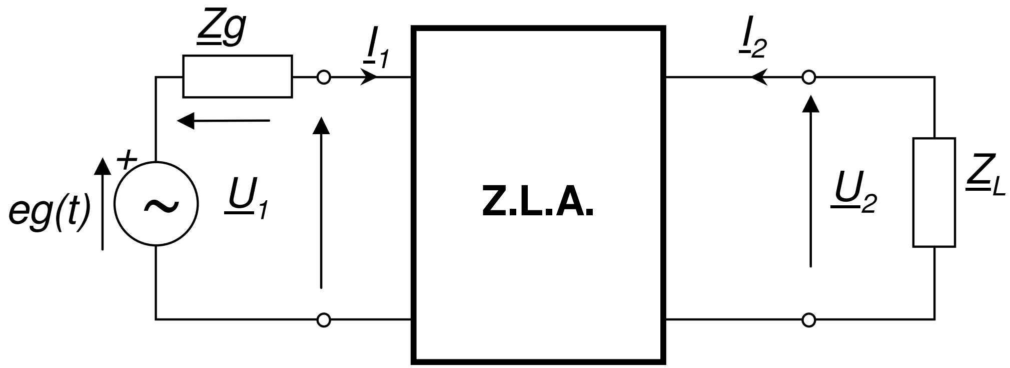
$$\Delta h = \begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix}$$

$$\Delta Y = \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix}$$

$$\Delta T = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$$

$$\Delta g = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix}$$

$$\Delta Z = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{vmatrix}$$



$\underline{E}$g: iturriaren barne tentsioa .
$\underline{Z}$g: iturriaren barne inpedantzia .
$\underline{Z}_L$: kargako inpedantzia.

1 Sarrerako inpedantzia: $Z_{IN} = \dfrac{U_1}{I_1}$ edo sarrerako Admitantzia: $Y_{IN} = \dfrac{I_1}{U_1}$

2 Irteerako korrontea: I_2

3 Bigarren atearekiko emandako Thevenin-en baliokidea.

4 Korronte irabazia $= \dfrac{I_2}{I_1}$

5 Tentsio irabazia $= \dfrac{U_2}{U_1}$

6 Voltaia irabazia $= \dfrac{U_2}{eg}$

9.12 BIBLIOGRAFIA

- V.M. Parra Prieto eta beste hainbat, Teoría de Circuitos, Universidad Nacional de Educación a Distancia. Madril 1990. XXIX, XXX Gaiak
- E. Alfaro Segovia, Teoría de Circuitos y Electrometría. El autor, Madrid 1970. XIII. Kapitulua, 37.ikasgaia
- Hugh Hildreth Skilling, Circuitos en Ingeniería Eléctrica, Johm Wiley, New York 1966. 18.Kapitulua
- W.H. Hayt y J.E. Kennerly, Análisis de Circuitos en Ingeniería, Ediciones del Castillo, Madril 1966. 17.Kapitulua
- W. Warzanskyj, Análisis de Circuitos, E.T.S. Ingenieros Telecomunicación Madril 1977. 12 eta 13.Kapituluak
- Z. Aginako eta beste hainbat, Zirkuituen Teoriako 100 Ariketa, Elhuyar, Usurbil 2006. 7. atala.
- P. Sánchez Barrios eta beste hainbat, Teoría de Circuitos, Pearson Educación, Madril 2007. 2.Kapitulua
- J.A. Edminister, M. Nahvi, Circuitos Eléctricos (Problemas resueltos) McGraw Hill, Madril 1997. 13.Kapitulua
- UNE-EN 60375: 2004. Convenios relativos a los circuitos Eléctricos y magnéticos.
- UNE 21302-131 Vocabulario electrotécnico. 131 Atala: Teoría de Circuitos.